SOLUCIONES FEBRERO 2017

Autor: José Colón Lacalle. Profesor jubilado

Colección preparada en el año 2000 para la Olimpiada de Secundaria (OMS) del primer ciclo de la ESO

Febrero 1: Juan y su hijo midieron el largo de uno de sus huertos. Juan dio pasos de 72 cm y su hijo, pasos de 54 cm. Quedaron las huellas de 61 pisadas, pero a veces la misma marca correspondía a dos pisadas, una de Juan y otra de su hijo. ¿Cuál es el largo del terreno?

Nivel: A partir de 1ESO.

Solución: Como mcm (54, 72) = 216 (= 4·54 = 3·72), en 216 cm hay cuatro huellas del hijo y tres del padre. Puesto que la última de los dos coincide, en 2016 cm hay tres huellas del hijo, dos del padre y una última superpuesta de los dos, que hacen un total de seis huellas. Como se cuentan 61 huellas y 61 = 6·10 + 1 hay seis longitudes de 216 cm (la 1 sería la del inicio de la cuenta). Por lo tanto, la longitud de la finca es de (216·10 =) 2160 cm

Febrero 2: Si mido un rollo de cuerda de dos en dos metros me sobra uno. Si lo mido de tres en tres me sobran dos. Si lo hago de cuatro en cuatro me sobran tres. Si lo hago de cinco en cinco me sobran cuatro. Si lo hago de seis en seis me sobran cinco. ¿Cuál es la longitud de la cuerda si sabemos que es menor de 100 metros?

Nivel: A partir de 1ESO.

Solución: Buscamos el menor número x (< 100) que se pueda expresar como: 2n + 1, y como 3m + 2, y como 4p +3, y como 5q + 4, y como 6k + 5. Si escribimos todos los números que van cumpliendo las anteriores condiciones encontraremos el común en todas las series

2n + 1: 3, 5, 7, 9, 11, 13,15, ⋯⋯⋯⋯, 43, 45, 47, 49, 51, 53, 55, 57, **59**

3m + 2: 5, 8, 11, 14, 17, 20, ⋯⋯⋯⋯, 44, 47, 50, 53, 56, **59**

4p + 3: 7, 11, 15, 19, 23, 27, ⋯⋯⋯, 43, 47, 51, 55, **59**

5q + 4: 9, 14, 19, 24, 29, ⋯⋯⋯, 44, 49, 54, **59**

6k + 5: 11, 17, 23, 29, ⋯⋯⋯⋯, 41, 47, 53, **59**

Febrero 3: A una fiesta acuden 22 personas. Aitana baila con 7 chicos, Silvia con 8, Amaya con 9, y así sucesivamente hasta llegar a Laia que baila con todos los chicos. ¿Cuántos chicos y chicas había en la fiesta?

Nivel: A partir de 1ESO.

Solución: Supongamos que haya x chicas. Como la primera baila con 7 (6 + 1) chicos, la segunda con 8 (6 + 2) chicos, la tercera con 9 (6 + 3) chicos, la última (x) bailará con x + 6 chicos, que ha de coincidir con todos los chicos (22 – x). Tendremos, entonces:

x + 6 = 22 – x, 2x = 16, x = 8

Por tanto, hay 8 chicas y (22 – 8 =) 14 chicos.

Febrero 4: Para numerar las páginas de un libro hacen falta 3.005 dígitos. ¿Cuántas páginas tiene el libro?

Nivel: A partir de 1ESO.

Solución: Iremos contando el número de dígitos que se van necesitando para generar los sucesivos números.

Números		Total, de dígitos utilizados hasta el último número de la fila
1, ………., 9		9
10, ……….,99	90 números de 2 cifras cada uno (90·2)	180 + 9 =189
100, …….., 999	900 números de 3 cifras cada uno (900·3)	2700 + 189 = 2889

Como: 3005 – 2889 = 116, aún nos quedan (116 : 4 =) 29 números cada uno de ellos de cuatro cifras. El primero de esos números sería 1000, el segundo 1001, ……, el último sería 1028. Luego el libro tiene 1028 páginas.

Febrero 5: Un reloj digital marca la hora y la fecha con diez dígitos de la siguiente manera:

1	5	4	3	2	6	0	7	8	9
hora		min		día		mes		año	

Este instante es el último del año 1989 en que se utilizan los diez dígitos cada uno una sola vez. ¿Cuál es la siguiente fecha en que ocurre esta misma circunstancia?

Nivel: A partir de 1ESO.

Solución: Por prueba y error vamos probando primero con el año 90, luego con el mes 12 (el mes 0x o 11, no puede ser), luego con el día 31 (los días 0x, 1x, 2x, 30 no pueden ser) y llegamos a que es imposible que pase lo enunciado en el año 1990 (pues debe repetirse dos veces el 1). Luego probamos con el año 91. Y al final llegamos a

1	7	5	8	2	6	0	4	9	3
hora		min		día		mes		año	

Febrero 6,7: En el I. E. S. “La Plana” cada alumno tiene una taquilla en la que guardar sus pertenencias. El primer día del curso los alumnos se ordenan alfabéticamente y se realiza el ritual que sigue:

El primer estudiante abre todas las taquillas. El segundo cierra todas las taquillas pares. El tercero cambia la situación de cada tercera taquilla (abre las cerradas y cierra las abiertas), el cuarto cambia la situación de cada cuarta taquilla y así sucesivamente: ¿Qué taquillas quedan abierta cuando han terminado todos los estudiantes?

Nivel: A partir de 1ESO.

Solución: Este es el conocido como el problema del hotel de Hilbert. Para comprender lo que dice el enunciado veremos qué pasa los primeros días con las primeras taquillas con una tabla de doble entrada

Día\Hab	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
2	A	C	A	C	A	C	A	C	A	C	A	C	A	C	A	C	A	C
3	A	C	C	C	A	A	A	C	C	C	A	A	A	C	C	C	A	A
4	A	C	C	A	A	A	A	A	C	C	A	C	A	C	C	A	A	A
5	A	C	C	A	C	A	A	A	C	A	A	C	A	C	A	A	A	A
6	A	C	C	A	C	C	A	A	C	A	A	A	A	C	A	A	A	C
7	A	C	C	A	C	C	C	A	C	A	A	A	A	A	A	A	A	C
8	A	C	C	A	C	C	C	C	C	A	A	A	A	A	A	C	A	C

Ya podemos extraer conclusiones: Lo que pasa con una taquilla depende de los divisores del número de la taquilla. Por ejemplo, en la taquilla 6 (divisores 1, 2, 3, 6) el día 1 se abre la taquilla, el día 2 se cierra, el día 3 se abre y el día 6 se cierra y PERMANECE ASÍ todos los siguientes días

Si un número tiene un número par de divisores la taquilla quedará cerrada, mientras que si un número tiene un número impar de divisores la taquilla quedará abierta

Quedarán abiertas las taquillas que tengan un número impar de divisores

Recordemos que si $N=p^r \cdot q^s \cdot t^u \cdots\cdots x^y$ el número de divisores de N es $(r+1)\cdot(s+1)\cdot(u+1)\cdots\cdots(y+1)$.

Por tanto, si N tiene un número impar de divisores cada uno de los paréntesis ha de ser impar, es decir cada exponente de la expresión factorial de N ha de ser par. Es decir, $N = (p^a \cdot q^b \cdot t^c \cdots\cdots x^n)^2$, es decir N debe ser un cuadrado perfecto. Quedarán abiertas las taquillas que estén numeradas con cuadrados perfectos.

Febrero 8: Hay que tostar tres rebanadas de pan. Caben dos rebanadas cada vez. Se tarda 30 segundos en tostar una cara de una rebanada, 5 en colocarla o sacarla y tres segundos en darle la vuelta. ¿Cuál es el mínimo tiempo necesario para tostar las tres rebanadas?

Nivel: A partir de 1ESO.

Solución: Para simplificar establecemos las siguientes claves:

1. Rebanadas: A, B, C,
2. Colocar rebanadas: CA, CB, CC,
3. Sacar rebanadas; SA, SB, SC,
4. Colocar segunda cara de la rebanada: CAA, CBB, CCC,
5. Sacar rebanada totalmente tostada: SAA, SBB, SCC.
6. Termina la operación: TAA

Acción terminada	CA	CB	SA	CC	CBB	CCC	SBB	CAA	SCC	TAA
Tiempo en segundos	5	10	40	45	48	78	83	88	113	118

Febrero 9: En una ciudad, 2/3 de los hombres están casados con los 3/5 de las mujeres. Si nunca se casan con forasteros, ¿cuál es la proporción de solteros de la ciudad?

Nivel: A partir de 1ESO.

Solución: Se asume que los matrimonios son entre personas de distinto sexo y que todos los matrimonios son monógamos. Tendremos, suponiendo que hay x hombres e y mujeres:

	casados	solteros	
hombres	2x/3	x/3	x
mujeres	3y/5	2y/5	y
			x + y

Como: $\frac{2x}{3} = \frac{3y}{5} \;\Rightarrow\; y = \frac{10x}{9}$, y entonces:

Proporción de hombres solteros:

$$\frac{\frac{x}{3}}{x+y} = \frac{\frac{x}{3}}{x+\frac{10x}{9}} = \frac{3}{19}$$

Proporción de personas solteras:

$$\frac{\frac{x}{3}+\frac{2y}{5}}{x+y} = \frac{\frac{5x+6y}{15}}{x+\frac{10x}{9}} = \frac{\frac{5x+6\,{}^{10x}/_{9}}{15}}{\frac{19x}{9}} = \frac{7}{19}$$

Febrero 10: Un reloj digital marca la hora y la fecha con diez dígitos de la siguiente manera:

1	5	4	3	2	6	0	7	8	9
hora		min		día		mes		año	

Este instante es el último del año 1989 en que se utilizan los diez dígitos cada uno una sola vez. ¿Cuál es la primera fecha del siglo actual en que ocurre esta misma circunstancia?

Nivel: A partir de 1ESO.

Solución: Por prueba y error vamos probando primero con el año 01, luego con el mes 12 (el mes 0x o 11, no puede ser), luego con el día 31 (los días 0x, 1x, 2x, 30 no pueden ser) y llegamos a que es imposible que pase lo enunciado en el año 2001 (pues debe repetirse dos veces el 1). Luego probamos con el año 2002. Y al final llegamos a

1	8	5	9	2	7	0	6	3	4
hora		min		día		mes		año	

Febrero 11: En una reunión hay 20 personas y todas se saludan dándose un apretón de manos. ¿Cuántos apretones se habrán dado cuando todas las personas se hayan saludado?

Nivel: A partir de 1ESO.

Solución: Un apretón de manos se produce entre dos personas. Hay tantos apretones de manos como parejas de personas. La primera de las dos parejas puede ser cualquiera de las 20 presentes, la segunda tiene que ser diferente de la primera, es decir puede ser cualquiera de las 19 personas restantes. Hay por tanto 20·19 posibilidades. Pero de esta manera cada pareja la contamos dos veces, la primera cuando la primera persona es tenida en cuenta en primer lugar y la segunda cuando es tenida en cuenta en segundo lugar. Luego hay

$$\frac{20 \cdot 19}{2} = 120$$

apretones de mano.

Febrero 12: En un pueblo de 2.550 habitantes, 3 se enteraron de una noticia a las 8 de la mañana. Si cada persona comunica la noticia a otras 3 cada media hora, ¿a qué hora la conocerán todos los vecinos?

Nivel: A partir de 1ESO.

Solución: Si cada persona que conoce la noticia la comunica a otras tres personas que no la conocen, tendremos:

Hora	Personas que conocen la noticia
8:00	3
8:30	3 + 3·3 = 3·(1 + 3) = 3·4 =12

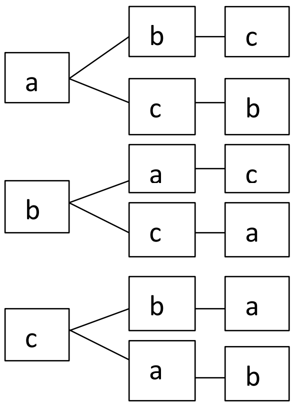
9:00	12 + 12·3 = 12·(1 + 3) = 12·4 = 48
9:30	48 + 48·3 = 48·(1 + 3) = 48·4 = 192
10:00	192 + 192·3 = 192·(1 + 3) = 192·4 = 768
10:30	768 + 768·3 = 768·(1 + 3) = 768·4 = 3072

Por lo tanto, en algún momento entre las 10:00 y las 10:30, ya conoce la noticia todo el pueblo

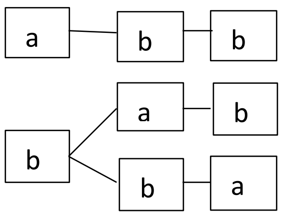
Febrero 13: En un juego se lanzan tres dados al aire y se suman las puntuaciones obtenidas. ¿Qué resultado es el más probable?

Nivel: A partir de 1ESO.

Solución: Si tenemos tres números diferentes, esos tres números pueden ordenarse de seis maneras diferentes:



Si tenemos tres números, dos de ellos iguales, los números pueden ordenarse de 3 maneras



Y, obviamente si tenemos tres números iguales, los números pueden ordenarse de una única forma.

Puntos	Maneras de conseguir la puntuación de la fila	total
3	(1, 1, 1)	1
4	(2, 1, 1)	3
5	(3, 1, 1) (2, 2, 1)	6
6	(4, 1, 1) (3, 2, 1) (2, 2, 2)	10

7	(5, 1, 1) (4, 2, 1) (3, 3, 1) (3, 2, 2)	15
8	(6, 1, 1) (5, 2, 1) (4, 3, 1) (4, 2, 2) (3, 3, 2)	21
9	(6, 2, 1) (5, 3, 1) (5, 2, 2) (4, 3, 2) (4, 4, 1) (3, 3, 3)	25
10	(6, 3, 1) (6, 2, 2) (5, 3, 2) (5, 4, 1) (4, 4, 2) (4, 3, 3)	27
11	(6, 4, 1) (6, 3, 2) (5, 5, 1) (5, 4, 2) (5, 3, 3) (4, 4, 3)	27
12	(6, 3, 3) (6, 4, 2) (6, 5, 1) (5, 5, 2) (5, 4, 3) (4, 4, 4)	25
13	(6, 6, 1) (6, 5, 2) (6, 4, 3) (5, 5, 3) (5, 4, 4)	21
14	(6, 6, 2) (6, 5, 3) (6, 4, 4) (5, 5, 4)	15
15	(6, 6, 3) (6, 5, 4) (5, 5, 5)	10
16	(6, 6, 4) (6, 5, 5)	6
17	(6, 6, 5)	3
18	(6, 6, 6)	1

Luego la puntuación más probable es la puntuación 10 u 11.

Febrero 14: Dos jugadores colocan 10 fichas sobre la mesa. Por turnos, cada jugador puede coger una o dos fichas. El que coge la última pierde. ¿Hay alguna táctica que siempre lleve al éxito?

Nivel: A partir de 1ESO.

Solución: Gana siempre el segundo. Para ello tienen que coger entre el primero y el segundo tres fichas. Es decir, si el primero coge dos, el segundo coge una y viceversa.

Febrero 15: Se quiere construir una estación en Venus. La atmósfera del planeta es tóxica. La estación se compone de 7 módulos cúbicos de lado 3 m. ¿Cómo han de colocarse los módulos para minimizar la superficie expuesta a la atmósfera?

Nivel: A partir de 1ESO.

Solución: Hay que buscar como unir los cubos de forma que el cuerpo formado tenga la menor área expuesta a la atmósfera tóxica. Esta es en forma de cubo de dos módulos de arista al que le falta uno situado en uno de los vértices, que tiene un área expuesta a la atmósfera de 180 m^2.

Febrero 16: Cada letra corresponde a un dígito distinto entre 0 y 9

$$\mathbf{ZOO^2 = TOPAZ}$$

¿Sabrías calcular el valor de cada letra?

Nivel: A partir de 1ESO.

Solución: El número está representado por ZOO está comprendido entre 100 y 311. Buscando cuadrados perfectos que acaben en z = 1, 2, o 3, la única posibilidad sale cuando O = 9, es decir: $199^2 = 39601$.

Febrero 17, 18: Tres amigas: Laia, Aitana y Sandra tienen un hermano cada una. Con el tiempo, cada una de ellas acaba saliendo con el hermano de otra. Un día Laia se encuentra con el hermano de Aitana y le dice: "¡Mira!, ahí veo entrar al cine a alguien con tu pareja". ¿Puedes decir cómo están formadas las parejas?

Nivel: A partir de 1ESO.

Solución: Si el hermano de Aitana está con Laia viendo la entrada del cine, es que el hermano de Aitana es novio de Sandra. Y entonces el novio de Aitana es el hermano de Laia y el novio de Laia es el hermano de Aitana.

Febrero 19: Lanzamos dos dados y con los números que salen formamos una fracción menor o igual que 1. ¿Qué es más probable obtener una fracción irreducible o una fracción reducible?

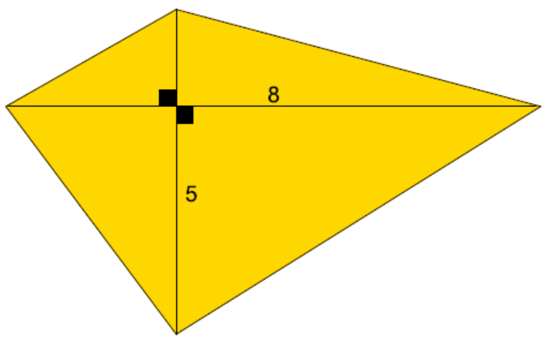
Nivel: A partir de 1ESO.

Solución: Tendremos la siguiente tabla de contingencia:

	1	2	3	4	5	6	Fracciones irreducibles
1	**1/1**	**½**	**1/3**	**¼**	**1/5**	**1/6**	6
2	**½**	2/2	**2/3**	2/4	**2/5**	2/6	3
3	**1/3**	**2/3**	3/3	**¾**	**3/5**	3/6	4
4	**¼**	2/4	**¾**	4/4	**4/5**	4/6	3
5	**1/5**	**2/5**	**3/5**	**4/5**	5/5	**6/5**	5
6	**1/6**	2/6	3/6	4/6	**5/6**	6/6	2

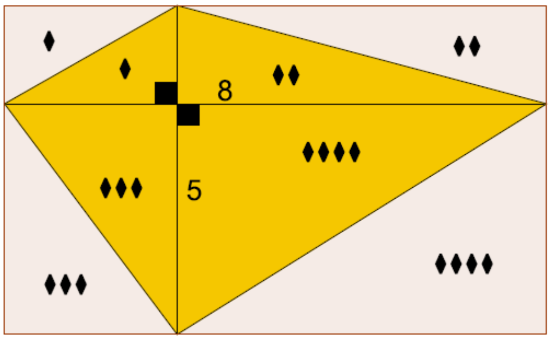
Por lo tanto, hay (6 + 3 + 4 + 3 +5 +2 =) 23 posibilidades de fracción irreducible y (36 – 23 =) 13 posibilidades de fracción reducible (aceptando que 1/1 es irreducible)

Febrero 20: Tenemos un cuadrilátero con los cuatro lados diferentes, pero las diagonales son perpendiculares y miden 5 y 8 metros. ¿Cuánto vale su área?



Nivel: A partir de 1ESO.

Solución: Construimos, utilizando los vértices del cuadrilátero, un rectángulo de lados 5m y 8 m. Este rectángulo queda dividido en ocho triángulos rectángulos iguales dos a dos. Los cuatro triángulos diferentes son los que forman el cuadrilátero. Por lo tanto, el área del cuadrilátero es la mitad de la del rectángulo, es decir 20 m^2



Febrero 21, 22: Aitana invitó a diecisiete amigos a su fiesta de cumpleaños. Asignó a cada invitado un número del 2 al 18, reservándose el 1 para ella. Cuando todo el mundo estaba emparejado se dio cuenta que la suma de los números de cada pareja era un cuadrado perfecto. ¿Cuál era el número de la pareja de Aitana?

Nivel: A partir de 1ESO.

Solución: Suponemos que ningún individuo está emparejado con dos otras personas. Empezamos viendo las maneras diferentes de conseguir que dos números de entre 1 y 18 den un cuadrado perfecto y cuantos cuadrados perfectos pueden darse:

Cuadrado perfecto	Posibilidades de conseguir con dos sumandos el número de la fila
4	1 + 3
9	1 + 8, 2 + 7, 3 + 6, 4 + 5
16	1 + 15, 2 + 14, 3 + 13, 4 + 12, 5 + 11, 6 + 10, 7 + 9
25	7 + 18, 8 + 17, 9 + 16, 10 + 15, 11 + 14, 12 + 13
36	Imposible de generar pues la máxima suma posible es 17 + 18 = 35

(es decir 1 sólo puede estar emparejado con 3, 8 o 15. Notemos que 7 está emparejado necesariamente con 18, pues 18 sólo aparece una vez)

Si 1 estuviese emparejado con 3 deberíamos eliminar las sumas tachadas o las no tachadas del mismo color:

Cuadrado perfecto	Posibilidades de conseguir con dos sumandos el número de la fila
4	1 + 3
9	~~1 + 8~~, 2 + 7, ~~3 + 6~~, 4 + 5
16	~~1 + 15~~, ~~2 + 14~~, ~~3 + 13~~, ~~4 + 12~~, ~~5 + 11~~, 6 + 10, ~~7 + 9~~
25	7 + 18, 8 + 17, ~~9 + 16~~, ~~10 + 15~~, 11 + 14, 12 + 13

Conseguiríamos así ocho parejas y habría dos individuos no emparejados. Luego 1 no está emparejado con 3. Supongamos que 1 está emparejado con 8. En este caso deberíamos eliminar las sumas tachadas o las no tachadas del mismo color

Cuadrado perfecto	Posibilidades de conseguir con dos sumandos el número de la fila
9	1 + 8, ~~2 + 7~~, 3 + 6, 4 + 5
16	~~1 + 15~~, ~~2 + 14~~, ~~3 + 13~~, ~~4 + 12~~, ~~5 + 11~~, ~~6 + 10~~, ~~7 + 9~~
25	7 + 18, ~~8 + 17~~, 9 + 16, 10 + 15, 11 + 14, 12 + 13

Conseguiríamos así ocho parejas y habría dos individuos no emparejados. Luego 1 no está emparejado con 8. Supongamos que 1 está emparejado con 15. En este caso deberíamos eliminar las sumas tachadas o las no tachadas del mismo color

Cuadrado perfecto	Posibilidades de conseguir con dos sumandos el número de la fila
9	~~2 + 7~~, ~~3 + 6~~, ~~4 + 5~~
16	1 + 15, 2 + 14, 3 + 13, 4 + 12, 5 + 11, 6 + 10, ~~7 + 9~~
25	7 + 18, 8 + 17, 9 + 16, ~~10 + 15~~, ~~11 + 14~~, ~~12 + 13~~

Así salen 9 emparejamientos: Como ya no aparece en el cuadro ningún otro emparejamiento del 1 tendremos necesariamente que el 1 se empareja con el 15. El emparejamiento que hemos obtenido es:

1,15	2, 14	3, 13	4, 12	5,11	6, 10	7, 18	8, 17	9, 16

Febrero 23: Si fuera a 4 km/h llegaría 5 minutos tarde al colegio. Como iré a 5 km/h llegaré 10 minutos antes de la hora de entrada. ¿A qué distancia está mi casa del colegio?

Nivel: A partir de segundo de ESO.

Solución: Si e es la distancia entre el colegio y la casa y si t es la hora de cerrar las puertas del colegio, tenemos: $t_1 = t + 5/60$; $v_1 = 4$; $t_2 = t - 10/60$; $v_2 = 5$, con

$$v_1 \cdot t_1 = v_2 \cdot t_2 \quad \Rightarrow \quad 4\left(t + \frac{5}{60}\right) = 5\left(t - \frac{10}{60}\right) \quad \Rightarrow \quad t = \frac{70}{60}$$

Con lo que:

$$e = v_1 \cdot t_1 = 4\left(\frac{70}{60} + \frac{5}{65}\right) = 5\ \text{Km}$$

Febrero 24: Un coleccionista gasta 100 € en comprar sellos de 1, 4 y 12 €. ¿Cuántos hay de cada clase si, en total, ha comprado 40 sellos?

Nivel: A partir de segundo de ESO.

Solución: sea x (y, z) la cantidad de sellos de 1 € (4 €, 12 €) entonces:

$$\left.\begin{array}{r} x+y+z=40 \\ x+4y+12z=100 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{c} x=40-y-z \\ 40-y-z+4y+12z=100 \end{array}\right\} \Rightarrow 3y+11z=60 \Rightarrow y = \frac{60-11y}{3}$$

Es decir 60 – 11y debe ser múltiplo de 3.

z	60 – 11z	y	x = 40 – y – z
0	60	20	20
1	49		
2	38		
3	27	9	28
4	16		
5	5		
6	-6		

Por lo tanto, hay dos soluciones: 28 sellos de 1 €, 9 de 4 € y 3 de 12 €, o 20 de 1 €, 20 de 4 € y ninguno de 12 €

Febrero 25, 26: ¿Cuántas personas han participado en una fase de la Olimpiada matemática si son menos de 70 y sabiendo, que si los colocamos en filas de 3 personas nos sobra 1, y si los colocamos en filas de 4 nos sobran 2 y si lo hacemos en filas de cinco nos sobran 3?

Nivel: A partir de 1ESO.

Solución: Se nos pide un número, x, menor que 70, tal que x – 1 sea múltiplo de 3, x – 2 sea múltiplo de 4 y x – 3 es múltiplo de 5. Si x – 3 es múltiplo de 5 acaba en 0 o 5, y por tanto x acaba en 3 o en 8. Por lo tanto, x – 2 acaba en 1 o en 6 y este debe ser múltiplo de 4 (menor de 70). Como no hay múltiplos de 4 que acaben en 1 tenemos que x – 2 termina en 6. Además, como el criterio de divisible por 4 es un número es divisible (múltiplo) de 4 si las dos últimas cifras forman un múltiplo de 4, tenemos que x – 2 es 16, o 36, o 56, es decir x debe ser 18, o 38 o 58, Como (x – 1) 17 y 37 no son múltiplos de 3 y 57 si es múltiplo de 3, tenemos que la contestación es 58

Otra forma de resolver el problema es escribir números de las series: múltiplos de 3 más 1, múltiplos de 4 más 2 y múltiplos de 5 más 3 hasta encontrar un número común a las tres series. De esta forma:

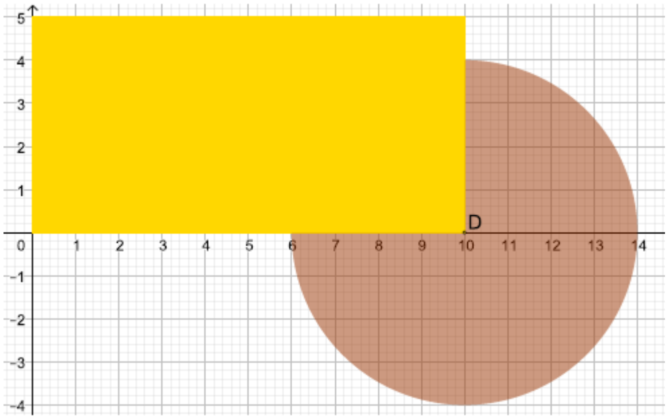
Múltiplos de 3 + 1: 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, ………. , 49, 52, 55, 58

Múltiplos de 4 + 2: 6, 10, 14, 18, 22, …….. , 50, 54, 58

Múltiplos de 5 + 3: 8, 13, 18, 23, …….. , 48, 53, 58

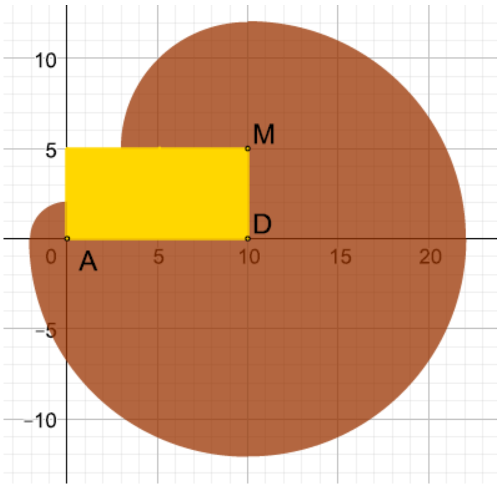
Febrero 27, 28: Una oveja está atada a la esquina de una caseta de labor rodeada de pasto. La caseta mide 10 m de larga y 5 m de ancha y la longitud de la cuerda es de 4m. ¿Cuál es la superficie máxima que tiene para pastar? ¿Y si la cuerda fuese de 12 m? ¿Y si fuese de 20 m? Nivel: A partir de 2ESO (salvo la última pregunta que no se puede contestar con técnicas elementales de cálculo de áreas)

Solución:



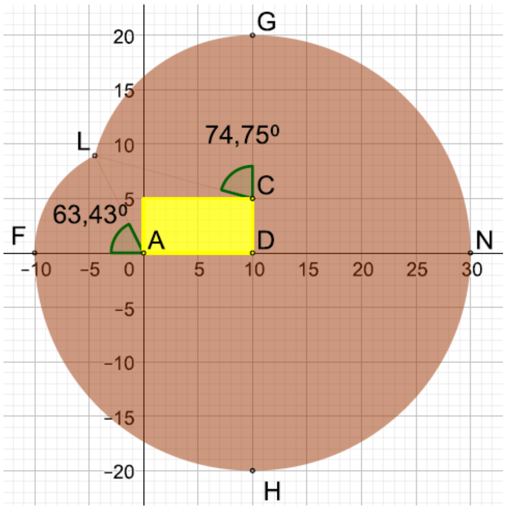
Si la cuerda tiene 4 m, el área de pasto es las tres cuartas partes de un círculo de radio 4. Es decir, el área de pasto es:

$$\frac{3}{4}\pi 4^2 = 12\pi \cong 37{,}70 \text{ m}^2$$



Si la cuerda tiene 12 m, el área de pasto es las tres cuartas partes de un círculo de radio 12 (con centro en D) más una cuarta parte de un círculo de radio 7 (con centro en M), más una cuarta parte de un círculo de radio 2 (con centro en A). Es decir, el área de pasto es:

$$\frac{3}{4}\pi 12^2 + \frac{1}{4}\pi 7^2 + \frac{1}{4}\pi 2^2 = \frac{485}{4}\pi$$
$$\cong 380{,}92 \text{ m}^2$$



Si la cuerda tiene 20 m, el área de pasto es las tres cuartas partes de un círculo de centro D y radio 20, más un sector de círculo de centro A, amplitud 63,43°, de radio 10 m, que llega hasta L, más un sector de círculo de centro de centro C, amplitud 74,75°, de radio 15 m, que llega hasta L, más el área del cuadrilátero de vértices L, A C y el segundo vértice de la caseta. Esta área no se puede calcular con técnicas elementales.