ABRIL 2014

LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES	SÁBADO	DOMINGO

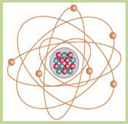
ABRIL 2014

1

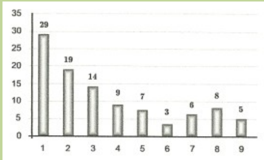
La vida media del carbono 14 se estima en 5600 años. ¿Qué edad tiene un fósil que contiene 10^{-1} de la cantidad original, si la desintegración sigue la ley

$$f(t) = m_0 \cdot e^{-kt}$$

con t medido en años?



2 – 3



La gráfica de la izquierda muestra el número de veces que aparece cada dígito significativo como primera cifra en una colección de datos. La nube de puntos se puede ajustar por una función: **$P = 26{,}6723 - 10{,}9399 \cdot \ln(S)$** donde P es el porcentaje y S un dígito significativo.

a) El gráfico sugiere que la frecuencia empírica del dígito ocho está desajustada respecto del modelo logarítmico. Calcula la diferencia entre el porcentaje empírico y teórico.

b) El gráfico se basa en una muestra de 216 datos, ¿cuántos se iniciarán con el dígito 1, de acuerdo con el modelo?

4 LEY DE BENFORD

La probabilidad P(n) de que un número empiece por el dígito n es

$$P(n) = \log\left(1 + \frac{1}{n}\right)$$

En una colección de números se sabe que la probabilidad de que la primera cifra sea cierto dígito es 0,058, ¿de qué dígito se trata?

5 – 6

El nivel del mar (en metros) registrado en la hora t ($t \in [0;\ 24]$) de cierto día, bien dado, por

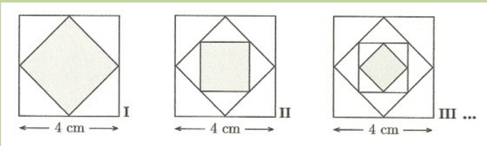
$$M(t) = 1{,}055 \cdot \text{sen}(0{,}507 \cdot t + 0{,}916) + 1{,}908$$

estando el argumento de la función seno expresado en radianes. Se puede pescar marisco si el nivel del mar pasa de 1,3 m.

Determina el periodo de tiempo en que es posible pescar marisco. Represента los gráficos en que te basas para dar la respuesta.

¿Cuál es la diferencia entre el nivel de 2,2 metros y el nivel mínimo del agua en el día?

7 – 8



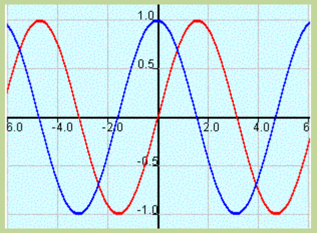
Unimos los puntos medios de los lados de un cuadrado de 4 cm de lado y obtenemos otro cuadrado. Repetimos sucesivamente esta operación. De esta forma conseguimos una sucesión de cuadrados, como indica la figura adjunta. Hallar la suma de las áreas de todos los cuadrados

9 – 10

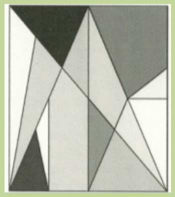
Sea dada la función:

$$F(x) = \text{sen}(2x) \cdot \cos x$$

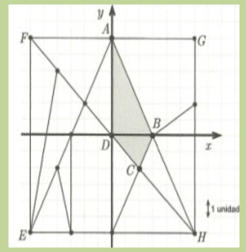
Hallar el área del triángulo de vértices ABC donde A es el punto de la gráfica de F(x) cuya ordenada es máxima y B y C son los puntos de intersección de la gráfica de F(x) con la recta y = 0,3



11 – 12



La figura muestra un Stomachion de Arquímedes de 12 unidades de lado. Fijado un sistema de referencia, de origen D, el punto A tiene coordenadas (0; 6). Hallar el simétrico de C respecto del eje de abcisas. Constata que el área del cuadrilátero ABCD (como la de cualquier otra zona del Stomachion) es un número racional



13

Los billetes de lotería tienen cinco cifras. ¿Cuántos de ellos tienen tres unos y dos cuatros?

14

El área, en hectáreas, afectada por una infección, viene dada por

$$A(t) = 2 - t + 5 \cdot \ln(t + 1)$$

donde t, medido en semanas, varia de 0 a 16. Hallar el área máxima afectada por la infección

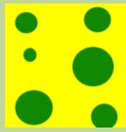
15 – 16

La concentración en sangre, C(t), medida en mg/l, de un cierto principio activo, t horas después de ser administrado, viene dada por:

$$C(t) = 2t \cdot e^{-0{,}3 \cdot t}$$

Determinar a qué hora es máxima la concentración del principio activo en sangre. Calcular e interpretar el $\lim_{t \to +\infty} C(t)$

17 – 18



Una caja contiene bolas, indistinguibles al tacto, numeradas de 1 a 20. Las bolas numeradas de 1 a 10 son de color verde, y las bolas numeradas de 11 a 20 de color amarillo. Consideramos la experiencia consistente en extraer dos bolas sin reemplazamiento y anotar el color de las bolas extraídas.

Determinar la probabilidad de que las dos bolas retiradas de la caja tengan colores diferentes.

Consideremos los sucesos: A = "la primera bola retirada es verde"; B = "la segunda bola retirada es amarilla" y C = "el número de la segunda bola retirada es par". Hallar $P(B \cap C / A)$

19 – 20

Los costes de fabricar x kilos diarios de un componente para la construcción de viviendas vienen dados por

$$c(x) = \frac{1}{15}x^2 + 80x + 250$$

El precio de venta de cada kilo está en función del número x de kilos producidos diariamente mediante la función

$$p(x) = 150 - \frac{1}{30}x$$

Si el beneficio b(x) viene dado por la resta entre la cantidad recaudada al vender los x quilos producidos y el coste de producir los x kilos, calcular la producción que aporta el máximo beneficio

21 – 22

Los alumnos de un instituto van a realizar una visita cultural a una ciudad cercana y se desplazarán en autobús. La compañía que va a realizar el viaje cobra 30 € por alumno si van 40 y reduce el precio en 0,5 € por cada estudiante adicional. El autobús puede transportar 65 alumnos como máximo. Obtener la función que da la recaudación de la empresa por realizar el trayecto en función del precio del billete cobrado a cada alumno en el intervalo [17,5; 30]. ¿Cuál es el precio por alumno que le interesa cobrar a la empresa para obtener el máximo ingreso?

23 – 24

Un constructor de coches desea saber cuál debe ser la velocidad media que debe aconsejar para que el consumo de gasolina sea el menor posible. Después de diversas pruebas llega a la conclusión de que la gasolina consumida por cada 100 Km viene dada por la función: $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde x es la velocidad media empleada.

Calcular a, b y c sabiendo que a la velocidad media de 70 km/h el consumo es de 8,6 l/100 km; a 100 km/h de 8,15 l/100 km; a 120 Km/h de 9,35 l/100 km. ¿A qué velocidad media el consumo es mínimo?. ¿A qué velocidad media el consumo es de 8,6 l/100 Km?

25 – 26

La altura, en m, que alcanza un balón golpeado desde el suelo viene dado por:

$$A(t) = -\frac{2}{3}t^2 + 4t$$

donde t es el tiempo en segundos desde 0 hasta 6 segundos. ¿Cuántos segundos han de transcurrir hasta que el balón alcance su altura máxima?. ¿Cuál es esa altura máxima?. ¿En que segundos el balón estará a cuatro metros y medio del suelo?. ¿A qué altura estará a los 1,8 segundos?. ¿En qué segundo se alcanzará esa misma altura?

27

Un alumno introduce el virus de la gripe en su centro. Si

$$N(t) = x_0 \cdot e^{k \cdot t}$$

es el número de infectados después de t días donde x_0 es el número de infectados en el origen de la infección y sabiendo que al cuarto día hay 25 infectados, ¿cuántos habrá a los seis días?

28

La desintegración del plutonio sigue la ley exponencial:

$$m(t) = m_0 \cdot e^{-k \cdot t}$$

donde m(t) es la masa que queda transcurridos t años y m_0 es la masa inicial. Sabiendo que después de 15 años el 0,043% de la cantidad inicial se ha desintegrado, determinar su vida media o periodo de semidesintegración

29 – 30

Se sabe que determinadas bacterias crecen de tal forma que su número en la hora t viene dado por:

$$N(t) = k \cdot a^t$$

Se dispone de un cultivo de 50 bacterias. En un instante determinado hemos realizado el recuento aproximado, obteniendo un total de 1100. Al cabo de cinco horas tenemos 3000 bacterias. Determinar el porcentaje de crecimiento por hora. ¿Cuánto tiempo transcurrió desde el inicio de la experiencia hasta el primer recuento?. ¿Cuántas bacterias habrá después de un día de iniciada la experiencia?

"….modelar significa estructurar el campo o situación que va a modelarse, traducir la realidad a una estructura matemática, interpretar los modelos matemáticos en términos reales, trabajar con el modelo matemático, reflexionar, analizar, criticar y comunicar el modelo y sus resultados, dirigir y controlar el proceso…..." (PISA 2003. Pruebas de matemáticas y de resolución de problemas. INECSE)

Selección: Maurici Contreras del Rincón. IES "Benicalap"