SOLUCIONS FEBRER 2017

Autor: José Colón Lacalle. Professor jubilat.

Col·lecció preparada en l'any 2000 per a l'Olimpíada de Secundaria (OMS) del primer cicle de l'ESO

Febrer 1: Joan i el seu fill mesuraren el llarg d'un dels seus horts. Joan donava passos de 72 cm i el seu fill, passos de 54 cm. Quedaren les empremtes de 61 xafades, però de vegades la mateixa marca corresponia a dos xafades, una de Joan i l'altra del seu fill. Quin és el llarg de la finca?

Nivell: A partir de 1ESO.

Solució: Com mcm (54, 72) = 216 (= 4·54 = 3·72), en 216 cm hi ha quatre empremtes del fill i tres del pare. Degut a que l'última de les dos coincideix, en 2016 cm hi ha tres empremtes del fill, dos del pare i una última superposada dels dos, que fan un total de sis empremtes. Com se conten 61 empremtes i 61 = 6·10 + 1 hi ha sis longituds de 216 cm (l'1 seria la de l'inici del conter). Per tant, la longitud de la finca és de (216·10 =) 2160 cm

Febrer 2: Si mesure un rotllo de corda de dos en dos metres em sobra un. Si el mesure de tres en tres em sobren dos. Si ho faig de quatre en quatre em sobren tres. Si ho faig de cinc en cinc em sobren quatre. Si ho faig de sis en sis em sobren cinc. Quina és la longitud de la corda si sabem que és menor de 100 metres?

Nivell: A partir de 1ESO.

Solució: Busquem el menor nombre x (< 100) que es puga expressar com: 2n + 1, i com 3m + 2, i com 4p +3, i com 5q + 4, i com 6k + 5. Si escrivim tots els nombres que van complint les anteriors condicions trobarem el primer comú a totes les series

2n + 1: 3, 5, 7, 9, 11, 13,15, ·············, 43, 45, 47, 49, 51, 53, 55, 57, **59**

3m + 2: 5, 8, 11, 14, 17, 20, ·············, 44, 47, 50, 53, 56, **59**

4p + 3: 7, 11, 15, 19, 23, 27, ··········, 43, 47, 51, 55, **59**

5q + 4: 9, 14, 19, 24, 29, ·········, 44, 49, 54, **59**

6k + 5: 11, 17, 23, 29, ···········, 41, 47, 53, **59**

Febrer 3: A una festa acudeixen 22 persones. Aitana balla amb 7 xics, Silvia amb 8, Amaya amb 9, y així successivament fins plegar a Laia que balla amb tots els xics. Quants xics i xiques havia en la festa?

Nivell: A partir de 1ESO.

Solució: Suposem que hi ha x xiques. Com la primera balla amb 7 (6 + 1) xics, la segon amb 8 (6 + 2) xics, la tercera amb 9 (6 + 3) xics, l'última (x) ballarà amb x + 6 xics, que ha de coincidir amb tots els xics (22 – x). Tindrem, aleshores:

$$x + 6 = 22 – x,\ 2x = 16,\ x = 8$$

Per tant, hi ha 8 xiques i (22 – 8 =) 14 xics.

Febrer 4: Per a numerar les pagines d'un llibre fan falta 3.005 dígits. Quantes pagines té el llibre?

Nivell: A partir de 1ESO.

Solució: Anirem contant el nombre de dígits que es van necessitant per a generar els successius nombres.

Nombres		Total, de dígits utilitzats fins l'últim nombre de la fila
1, ………., 9		9
10, ……….,99	90 nombres de 2 xifres cadascun (90·2)	180 + 9 =189
100, …….., 999	900 nombres de 3 xifres cadascun (900·3)	2700 + 189 = 2889

Com: 3005 – 2889 = 116, encara ens queden (116 : 4 =) 29 nombres cadascun d'ells de quatre xifres. El primer d'aquestos nombres seria 1000, el segon 1001, ……, l'últim seria 1028. Per tant el llibre té 1028 pagines.

Febrer 5: Un rellotge digital marca l'hora i la data amb deu dígits de la següent manera:

1	5	4	3	2	6	0	7	8	9
hora		min		dia		mes		any	

Aquest instant és l'últim del any 1989 en que se utilitzen els deu dígits cadascun una sola vegada. Quina és la següent data en que ocorre aquesta mateixa circumstancia?

Nivell: A partir de 1ESO.

Solució: Per proba i errada anem provant primer amb el any 90, després amb el mes 12 (el mes 0x o 11, no pot ser), després amb el dia 31 (els dies 0x, 1x, 2x, 30 no poden ser) i pleguem a que es impossible que passi l'enunciat amb el any 1990 (degut a que deu repetir-se dues vegades el 1). Després provem amb l'any 91. I al final pleguem a

1	7	5	8	2	6	0	4	9	3
hora		min		dia		mes		any	

Febrer 6,7: En l'IES "La Plana" cada alumne té una taquilla en la que guardar les seues pertinències. El primer dia del curs els alumnes s'ordenen alfabèticament i se realitza el ritual següent:

El primer estudiant obri totes las taquilles. El segon tanca totes las taquilles parells. El tercer canvia la situació de cada tercera taquilla (obri les tancades i tanca les obertes), el quart canvia la situació de cada quarta taquilla i així successivament. Què taquilles queden obertes quan han acabat tots els estudiants?

Nivell: A partir de 1ESO.

Solució: Aquest és el conegut com el problema de l'hotel de Hilbert. Per a comprendre el que diu l'enunciat veurem que passa als primers estudiants amb les primeres taquilles amb una taula de doble entrada

Est\Hab	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
2	A	C	A	C	A	C	A	C	A	C	A	C	A	C	A	C	A	C
3	A	C	C	C	A	A	A	C	C	C	A	A	A	C	C	C	A	A
4	A	C	C	A	A	A	A	A	C	C	A	C	A	C	C	A	A	A
5	A	C	C	A	C	A	A	A	C	A	A	C	A	C	A	A	A	A
6	A	C	C	A	C	C	A	A	C	A	A	A	A	C	A	A	A	C
7	A	C	C	A	C	C	C	A	C	A	A	A	A	A	A	A	A	C
8	A	C	C	A	C	C	C	C	C	A	A	A	A	A	A	C	A	C

Ja podem extraure conclusions: El que passa amb una taquilla depèn dels divisors del número de la taquilla. Per exemple, en la taquilla 6 (divisors 1, 2, 3, 6) el dia 1 s'obri la taquilla, el dia 2 es tanca, el dia 3 s'obri i el dia 6 es tanca i PERMANEIX AIXÍ tots los següents dies.

Si un nombre té un número parell de divisors la taquilla quedarà tancada, mentre que si un nombre té un nombre imparell de divisors la taquilla quedarà oberta.

Quedaran obertes les taquilles que tinguen un número imparell de divisors.

Recordem que si $N=p^r \cdot q^s \cdot t^u \cdots\cdots x^y$ el nombre de divisors de N és $(r+1)\cdot(s+1)\cdot(u+1)\cdots\cdots(y+1)$.

Per tant, si N té un nombre imparell de divisors cadascun dels parèntesis ha de ser imparell, es dir cada exponent de l'expressió factorial de N ha de ser parell. Es dir, $N = (p^a \cdot q^b \cdot t^c \cdots\cdots x^n)^2$, es dir N deu ser un quadrat perfecte. Quedaran obertes les taquilles que estiguen numerades amb quadrats perfectes.

Febrer 8: Hi ha que torrar tres llesques de pa. Caben dos llesques cada vegada. Es tarda 30 segons en torrar una cara de una llesca, 5 en col·locar-la o traure-la i tres segons en donar-li la volta. Quin és el mínim temps necessari per a torrar las tres llesques?

Nivell: A partir de 1ESO.

Solució: Per a simplificar establim les següents claus:

1. Llesques: A, B, C,
2. Col·locar llesques: CA, CB, CC,
3. Traure llesques; SA, SB, SC,
4. Col·locar segon cara de la llesca: CAA, CBB, CCC,
5. Traure totalment torrada: SAA, SBB, SCC.
6. Acabar la operació: TAA

Acció acabada	CA	CB	SA	CC	CBB	CCC	SBB	CAA	SCC	TAA
Temps en segons	5	10	40	45	48	78	83	88	113	118

Febrer 9: En una ciutat, 2/3 dels homes estan casats amb els 3/5 de les dones. Si mai es casen amb forasters, quina es la proporció de solters de la ciutat?

Nivell: A partir de 1ESO.

Solució: S'assumeix que els matrimonis són entre persones de distint sexe i que tots els matrimonis són monògams. Tindrem, suposant que hi ha x homes i y dones:

	casats	solters	
homes	2x/3	x/3	x
dones	3y/5	2y/5	y
			x + y

Com: $\frac{2x}{3} = \frac{3y}{5} \Rightarrow y = \frac{10x}{9}$, i aleshores:

Proporció de homes solters:

$$\frac{\frac{x}{3}}{x+y} = \frac{\frac{x}{3}}{x+\frac{10x}{9}} = \frac{3}{19}$$

Proporció de persones solteres:

$$\frac{\frac{x}{3}+\frac{2y}{5}}{x+y} = \frac{\frac{5x+6y}{15}}{x+\frac{10x}{9}} = \frac{\frac{5x+6\,{}^{10x}/_{9}}{15}}{\frac{19x}{9}} = \frac{7}{19}$$

Febrer 10: Un rellotge digital marca l'hora i la data amb deu dígits de la següent manera:

1	**5**	**4**	**3**	**2**	**6**	**0**	**7**	**8**	**9**
hora		min		dia		mes		any	

Aquest instant és l'últim de l'any 1989 en que s'utilitzen els deu dígits cadascun una sola vegada. Quina és la primera data del segle actual en que ocorre aquesta mateixa circumstància?

Nivell: A partir de 1ESO.

Solució: Per prova i errada anirem provant primer amb l'any 01, després amb el mes 12 (el mes 0x o 11, no pot ser), després amb el dia 31 (els dies 0x, 1x, 2x, 30 no poden ser) i pleguem a que és impossible que passe l'enunciat amb l'any 2001 (perquè deu repetir-se dues vegades l'1). Després provem amb l'any 2002. I al final pleguem a

<table>
<tr><td>1</td><td>8</td><td>5</td><td>9</td><td>2</td><td>7</td><td>0</td><td>6</td><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td colspan="2">hora</td><td colspan="2">min</td><td colspan="2">dia</td><td colspan="2">mes</td><td colspan="2">any</td></tr>
</table>

Febrer 11: En una reunió hi ha 20 persones i totes es saluden donant-se una encaixada de mans. Quantes encaixades s'hauran donat quan totes les persones s'hagen saludat?

Nivell: A partir de 1ESO.

Solució: Una encaixada de mans es produeix entre dues persones. Hi ha tantes encaixades de mans com parelles de persones. La primera de las dos pot ser qualsevol de las 20 presents, la segona ha que ser diferent de la primera, es dir pot ser qualsevol de les 19 persones restants. Hi ha, per tant. 20·19 possibilitats. Però d'aquesta manera cada parella la contem dues vegades, la primera quan la primera persona es tinguda en compte en primer lloc i la segona quan es tinguda en compte en segon lloc. Per tant hi ha

$$\frac{20 \cdot 19}{2} = 120$$

encaixades de mans.

Febrer 12: En un poble de 2.550 habitants, 3 es van assabentar d'una noticia a las 8 del matí. Si cada persona comunica la noticia a altres 3 cada mitja hora, ¿a quina hora la coneixeran tots els veïns?

Nivell: A partir de 1ESO.

Solució: Si cada persona que coneix la noticia la comunica a altres tres persones que no la coneixen, tindrem:

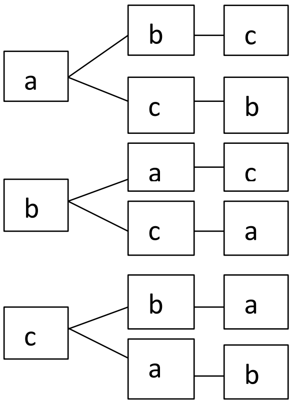
Hora	Persones que coneixen la noticia
8:00	3
8:30	3 + 3·3 = 3·(1 + 3) = 3·4 =12
9:00	12 + 12·3 = 12·(1 + 3) = 12·4 = 48
9:30	48 + 48·3 = 48·(1 + 3) = 48·4 = 192
10:00	192 + 192·3 = 192·(1 + 3) = 192·4 = 768
10:30	768 + 768·3 = 768·(1 + 3) = 768·4 = 3072

Per tant, en algun moment entre les 10:00 i les 10:30, ja coneixen la noticia tot el poble

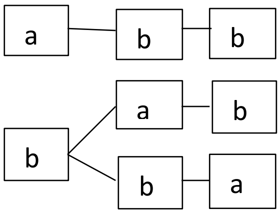
Febrer 13: En un joc es llancen tres daus a l'aire i se sumen les puntuacions obtingudes. ¿Què resultat és el més probable?

Nivell: A partir de 1ESO.

Solució: Si tenim tres nombres diferents, eixos tres nombres poden ordenarse de sis maneres diferents:



Si tenim tres nombres, dos d'ells iguals, els nombres poden ordenar-se de 3 maneres



I, òbviament si tenim tres nombres iguals, els nombres poden ordenar-se de una única forma.

Punts	Maneres de aconseguir la puntuació de la fila	total
3	(1, 1, 1)	1
4	(2, 1, 1)	3
5	(3, 1, 1) (2, 2, 1)	6
6	(4, 1, 1) (3, 2, 1) (2, 2, 2)	10
7	(5, 1, 1) (4, 2, 1) (3, 3, 1) (3, 2, 2)	15
8	(6, 1, 1) (5, 2, 1) (4, 3, 1) (4, 2, 2) (3, 3, 2)	21
9	(6, 2, 1) (5, 3, 1) (5, 2, 2) (4, 3, 2) (4, 4, 1) (3, 3, 3)	25
10	(6, 3, 1) (6, 2, 2) (5, 3, 2) (5, 4, 1) (4, 4, 2) (4, 3, 3)	27
11	(6, 4, 1) (6, 3, 2) (5, 5, 1) (5, 4, 2) (5, 3, 3) (4, 4, 3)	27
12	(6, 3, 3) (6, 4, 2) (6, 5, 1) (5, 5, 2) (5, 4, 3) (4, 4, 4)	25

13	(6, 6, 1) (6, 5, 2) (6, 4, 3) (5, 5, 3) (5, 4, 4)	21
14	(6, 6, 2) (6, 5, 3) (6, 4, 4) (5, 5, 4)	15
15	(6, 6, 3) (6, 5, 4) (5, 5, 5)	10
16	(6, 6, 4) (6, 5, 5)	6
17	(6, 6, 5)	3
18	(6, 6, 6)	1

Per tant la puntuació més probable és la puntuació 10 o 11.

Febrer 14: Dos jugadors col·loquen 10 fitxes sobre la taula. Per torns, cada jugador pot agafar una o dues fitxes. El que agafa l'última perd. ¿Hi ha alguna tàctica que sempre porte a l'èxit?

Nivell: A partir de 1ESO.

Solució: Ganya sempre el segon. Per a això tenen que agafar entre el primer i el segon tres fitxes. Es a dir, si el primer agafa dos, el segon agafa una i viceversa.

Febrer 15: Es vol construir una estació en Venus. L'atmosfera del planeta es tòxica. La estació es compon de 7 mòduls cúbics de costat 3 m. Com han de col·locar-se els mòduls per a minimitzar la superfície exposada a la atmosfera?

Nivell: A partir de 1ESO.

Solució: Hi ha que buscar com unir els cubs de forma que el cos format tinga la menor àrea exposada a l'atmosfera tòxica. Esta és en forma de cub de dos mòduls d'aresta al que li falta un situat en un dels vèrtexs, que té un àrea exposada a l'atmosfera de 180 m^2.

Febrer 16: Cada lletra correspon a un dígit distint entre 0 i 9

$$ZOO^2 = TOPAZ$$

¿Sabries calcular el valor de cada lletra?

Nivell: A partir de 1ESO.

Solució: El nombre representat per ZOO esta compres entre 100 i 311. Buscant quadrats perfectes que acaben en z = 1, 2, o 3, l'única possibilitat surt quan O = 9, es dir: $199^2 = 39601$.

Febrer 17, 18: Tres amigues: Laia, Aitana i Sandra tenen un germà cada una. Amb el temps, cada una d'elles acaba eixint amb el germà d'altra. Un dia Laia es troba amb el germà d'Aitana i li diu: "¡Mira!, ací veig entrar al cine a alguna persona amb la teua parella". Pots dir com estan formades les parelles?

Nivell: A partir de 1ESO.

Solució: Si el germà d'Aitana està amb Laia veient l'entrada del cine, es que el germà d'Aitana es nòvio de Sandra. I aleshores el nòvio d'Aitana és el germà de Laia i el nòvio de Laia és el germà d'Aitana.

Febrer 19: Llancem dos daus i amb els nombres que surten formem una fracció menor o igual que 1. Què es més probable obtenir una fracció irreduïble o una fracció reduïble?

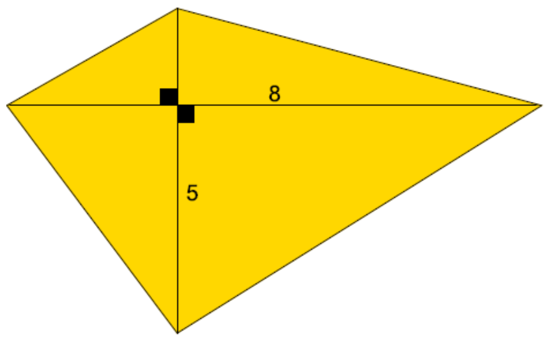
Nivell: A partir de 1ESO.

Solució: Tindrem la següent taula de contingència:

	1	2	3	4	5	6	Fraccions irreduïble
1	**1/1**	**½**	**1/3**	**¼**	**1/5**	**1/6**	6
2	**½**	2/2	**2/3**	2/4	**2/5**	2/6	3
3	**1/3**	**2/3**	3/3	**¾**	**3/5**	3/6	4
4	**¼**	2/4	**¾**	4/4	**4/5**	4/6	3
5	**1/5**	**2/5**	**3/5**	**4/5**	5/5	**6/5**	5
6	**1/6**	2/6	3/6	4/6	**5/6**	6/6	2

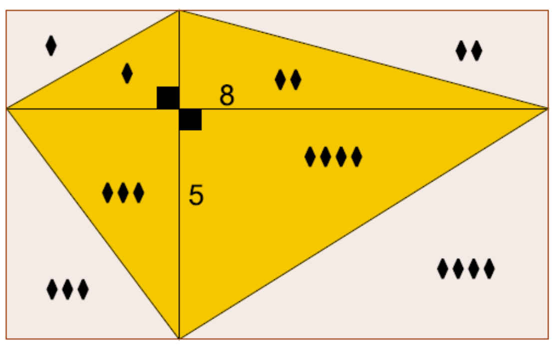
Per tant, hi ha (6 + 3 + 4 + 3 +5 +2 =) 23 possibilitats de fracció irreduïble i (36 – 23 =) 13 possibilitats de fracció reduïble (acceptant que 1/1 es irreduïble)

Febrer 20: Tenim un quadrilàter amb els quatre costats diferents, però les diagonals són perpendiculars i mesuren 5 i 8 metres. Quant val la seua àrea?



Nivell: A partir de 1ESO.

Solució: Construïm, utilitzant els vèrtexs del quadrilàter, un rectangle de costats 5m i 8 m. Aquest rectangle queda dividit en huit triangles rectangles iguals dos a dos. Els quatre triangles diferents són els que formen el quadrilàter. Per tant, l'àrea del quadrilàter és la mitat de la del rectangle, es dir 20 m^2



Febrer 21, 22 Aitana va invitar dèsset amics a la seua festa d'aniversari. Va assignar a cada invitat un nombre del 2 al 18, reservant-se l'1 per a ella. Quan tot el món estava emparellat es va donar compte que la suma dels nombres de cada parella era un quadrat perfecte. Quin era el nombre de la parella d'Aitana?

Nivell: A partir de 1ESO.

Solució: Suposem que cap individu està emparellat amb més d'una persona. Comencem veient les maneres diferents d'aconseguir que dos nombres d'entre 1 i 18 donen un quadrat perfecte i quants quadrats perfectes poden donar-se:

Quadrat perfecte	Possibilitats d'aconseguir amb dos sumands el nombre de la fila
4	1 + 3
9	1 + 8, 2 + 7, 3 + 6, 4 + 5
16	1 + 15, 2 + 14, 3 + 13, 4 + 12, 5 + 11, 6 + 10, 7 + 9
25	7 + 18, 8 + 17, 9 + 16, 10 + 15, 11 + 14, 12 + 13
36	Impossible de generar perquè la màxima suma possible es 17 + 18 = 35

(es dir 1 sols pot estar emparellat amb 3, 8 o 15. Notem que 7 esta emparellat necessàriament amb 18, per que 18 sols apareix una vegada)

Si l'1 estiguera emparellat amb 3 deuríem eliminar les sumes tatxades o les no tatxades del mateix color:

Quadrat perfecte	Possibilitats d'aconseguir amb dos sumands el nombre de la fila
4	1 + 3
9	~~1 + 8~~, 2 + 7, ~~3 + 6~~, 4 + 5
16	~~1 + 15~~, ~~2 + 14~~, ~~3 + 13~~, ~~4 + 12~~, ~~5 + 11~~, 6 + 10, ~~7 + 9~~
25	7 + 18, 8 + 17, ~~9 + 16~~, ~~10 + 15~~, 11 + 14, 12 + 13

Aconseguiríem així huit parelles i hauria dos individus no emparellats. Per tant 1 no esta emparellat amb 3. Suposem que l'1 està emparellat amb 8. En aquest cas deuríem eliminar les sumes tatxades o les no tatxades del mateix color

Quadrat perfecte	Possibilitats d'aconseguir amb dos sumands el nombre de la fila
9	1 + 8, ~~2 + 7~~, 3 + 6, 4 + 5
16	~~1 + 15~~, ~~2 + 14~~, ~~3 + 13~~, ~~4 + 12~~, ~~5 + 11~~, ~~6 + 10~~, ~~7 + 9~~
25	7 + 18, ~~8 + 17~~, 9 + 16, 10 + 15, 11 + 14, 12 + 13

Aconseguiríem així huit parelles i hauria dos individus no emparellats. Per tant 1 no està emparellat amb 8. Suposem que l'1 esta emparellat amb 15. En aquest cas deuríem eliminar les sumes tatxades o les no tatxades del mateix color

Quadrat perfecte	Possibilitats d'aconseguir amb dos sumands el nombre de la fila
9	~~2 + 7~~, ~~3 + 6~~, ~~4 + 5~~
16	1 + 15, 2 + 14, 3 + 13, 4 + 12, 5 + 11, 6 + 10, ~~7 + 9~~
25	7 + 18, 8 + 17, 9 + 16, ~~10 + 15~~, ~~11 + 14~~, ~~12 + 13~~

Així surten 9 emparellaments: Com ja no apareix cap altre emparellament de l'1 tindrem necessàriament que l'1 s'emparella amb el 15. L'emparellament que hem obtingut és:

1,15	2, 14	3, 13	4, 12	5,11	6, 10	7, 18	8, 17	9, 16

Febrer 23: Si fóra a 4 km/h arribaria 5 minuts tard al col·legi. Com aniré a 5 km/h arribaré 10 minuts abans de l'hora d'entrada. A quina distància està ma casa del col·legi?

Nivell: A partir de 2ESO.

Solució: Si e es la distancia entre el col·legi i la casa i si t es l'hora de tancar les portes del col·legi, tenim: $t_1 = t + 5/60$; $v_1 = 4$; $t_2 = t - 10/60$; $v_2 = 5$, amb

$$v_1 \cdot t_1 = v_2 \cdot t_2 \ \Rightarrow \ 4\left(t + \frac{5}{60}\right) = 5\left(t - \frac{10}{60}\right) \ \Rightarrow \ t = \frac{70}{60}$$

Per tant:

$$e = v_1 \cdot t_1 = 4\left(\frac{70}{60} + \frac{5}{65}\right) = 5 \text{ Km}$$

Febrer 24: Un col·leccionista gasta 100 € a comprar segells d'1, 4 i 12 €. Quants hi ha de cada classe si, en total, ha comprat 40 segells?

Nivell: A partir de 2ESO.

Solució: Siga x (y, z) la quantitat de segells d'1 € (4 €, 12 €) aleshores:

$$\left.\begin{array}{r} x + y + z = 40 \\ x + 4y + 12z = 100 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x = 40 - y - z \\ 40 - y - z + 4y + 12z = 100 \end{array}\right\} \Rightarrow 3y + 11z = 60 \ \Rightarrow \ y = \frac{60 - 11y}{3}$$

Es dir 60 – 11y deu ser múltiple de 3.

z	60 – 11z	y	x = 40 – y – z
0	60	20	20
1	49		
2	38		

3	27	9	28
4	16		
5	5		
6	-6		

Per tant, hi ha dues solucions: 28 segells d'1 €, 9 de 4 € i 3 de 12 €, o 20 d'1 €, 20 de 4 € i cap de 12

Febrer 25, 26: Quantes persones han participat en una fase de l'Olimpíada matemàtica si són menys de 70 i sabent, que si els col·loquem en files de 3 persones ens sobra 1, i si els col·loquem en files de 4 ens sobren 2 i si ho fem en files de cinc ens sobren 3?

Nivell: A partir de 1ESO.

Solució: Se'ns demana un nombre, x, menor que 70, tal que x – 1 siga múltiple de 3, x – 2 siga múltiple de 4 i x – 3 siga múltiple de 5. Si x – 3 és múltiple de 5 acaba en 0 o 5, i per tant x acaba en 3 o en 8. Per tant, x – 2 acaba en 1 o en 6 i este deu ser múltiple de 4 (menor de 70). Com no hi ha múltiples de 4 que acaben en 1 tenim que x – 2 acaba en 6. A més, com el criteri de divisibilitat per 4 és: "un nombre és divisible (múltiple) de 4 si les dues últimes xifres formen un múltiple de 4", tenim que x – 2 és 16, o 36, o 56, es dir x deu ser 18, o 38 o 58. Com (x – 1) 17 i 37 no són múltiples de 3 i 57 si es múltiple de 3, tenim que la contestació és 58

Altra manera de resoldre el problema és escriure nombres de les series: múltiples de 3 més 1, múltiples de 4 més 2 i múltiples de 5 més 3 fins trobar un nombre comú a las tres series. D'aquesta manera:

Múltiples de 3 + 1: 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, ………. , 49, 52, 55, 58

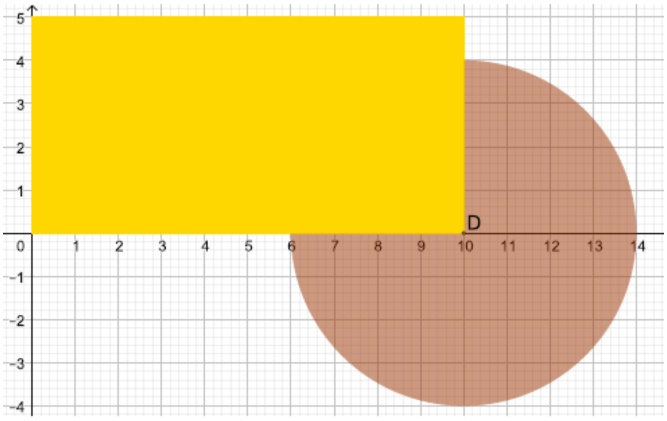
Múltiples de 4 + 2: 6, 10, 14, 18, 22, …….. , 50, 54, 58

Múltiples de 5 + 3: 8, 13, 18, 23, …….. , 48, 53, 58

Febrer 27, 28: Una ovella està lligada al cantó d'una caseta de labor rodejada de past. La caseta mesura 10 m de llarga i 5 m d'ampla i la longitud de la corda és de 4m. Quina és la superfície màxima que té per a pasturar?. I si la corda fóra de 12 m?. I si fóra de 20 m?

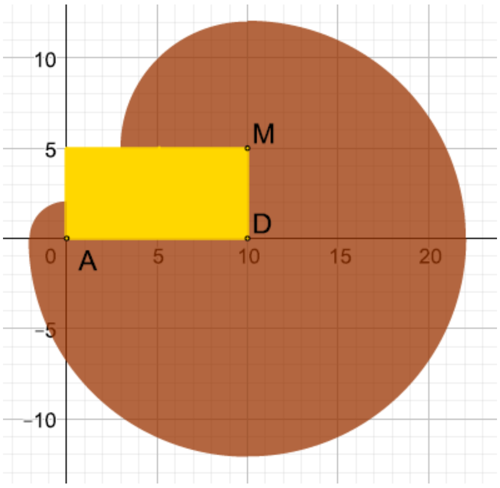
Nivell: A partir de 2ESO (excepte l'última pregunta que no es pot contestar amb tècniques elementals de càlcul d'àrees)

Solució:



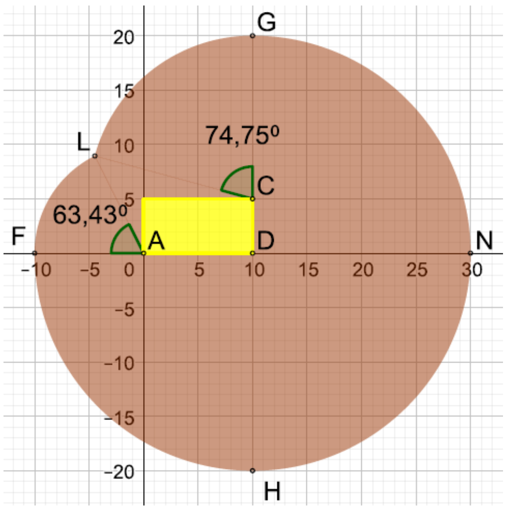
Si la corda té 4 m, l'àrea de pastura és les tres quartes parts d'un cercle de radi 4. Es dir, l'àrea de pastura és:

$$\frac{3}{4}\pi 4^2 = 12\pi \cong 37{,}70\ \mathrm{m}^2$$



Si la corda té 12 m, l'àrea de pastura és les tres quartes parts d'un cercle de radi 12 (amb centre en D) més una quarta part d'un cercle de radi 7 (amb centre en M), més una quarta part d'un cercle de radi 2 (amb centre en A). Es dir, l'àrea de pastura és:

$$\frac{3}{4}\pi 12^2 + \frac{1}{4}\pi 7^2 + \frac{1}{4}\pi 2^2 = \frac{485}{4}\pi$$
$$\cong 380{,}92\ \mathrm{m}^2$$



Si la corda té 20 m, l'àrea de pastura és les tres quartes parts d'un cercle de centre D i radi 20, més un sector de cercle de centre A, amplitud 63,43°, de radi 10 m, que plega fins L, més un sector de cercle de centre C, amplitud 74,75°, de radi 15 m, que plega fins L, més l'àrea del quadrilàter de vèrtexs L, A C i el segon vèrtexs de la caseta. Aquesta àrea no es pot calcular amb tècniques elementals.