

OLIMPIADA MATEMÀTICA 2009

FASE AUTONÒMICA

PROVA INDIVIDUAL

♣ CATEGORIA PRIMÀRIA ♣

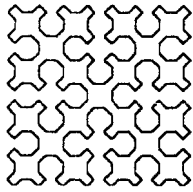
1. PARCEL·LA

En una parcel·la, la piscina ocupa 30 metres quadrats. La casa ocupa tants metres quadrats com la piscina i la meitat del jardí. El jardí ocupa tants metres quadrats com la piscina i la casa junts . Troba els metres quadrats que té la parcel·la, la casa i el jardí.

Solució:

Podem ajudar-nos amb un dibuix que representa la parcel·la i dintre d'ella: el jardí (part ombrejada), i per comparació la casa i la piscina:

Piscina 30m^2	Casa 90m^2
	Jardí 120m^2



2. SEGUIM LA PISTA PER CONTINUAR...

Intenta continuar les següents successions numèriques afegint tres termes més en cadascuna d'elles. Explica la relació que has trobat entre els seus termes, en la qual t'has fixat per poder continuar-les.

-3 , 7 , -11 , 15 , -19 ...

4 , 27 , 256 , 3125 , 46656 ...

3 , 8 , 15 , 24 , 35 ...

1 , 1 , 2 , 3 , 5 , 8 , 13 ...

29 , 31 , 37 , 41 , 43 , 47, ...

Solució:

a) -3 , 7 , -11 , 15 , -19 , **23 , -27 , 31 ...**

La successió esta formada sumant 4 al valor absolut del terme anterior, i intercalant el signe, de manera que els termes que estan en posició par son positius i en posició senar negatius.

b) 4 , 27 , 256 , 3125 , 46656 , **823543 , 16777216 , 387420489...**

Es tracten de potències, així si analitzem els termes d'un en un podem concloure la llei de formació:

$$3 = 2^2$$

$$27 = 3^3$$

$$256 = 4^4$$

$$3125 = 5^5$$

$$46656 = 6^6$$

$$823543 = 7^7$$

$$16777216 = 8^8$$

$$387420489 = 9^9$$

c) 3 , 8 , 15 , 24 , 35 , **48 , 63 , 80 ...**

Aquesta successió està formada pels quadrats perfectes menys una unitat; així

$$3 = 4 - 1$$

$$8 = 9 - 1$$

$$15 = 16 - 1$$

$$24 = 25 - 1$$

$$35 = 36 - 1$$

$$48 = 49 - 1$$

$$63 = 64 - 1$$

$$80 = 81 - 1$$

d) 1 , 1 , 2 , 3 , 5 , 8 , 13 , **21 , 34 , 55...**

Podem veure que és la Successió de Fibonacci, on comencem per dues termes inicials que son 1, i a partir del tercer terme, cadascun d'ells s'obté sumant els dos anteriors.

Podem comprovar que

$$1 + 1 = 2$$

$$1 + 2 = 3$$

$$2 + 3 = 5$$

$$3 + 5 = 8$$

$$5 + 8 = 13$$

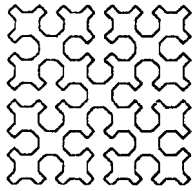
$$8 + 13 = 21$$

$$13 + 21 = 34$$

$$21 + 34 = 55$$

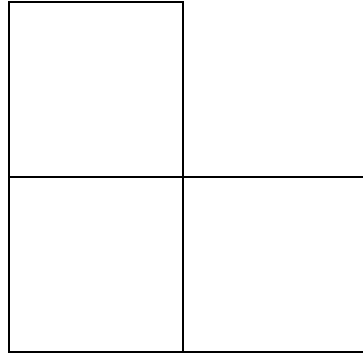
e) 29 , 31 , 37 , 41 , 43 , 47, **53, 59, 61,...**

Aquesta és una successió de números primers a partir del 29, per la qual cosa són menys coneguts.



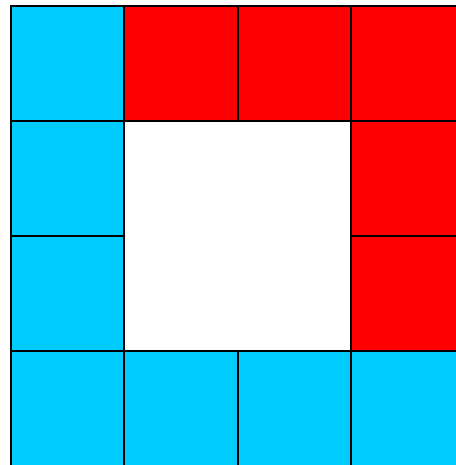
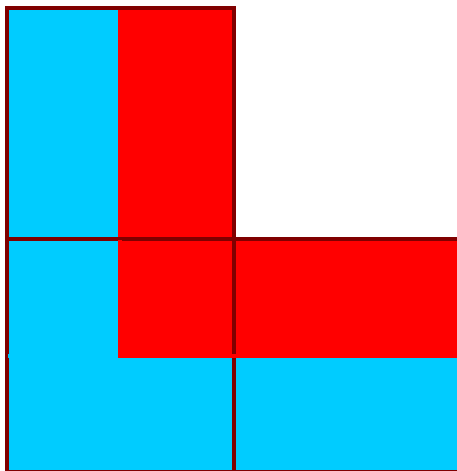
3. FEM UN MARC

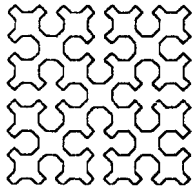
Mira la figura que hi ha baix. Imagina com podies retallar-la per formar dos quadrats, un dintre de l'altre. Dibuixa en la figura el tall i construeix amb les peces la figura resultant que et demanen.



Solució:

Tallarem la figura per on indica la línia de color i construïrem la figura de la dreta:





4. EL NOTARI

Un home en morir deixa una fortuna d'onze xifres a repartir en parts iguals entre els seus tres fills. Les xifres desordenades d'aquesta quantitat son 0 0 0 1 2 3 5 6 7 9 9

El notari trau la seva calculadora per esbrinar quina quantitat li tocava a cadascú i els diu:

- arrodonint els decimals, a cadascú li toca...
- Un moment!

Va dir un dels germans.

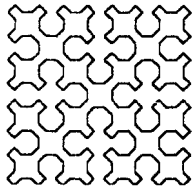
- Està vostè fent trampa !!

Com va descobrir el notari?

Solució:

La quantitat a repartir no la coneixem però sí les xifres que la componen, i com que cal dividir-la en tres parts iguals per als tres germans, tan sols cal aplicar el criteri de divisibilitat del tres; un número és divisible per tres si sumant les seves xifres s'obté un múltiple de tres.

Calculem aquesta suma amb les xifres de l'enunciat $0 + 0 + 0 + 1 + 2 + 3 + 5 + 6 + 7 + 9 + 9 = 42$, per la qual cosa la quantitat de l'herència a repartir és divisible per 3 i no té cap sentit parlar de decimals ja que la divisió és exacta.



5. OMLIM ELS BUI TS?

Col·loca els signes de les operacions omplint els buits blancs del quadre de baix adequadament per a que files i columnes donen com a resultat 16.

Solució:

2	x	2	x	2	x	2	=	16
x		x		x		÷		
3	x	2	+	5	x	2	=	16
+		x		+		x		
8	x	5	-	4	x	6	=	16
+		-		+		+		
2	x	4	-	2	+	10	=	16
16		16		16		16		

Completa les caselles del quadrat de baix amb nombres enters (positius i negatius) per a que s'acomplisquen els resultats indicats

Solució:

(+5)	+	(-3)	-	(+20)	=	(-18)
-		-		+		-
(+3)	-	(+2)	+	(-5)	=	(-4)
-		+		-		+
(-2)	+	(-5)	+	(+10)	=	(+3)
(+4)	+	(-10)	-	(+5)	=	(-11)