

**XXIX OLIMPIADA
MATEMÁTICA
FASE NACIONAL 2018**

Valencia, del 21 al 25 de junio de 2018



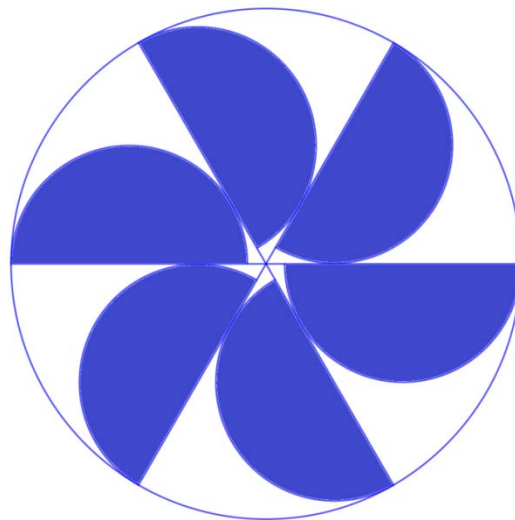
PRUEBA INDIVIDUAL

1. UN PATRÓN CON SEMICÍRCULOS

Un día, Juan y Miguel se pusieron a hacer en el suelo un patrón como el de la figura siguiente:

En la figura hay 6 semicírculos iguales y tangentes unos con otros, inscritos dentro de una circunferencia grande.

Si lo hicieron de forma que el radio de los semicírculos pequeños sea de 1 metro, ¿cuál será el radio de la circunferencia grande?



2. SUMAS QUE REPITEN CIFRAS

Observa las siguientes operaciones:

$$\underbrace{1111 \cdot 1111}_A - \underbrace{111 \cdot 11111}_B + \underbrace{1111}_C - \underbrace{111}_D + \underbrace{11}_E = 2011,$$

$$7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 - 7 \cdot 7 \cdot 7 - 7 \cdot 7 + 7 = 2016.$$

Si nos fijamos, solo estamos sumando, restando y multiplicando números que tienen todas sus cifras iguales, y además todos los sumandos (A , B , C , D y E en el primer ejemplo) son números distintos.

Escribe, si es posible, expresiones similares a estas que sumen 2017, 2018 y 2019 haciendo que todas las cifras sean iguales a 2. Haz lo mismo pero con todas las cifras iguales a 3.

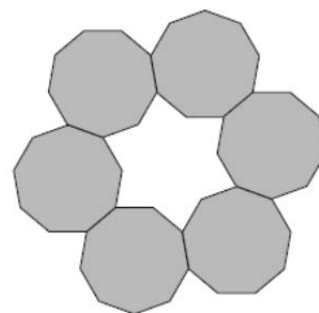
3. EL ANILLO DE POLÍGONOS

Un anillo simétrico está compuesto por m polígonos regulares idénticos, cada uno de n lados, de acuerdo con las siguientes reglas:

- Cada polígono en el anillo toca exactamente a otros dos.
- Dos polígonos adyacentes tienen un lado común.
- El perímetro de la región interna (la parte encerrada por el anillo), consiste en exactamente dos lados de cada polígono del anillo.

El siguiente ejemplo muestra un anillo con $m = 6$ y $n = 9$.

¿Para qué valores de m y n son posibles anillos de este tipo?



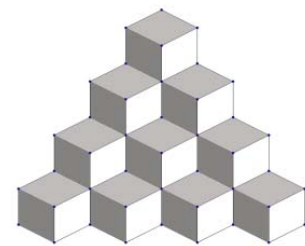
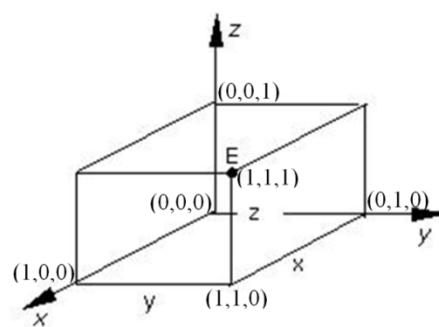
4. UN JUEGO CON DADOS

Ana, Bea y Clara han inventado un juego. Ponen en una mesa 60 dados, y por turnos (primero Ana, después Bea, y luego Clara) van retirando dados de la mesa a voluntad. Cada persona, cuando es su turno, sólo tiene tres opciones para retirar dados: 1 dado, 4 dados o 7 dados. El juego lo gana quien quite el último dado.

Si las tres son expertas en este juego, ¿quién ganará?

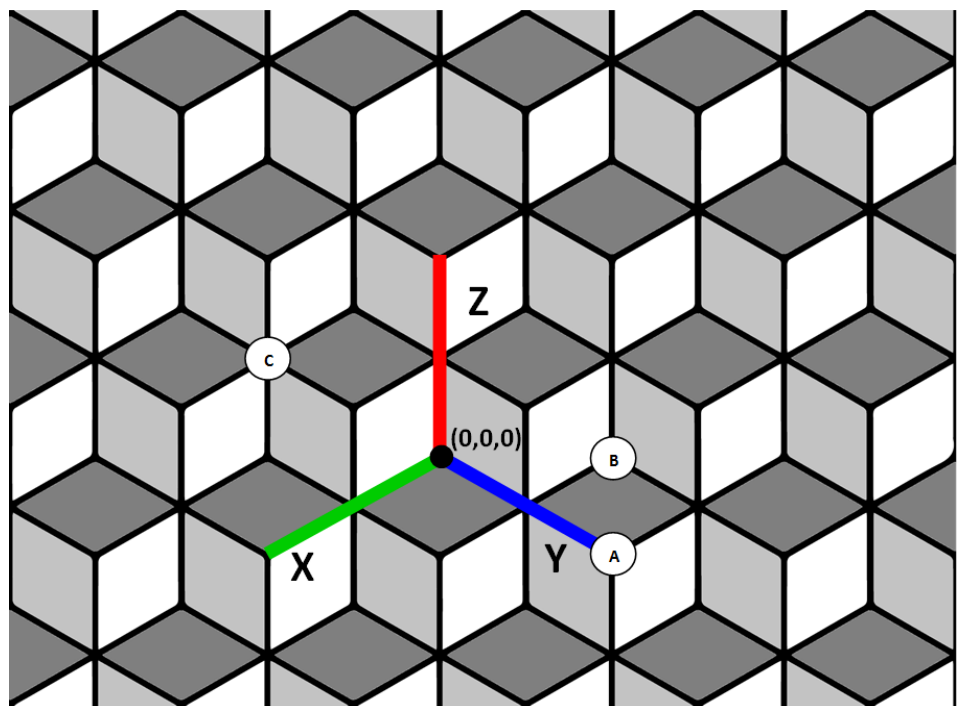
5. LA PARED INFINITA DE CUBOS

Hay una pared en la que hay dibujada una trama que parece formada por una infinidad de cubos apilados, de arista unidad. Si fijamos un origen de coordenadas en un punto de la pared, a cada uno de los vértices de los cubos sobre la pared le podemos asignar unas coordenadas en 3 dimensiones (x, y, z) como muestra la figura:



Ejemplo de cubos apilados

Los puntos A , B y C de la figura tendrían en este ejemplo las coordenadas (x, y, z) siguientes: $A(0,2,0)$; $B(-1,1,0)$ y $C(1,-1,1)$. Fíjate que un punto con coordenadas cualesquiera puede no ser un vértice de un cubo de la pared. Por ejemplo el punto $(-1,-1,-1)$ o el punto $(1,1,1)$ no corresponden a ningún vértice de los cubos de la pared.



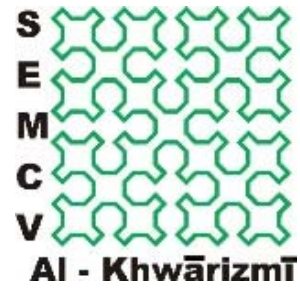
Se pregunta, teniendo en cuenta el origen de coordenadas dibujado en la figura, cuáles de los siguientes puntos corresponden a vértices de algún cubo de la pared y por qué:

$P(125, -98, -27)$; $Q(335, -131, -219)$; $R(-107, 24, 79)$; $S(1379, -3432, 2055)$ y $T(-129, 75, 55)$.

CONVOCA:



ORGANIZA:



COLABORAN:



CORTS VALENCIANES



AJUNTAMENT DE VALÈNCIA



UNIVERSITAT DE VALÈNCIA (UV) Facultat de Ciències Matemàtiques

