SOLUCIONES ENERO 2017

Autor: José Miguel Bernabéu. IES “Mutxamel”

Enero 1, 8: ¿Cuánto es el 5% del 10% del 20% del 40% del 80% de 2500?

Nivel: A partir de 2ESO.

Solución: 0,05·0,10· 0,20·0,40·0,80·2500 = 0,8

Enero 2: He repartido el 30% de un premio de lotería entre familiares y me han quedado 63000 €. ¿A cuánto ascendía el premio?

Nivel: A partir de 2ESO.

Solución: 0,7·x = 63000 $\Rightarrow \ \mathrm{x} = \frac{63000}{0,7} = 90000$

Enero 3: Después de aumentar un 22% la longitud de un salto, este alcanzó los 183 m. ¿Cuánto medía el salto inicial?

Nivel: A partir de 2ESO.

Solución: 1,22·x = 183 $\Rightarrow \ \mathrm{x} = \frac{183}{1,22} = 150 \text{ m}$

Enero 4: El año pasado cobraba 560 € al mes. Este año cobro 980 € al mes. ¿Cuál ha sido el porcentaje de subida?

Nivel: A partir de 3ESO.

Solución:

$$\left(1 + \frac{\mathrm{x}}{1000}\right) \cdot 560 = 980 \ \ \Rightarrow \ \ \mathrm{x} = \left(\frac{980}{560} - 1\right) \cdot 100 = 75\%$$

Enero 5, 6: Al tapar una olla ahorramos el 20% de tiempo de cocción. ¿Cuánto tardará en realizarse, con la olla tapada, un guiso que necesitaba una hora y veinte minutos con la olla destapada? ¿Cuánto tardará en realizarse, con la olla destapada, un guiso que necesitaba una hora y veintiocho minutos con la olla tapada?

Nivel: A partir de 2ESO.

Solución:

$$\mathrm{T_t} = 0,8 \cdot \mathrm{T_a} = 0,8 \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) = \frac{16}{15} = 1\text{h } 4', \quad \mathrm{T_t} = 0,8 \cdot \mathrm{T_a} \ \Rightarrow \ \mathrm{T_a} = \frac{1\text{h } 28'}{0,8} = \frac{1 + \frac{7}{15}}{0,8} = \frac{11}{6} = 1\text{h } 50'$$

Enero 7: En las rebajas compre unos pantalones, con un 40% de descuento, que me costaron 63 €. ¿Qué costaban antes de rebajas?

Nivel: A partir de 2ESO.

Solución: p = 0,6·P $\Rightarrow$ 63 = 0,6 · P $\Rightarrow \ \mathrm{P} = \frac{63}{0,6} = 105$ €

Enero 9, 10: Los 3/7 de los alumnos de un colegio practica el fútbol, y uno de cada cinco alumnos practica el básquet. Sabiendo que no hay nadie que practique los dos deportes: ¿Qué porcentaje de alumnos practica fútbol? ¿Qué porcentaje practica el básquet? ¿Qué porcentaje no practica ninguno de los dos deportes?

Nivel: A partir de 2ESO.

Solución:

$$\frac{3}{7}=\frac{\mathrm{x}}{100} \;\Rightarrow\; \frac{300}{7}=\mathrm{x}=42,\widehat{857142}\%$$

$$\frac{1}{5}=\frac{\mathrm{x}}{100} \;\Rightarrow\; \mathrm{x}=\frac{100}{5}=20\%$$

$$1-\left(\frac{3}{7}+\frac{1}{5}\right)=\frac{13}{35}=\frac{\mathrm{x}}{100} \;\Rightarrow\; \mathrm{x}=\frac{1300}{35}=37,1\widehat{42857}\%$$

Enero 11: Un dependiente dice que se obtiene un beneficio del 150% en la venta de cada artículo, mientras que otro dice que el beneficio es sólo del 60%. ¿Cómo puede ser esto?

Nivel: A partir de 3ESO.

Solución: Este es un ejemplo típico de que en el lenguaje de los porcentajes ha de quedar claro quién es la base de referencia. Imaginemos un producto que se compra a 100 € y se vende a 250 €. Entonces, la ganancia es de (250 – 100 =) 150 €, y:

$$\frac{150}{250}\cdot 100=60\%\;; \qquad \frac{150}{100}\cdot 100=150\%$$

Hay un 150% de beneficio sobre el precio de compra, pero un 60% de beneficio sobre el precio de venta.

Enero 12: Si sumamos 300 más el 50% de 300 más el 50% del 50% de 300 y así sucesivamente, ¿qué obtenemos?

Nivel: A partir de 3ESO.

Solución: $300 + 0,5\cdot 300 + 0,5^2\cdot 300 + 0,5^3\cdot 300 + \cdots\cdots$ = Suma de todos los términos de una PG de razón r = 0,5 y primer término 300 = $\frac{a_1}{1-r}=\frac{300}{1-0,5}=600$

Enero 13: Si aumentamos una cantidad en un 30% y el resultado lo reducimos otro 30%, no se queda igual. ¿Puedes explicar qué ocurre?

Nivel: A partir de 3ESO.

Solución:

$$\mathrm{x} \;\rightarrow\; \left(1+\frac{30}{100}\right)\cdot \mathrm{x} \;\rightarrow\; \left(1-\frac{30}{100}\right)\left(1+\frac{30}{100}\right)\cdot \mathrm{x} = \left(1-\frac{9}{100}\right)\cdot \mathrm{x}$$

Es decir, hay una disminución del 9%

Enero 14: Al nacer pesé 4,2 Kg. El primer año aumenté un 175% y en lo que llevo del segundo he aumentado un 24%. ¿Cuánto peso ahora?

Nivel: A partir de 3ESO.

Solución:

$$4{,}2 \xrightarrow{175\%\uparrow} 2{,}75 \cdot 4{,}2 \xrightarrow{24\%\uparrow} 1{,}24 \cdot 2{,}75 \cdot 4{,}2 = 14{,}322 \text{ kg}$$

Enero 15: Si en el año en que se descubrió América, alguien hubiese puesto un euro a interés compuesto del 4%, ¿cuánto tendría ahora?

Nivel: A partir de 3ESO.

Solución: América fue descubierta en 1492 por Cristóbal Colón. Tenemos:

$$\mathrm{C_f} = \mathrm{C_i} \cdot \left(1 + \frac{\mathrm{r}}{100}\right)^{\mathrm{n}} = \left\{\begin{matrix} \mathrm{C_i} = 1 \\ \mathrm{r} = 4 \\ \mathrm{n} = (2016 - 1492 =)524 \end{matrix}\right\} = 1 \cdot \left(1 + \frac{4}{100}\right)^{524} = 842305802{,}7€$$

Enero 16: En un banco me dan el 8% anual acumulable año a año, en un plazo fijo. Si invertimos 15.000 € durante diez años, ¿cuánto dinero nos devolverán?

Nivel: A partir de 3ESO.

Solución:

$$\mathrm{C_f} = \mathrm{C_i} \cdot \left(1 + \frac{\mathrm{r}}{100}\right)^{\mathrm{n}} = \left\{\begin{matrix} \mathrm{C_i} = 15000 \\ \mathrm{r} = 8 \\ n = 10 \end{matrix}\right\} = 15000 \cdot \left(1 + \frac{8}{100}\right)^{10} \cong 32383{,}88€$$

Enero 17, 18: Invertí 5.000 € en acciones y las vendí al cabo de tres años. Si el primer año subieron un 9%, en el segundo volvieron a subir un 17% y en el tercero bajaron un 5%, ¿cuánto dinero recogí de toda la operación?

Nivel: A partir de 3ESO.

Solución:

$$5000 \xrightarrow{9\%\uparrow} 5000 \cdot 1{,}09 \xrightarrow{17\%\uparrow} 5000 \cdot 1{,}09 \cdot 1{,}17 \xrightarrow{5\%\downarrow} 5000 \cdot 1{,}09 \cdot 1{,}17 \cdot 0{,}95 \cong 6057{,}68€$$

Enero 19: ¿Cuántos alumnos debe haber, como mínimo, para que la probabilidad de que dos de ellos cumplan años el mismo día sea al menos del 50%?

Nivel: A partir de 4ESO.

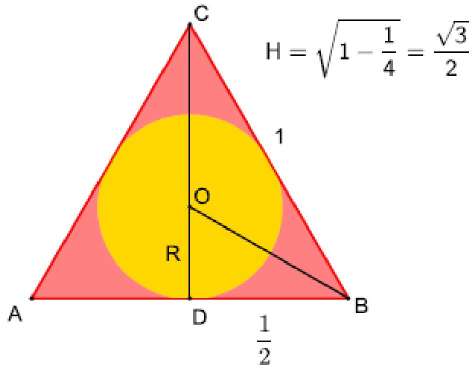
Solución: Con grupos de 23 alumnos ya se cumple, pues:

$$1 - \frac{\mathrm{V}_{365,23}}{\mathrm{VR}_{365,23}} = 0{,}5073 = 50{,}73\%$$

Enero, 20: ¿Qué porcentaje del área de un triángulo equilátero ocupa su círculo inscrito?

Nivel: A partir de 3ESO.

Solución: Aplicaremos el hecho de que el incentro de un triángulo equilátero está en la altura del triángulo y dista un tercio de la base, (este hecho también puede obtenerse de la semejanza de los triángulos ΔDCB y ΔDBO ya que ambos son 30°-60°-90°) con lo que:



$$R = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

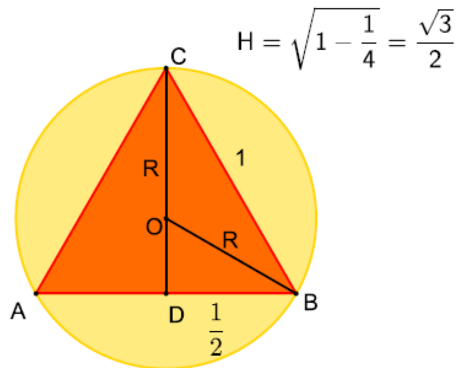
Y tendremos:

$$\frac{A_c}{A_t} \cdot 100 = \frac{\pi \cdot R^2}{\frac{1 \cdot \sqrt{3}}{4}} = \frac{\pi \cdot {}^{1}/_{12}}{{}^{\sqrt{3}}/_{4}} \cdot 100 = 60{,}4599 \ldots . \%$$

Enero 21: ¿Qué porcentaje del área de un triángulo equilátero ocupa su círculo circunscrito?

Nivel: A partir de 3ESO.

Solución: Aplicaremos el hecho de que el circuncentro de un triángulo equilátero está en la altura del triángulo y dista dos tercios del vértice, (este hecho también puede obtenerse de la semejanza de los triángulos ΔDCB y ΔDBO ya que ambos son 30°-60°-90°) con lo que:



$$R = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Y tendremos:

$$\frac{A_t}{A_c} \cdot 100 = \frac{{}^{\sqrt{3}}/_{4}}{{}^{\pi}/_{3}} \cdot 100 = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{4 \cdot \pi} \cdot 100 = 41{,}3496 \ldots . \%$$

Enero 22: Obtén la fórmula que da el porcentaje de área que ocupa un círculo inscrito en un polígono regular de n lados

Nivel: A partir de 4ESO.

Solución: Sea c = 1 el lado del polígono, entonces se cumple lo expresado en la figura 1. Queda formado un triángulo rectángulo (Fig 2) en el que:

Fig 1

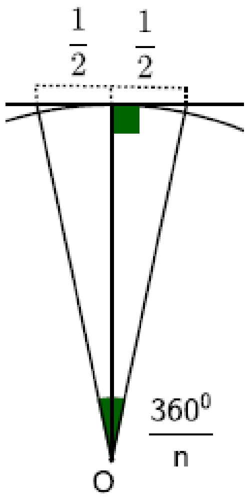
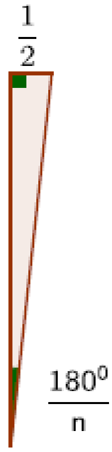


Fig 2



$$\operatorname{tg}\frac{180°}{n} = \frac{1/2}{R} = \frac{1}{2R} \Rightarrow R = \frac{1}{2 \cdot \operatorname{tg}(180°/n)}$$

Con ello:

$$A_P = n \cdot A_t = n \cdot \frac{1 \cdot R}{2} = n \cdot \frac{1}{4 \cdot \operatorname{tg}(180°/n)}$$

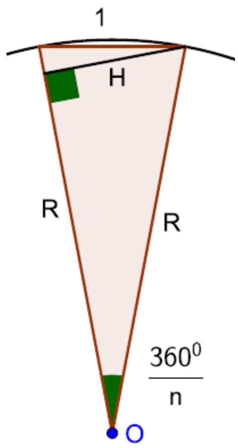
$$A_c = \pi \cdot R^2 = \frac{\pi}{4\operatorname{tg}^2(180°/n)}$$

$$\frac{A_c}{A_P} \cdot 100 = \frac{\pi \cdot 100}{n \cdot \operatorname{tg}(180°/n)}$$

Enero 23: Obtén la fórmula que da el porcentaje de área que ocupa un círculo circunscrito en un polígono regular de n lados

Nivel: A partir de 4ESO.

Solución: Tenemos la figura adjunta formada por un triángulo generador del polígono regular de base 1 y el círculo circunscrito. Entonces:



$$A_P = n \cdot A_t = n \cdot \frac{R \cdot H}{2} = n \cdot \frac{1}{2} \cdot R^2 \cdot \sin\left(\frac{360°}{n}\right)$$

$$A_c = \pi \cdot R^2$$

$$\frac{A_P}{A_c} \cdot 100 = \frac{n}{2} \cdot 100 \cdot \frac{\sin\left(\frac{360°}{n}\right)}{\pi} = \frac{50n \cdot \sin\left(\frac{360°}{n}\right)}{\pi}$$

Enero 24: ¿Cuántos lados debe tener un polígono regular para que su área y la del círculo circunscrito difieran menos del 1%?

Nivel: A partir de 4ESO.

Solución: Utilizando la fórmula obtenida en el problema anterior debemos hallar n tal que:

$$\frac{50n \cdot \sin\left(\frac{360°}{n}\right)}{\pi} \geq 0{,}99$$

Utilizando una hoja de cálculo obtenemos

n	(50*n*sin(2*PI()/n))/PI()
3	41,3496671566344
4	63,6619772367581
5	75,6826728640657
6	82,6993343132688
7	87,102641569756
8	90,0316316157106
9	92,0725428958529
10	93,5489283788639
11	94,6502243888316
12	95,4929658551372
13	96,1518870001444
14	96,6766385308552
15	97,1012209231763
16	97,4495358404433
17	97,7387746015442
18	97,9815536051016
19	98,187298532156
20	98,3631643083466
21	98,5146603197592
22	98,6400839127102
23	98,7608264477086
24	98,8615929465369
25	98,9505620981308
26	99,029504419782
27	99,0998706170726
28	99,1628584256033
29	99,2194637168532
30	99,2705199607207
31	99,3167289784997
32	99,3586851144206
33	99,3968943866298
34	99,4317897742822

Que aporta como solución $n \geq 26$

Enero 25: De 1990 hasta 2000 la población de Taχaχi aumentó un 21%. Desde el 2000 hasta el 2010 disminuyó un 14%. Si en 2010 la población era de 185.000 habitantes, ¿cuántos eran en 1990?

Nivel: A partir de 3ESO.

Solución: Tenemos:

$$x \xrightarrow{\uparrow 21\%} 1{,}21 \cdot x \xrightarrow{\downarrow 14\%} 0{,}86 \cdot 1{,}21 \cdot x = 185000 \;\Rightarrow\; x = \frac{185000}{1{,}21 \cdot 0{,}86} = 177.782$$

Enero 26: El boro tiene dos isótopos: uno con masa atómica 10 y una abundancia del 20% y otro de masa atómica 11 y una abundancia del 80%. ¿Cuál será su masa atómica media?

Nivel: A partir de 2ESO.

Solución: M = 0,2·10 + 0,8·11 = 10,8

Enero 27: Si la base de un rectángulo aumenta un x% y la altura disminuye un y%, ¿cuál es el área del nuevo rectángulo?

Nivel: A partir de 3ESO.

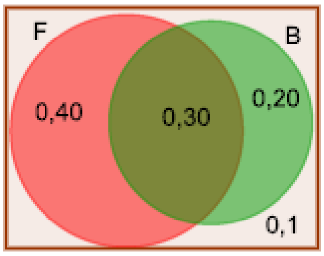
Solución: Si designamos por B, H, (b y h) la base y altura después de la variación porcentual (antes de la variación porcentual), tendremos:

$$\mathrm{A_n} = \mathrm{B} \cdot \mathrm{H} = \left(1 + \frac{\mathrm{x}}{100}\right) \cdot \mathrm{b} \cdot \left(1 - \frac{\mathrm{y}}{100}\right) \cdot \mathrm{h} \cdot = \left(1 + \frac{\mathrm{x}}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{\mathrm{y}}{100}\right) \cdot \mathrm{A_a}$$

Enero 28, 29: El 70% de los alumnos de un instituto juegan al fútbol; el 40% juegan al fútbol, pero no al básquet; el 10% no juega ni al fútbol ni al básquet. ¿Cuántos alumnos juegan al básquet, pero no al fútbol? ¿Cuántos alumnos juegan a ambos deportes?

Nivel: A partir de 2ESO.

Solución: Tendremos el siguiente diagrama de Venn:



De donde: $B \cap \bar{F} \ \rightarrow \ 20\%; \qquad B \cap F \ \rightarrow \ 30\%$

Enero 30: La base de un triángulo aumenta un x%, ¿qué porcentaje debe disminuir la altura para que el área sea la misma para los dos triángulos?

Nivel: A partir de 3ESO.

Solución: Si designamos por B, H, (b y h) la base y altura después de la variación porcentual (antes de la variación porcentual), tendremos:

$$\mathrm{A_n} = \frac{\mathrm{B} \cdot \mathrm{H}}{2} = \left(1 + \frac{\mathrm{x}}{100}\right) \cdot \mathrm{b} \cdot \left(1 - \frac{\mathrm{y}}{100}\right) \cdot \mathrm{h} \cdot \frac{1}{2} = \left(1 + \frac{\mathrm{x}}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{\mathrm{y}}{100}\right) \cdot \mathrm{A_a}$$

Por lo tanto, debe cumplirse:

$$\left(1 + \frac{\mathrm{x}}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{\mathrm{y}}{100}\right) = 1$$

Despejando y tendremos:

$$\left(1 + \frac{\mathrm{x}}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{\mathrm{y}}{100}\right) = 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{100} - \frac{y}{100} - \frac{x \cdot y}{10000} = 0 \quad \Rightarrow \quad 100x - 100y - xy = 0$$

$$\Rightarrow \quad y = \frac{100x}{100 + x}$$

Enero 31: ¿Es cierto que el x% de y es lo mismo que el y% de x?

Nivel: A partir de 2ESO.

Solución:

$$x\% \text{ de y} = \frac{\mathrm{x}}{100} \cdot \mathrm{y} = \frac{\mathrm{x} \cdot \mathrm{y}}{100} = \frac{\mathrm{y}}{100} \cdot \mathrm{x} = \mathrm{y}\% \text{ de x}$$