SOLUCIONES SEPTIEMBRE 2017

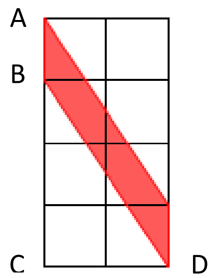
Soluciones extraídas del libro:

XVIII CONCURSO DE PRIMAVERA 2014

Obtenibles en http://www.concursoprimavera.es#libros

NIVEL: Primer ciclo de la E. S. O.

AUTORES: Colectivo “Concurso de Primavera”. Comunidad de Madrid.



Septiembre 1-2: En la cuadrícula adjunta cada cuadrado es de lado 1. Calcula el área del paralelogramo de color rojo

Solución:

$$\text{Área} = \text{base} \cdot \text{altura} = AB \cdot CD = 1 \cdot 2 = 2$$

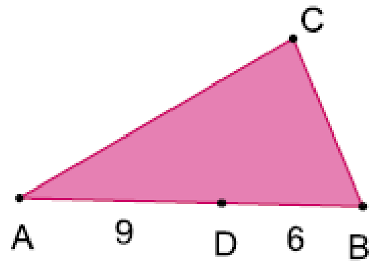
Septiembre 3: ¿Cuántos números de dos cifras tienen una cifra par y otra impar?

Solución: Si la primera cifra es par, la podemos elegir de cuatro formas (2, 4, 6, y 8) y la segunda de cinco (1, 3, 5, 7 y 9). En total tenemos (4·5 =) 20 números. Si la primera cifra es impar, la podemos elegir de cinco formas (1, 3, 5, 7 y 9) y la segunda de cinco (0, 2, 4, 6 y 8). En total tenemos (5·5 =) 25 números. En consecuencia, hay (20 + 25 =) 45 números que cumplen las condiciones impuestas

Septiembre 4-5: Laia y Aitana son hermanas de las que una siempre dice la verdad y la otra siempre miente. Un día, en la nevera, hay cinco pasteles. Ellas los sacan y empiezan a comérselos. Su padre las sorprende y les pregunta cuántos pasteles se han comido. Una contesta que cuatro y la otra contesta que un número par. ¿Cuántos pasteles se han comido entre las dos?

Solución: Puesto que una siempre miente y la otra siempre dice la verdad, está claro que la frase “nos hemos comido cuatro” es falsa. Por tanto, buscamos un par entre 1 y 5 que no sea cuatro. La única posibilidad es 2.

Septiembre 6: El àrea del triangulo ΔABC es 30 cm^2. Si D esta en AB, dista 9 cm de A y 6 cm de B, calcular el àrea del triangulo ΔADC.



Solución: Tenemos:

$$30 = A_{\Delta ABC} = \frac{(9+6)h_C}{2} \Rightarrow h_C = 4 \Rightarrow A_{\Delta ADC} = \frac{9 \cdot 4}{2} = 18\ cm^2$$

También, puesto que ambos triángulos tienen la misma altura, sus áreas y bases son proporcionales. De aquí:

$$\left.\begin{array}{ccc} \text{área} & - & \text{base} \\ 30 & --- & 15 \\ x & --- & 9 \end{array}\right\} \Rightarrow x = \frac{30 \cdot 9}{15} = 18$$

Septiembre 7: Laia sumó tres lados de un rectángulo y obtuvo 44. Aitana hizo lo mismo obteniendo 40. Si las dos no se equivocaron, ¿Cuál es el perímetro del rectángulo?

Solución: Si las dimensiones del rectángulo son x e y tenemos:

$$\left.\begin{array}{r} 3x + y = 44 \\ x + 3y = 40 \end{array}\right\} \Rightarrow (\text{sumando})\ 4(x+y) = 84 \Rightarrow \text{Pedrímetro} = 2(x+y) = 42$$

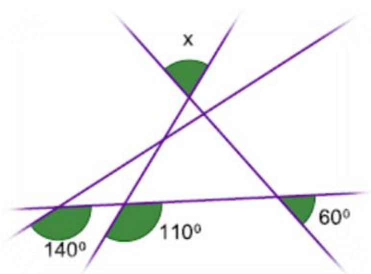
Septiembre 8: ¿Cuál es el menor número natural que multiplicado por **35613,475** da como resultado un natural?

Solución: Como

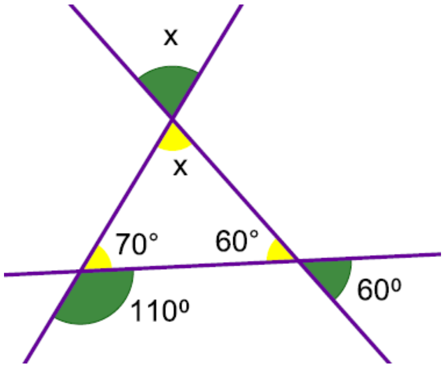
$$35613{,}475 \cdot n = \frac{35613475}{1000} \cdot n = \frac{1424539}{40} \cdot n$$

(siendo la última fracción irreducible), tenemos que la contestación es 40.

Septiembre 9: ¿Cuánto mide el ángulo x?



Solución: Despreciando la recta que origina el ángulo de 140° tendremos los ángulos en amarillo y recordando que la suma de los ángulos de un triángulo es 180° tenemos que la contestación es x = 180° - (70° + 60°) = 50°



Septiembre 10: Los naturales A, B y C son diferentes y puedes escogerlos desde 1 hasta 100, ambos inclusive. Halla el mayor valor posible de

$$\mathbf{\frac{A+B+C}{A-B-C}}$$

Solución: Nos conviene que el denominador sea 1 y que el numerador sea lo más grande posible. Si A = 100 y B + C = 99 se cumplen las dos cosas y el resultado es 199. Como tal vez creas que podría haber una solución mejor, para terminar de convencerte observa que si llamas D = B + C, la expresión se escribe como $\frac{A+D}{A-D}$ donde A varía entre 1 y 100 y D entre 3 y 199. Si D es mayor que A el número será negativo, así que conviene tomarlo entre 3 y 100 y ahora está claro que lo mejor es tomar A = 100 y D = 99

Septiembre 11: Aitana le dice a Laia:" La mitad del triple de mi edad es justamente el doble de la tercera parte de tu edad". ¿Cuánto vale el cociente de la edad de la mayor entre la edad de la menor?

Solución: Si la primera tiene x años y la segunda tiene y años podemos escribir que:

$$\frac{1}{2}(3x) = 2\left(\frac{y}{3}\right) \quad \Rightarrow \quad \frac{3}{2}x = \frac{2}{3}y$$

La mayor es la que tiene y años y el cociente pedido es:

$$\frac{y}{x} = \frac{3/2}{2/3} = \frac{9}{4} = 2{,}25$$

Septiembre 12: Al dividir un número entre 60 obtenemos de resto 42. ¿Cuál es el resto al dividir el número por 20?

Solución: Tenemos:

$$N = 60 \cdot k + 42 = 3 \cdot 20 \cdot k + 2 \cdot 20 + 2 = 20 \cdot (3 \cdot k + 2) + 2$$

Luego el resto de dividir N por 20 es 2.

<u>Septiembre 13:</u> ¿Para qué valores del real x, la media aritmética y la mediana del conjunto

{x,6,4,1,9}

es el mismo número?

<u>Solución:</u> Para la media tenemos:

$$\mathrm{M} = \text{media aritmética} = \frac{\mathrm{x}+6+4+1+9}{5} = 4+\frac{\mathrm{x}}{5}$$

Si $x \leq 1 \Rightarrow$ Me = 4. Si M = Me $\Rightarrow$ x = 0

Si $1 < x \leq 4 \Rightarrow$ Me = 4 $\neq$ M

Si $4 < x \leq 6 \Rightarrow$ Me = x = M $\Rightarrow$ x = 5

Si $6 < x \leq 9 \Rightarrow$ Me = 6 = M $\Rightarrow$ x = 10 que está en contradicción con x $\in]6;\ 9]$

Si 9< x $\Rightarrow$ Me = 6 <0 <M $\Rightarrow$ x = 10.

Luego para x $\in \{0, 5, 10\}$ se cumple que la media aritmética es igual a la mediana

<u>Septiembre 14-15:</u> En la cuadrícula adjunta se ha escrito en cada fila y en cada columna los dígitos 1, 2, 3, 4, y 5, sin repetir ninguno, ¿qué cifra ocupará el lugar marcado con x?

	5	4		
1	3			
		5	3	
2		3	1	
				x

<u>Solución:</u> A simple vista se tiene que en la fila 1 columna 1 sólo puede estar el 3. Una vez colocada esta cifra, observamos que tanto en las cuatro primeras filas como en las cuatro primeras columnas está el 3, por lo tanto, en x sólo puede haber otro 3.

<u>Septiembre 16:</u> En un examen aprobaron la misma cantidad de chicos que de chicas, pero de chicos aprobaron los 2/3 de los que había, mientras que de chicas aprobaron el 75% de las que había. ¿Qué proporción de personas aprobaron el examen?

<u>Solución:</u> Llamamos x al número de chicos e y al número de chicas. Los chicos que aprobaron fueron: 2x/3. Las chicas que aprobaron fueron: 75y/100. De acuerdo con el enunciado:

$$\frac{2x}{3} = \frac{75y}{100} \;\Rightarrow\; y = \frac{8x}{9}$$

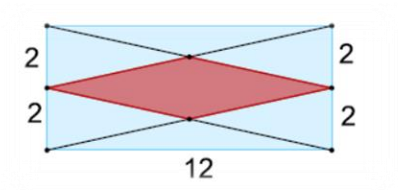
Por tanto, la fracción propuesta es:

$$\frac{\frac{2x}{3}+\frac{75y}{100}}{x+y} = \frac{\frac{4x}{3}}{\frac{17x}{9}} = \frac{12}{17}$$

<u>Septiembre 17:</u> Un cuadrado tiene 6 m de lado. Si disminuimos dos lados paralelos en 2 m cada uno, ¿cuántos metros hemos de aumentar cada uno de los otros lados para obtener un rectángulo de área 36 m^2?

<u>Solución:</u> Sean (6 – 2 =)4 y 6 + x las dimensiones del nuevo rectángulo. Tendremos: 4·(6 + x) = 36. De donde x = 3.

<u>Septiembre 18-19:</u> En un rectángulo de lados 4 cm y 12 cm hemos formado un rombo como indica la figura adjunta. Calcula el área del rombo

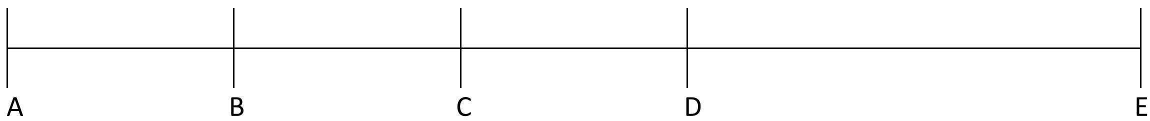


<u>Solución:</u> Recortando la figura por las líneas marcadas observamos que se generan cuatro rombos iguales al solicitado, por lo tanto, el área del rombo es:

$$\frac{1}{4} \cdot 12 \cdot 4 = 12 \text{ cm}^2$$

<u>Septiembre 20:</u> Los puntos A, B, C, D y E están colocados en ese orden sobre una recta. Si AE = 20 cm, B es el punto medio de AC, C es el punto medio de BD y D es el punto medio de BE. ¿cuántos cm mide DE?

<u>Solución:</u> Fijémonos en la figura:



Si B es el punto medio de AC y C es el punto medio de BD, tenemos que los segmentos AB, BC y CD miden lo mismo, y si D es el punto medio de BE, entonces el segmento DE mide lo mismo que el BD. Con ello tenemos el segmento AE dividido en cinco partes iguales de las que dos corresponden al segmento DE. La longitud de este último es pues: $\frac{2}{5} \cdot 20 = 8 \text{ cm}$

<u>Septiembre 21:</u> Para escribir las medidas de los tres ángulos de un triángulo hemos utilizado estas seis cifras: 7, 7, 7, 4, 5 y 6. Se sabe que un ángulo es 20° mayor que otro. ¿Cuánto miden los ángulos del triángulo?

<u>Solución:</u> Con las cifras que tenemos (7, 7, 7, 4, 5, 6) sólo hay dos formas de conseguir dos ángulos que difieran en 20°.

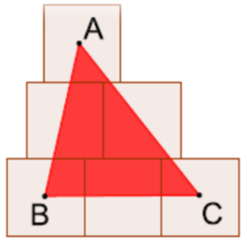
Primera forma: 47° y 67°, con lo que el tercer ángulo debe medir (180° - 47° - 67° =) 66°. Pero esto último contradice el enunciado

Segunda forma: 57° y 77°, con lo que el tercer ángulo debe medir (180° - 57° - 77° =) 46°. Como estos ángulos si se ajustan al enunciado son los ángulos del triángulo.

Septiembre 22: ¿Cuál es la diferencia entre el mayor número de cuatro cifras diferentes, todas pares y el menor número de cuatro cifras diferentes, todas impares?

Solución: El mayor número de cuatro cifras pares todas diferentes es 8642. El menor número de cuatro cifras impares todas diferentes es 1357. Su resta vale (8642 – 1357 =) 7285.

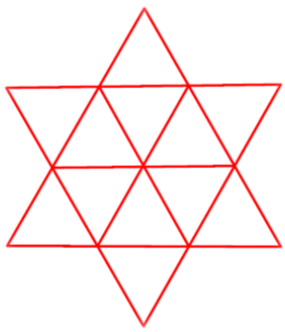
Septiembre 23-24: En la ilustración adjunta los cuadrados tienen el mismo lado. El triángulo ΔABC tiene sus vértices en los centros de los cuadrados. Si su área es de 24 cm^2, ¿cuál es el área de un cuadrado?



Solución: Sea c el lado de un cuadrado. La base del triángulo es 2c y su altura es también 2c. Con ello:

$$24 = A_{\Delta ABC} = \frac{2c \cdot 2c}{2} \;\Rightarrow\; 12 = c^2$$

Septiembre 25: ¿Cuántos triángulos hay en la figura?



Solución: Los triángulos estarán formados por uno o varios triángulos (en rojo). Triángulos formados por un triángulo hay 12. Triángulos formados por cuatro triángulos hay 6 (tres con el vértice hacia abajo y otros tres con el vértice hacia arriba). Triángulos formados por 9 triángulos hay dos (uno con el vértice hacia arriba y otro con el vértice hacia abajo). En total hay 20 triángulos.

Septiembre 26: Calcula el siguiente capicúa al capicúa **24942**

Solución: El siguiente capicúa es 25052.

<u>Septiembre 27-28:</u> En la multiplicación adjunta, letras distintas representan cifras distintas y letras iguales representan cifras iguales. Halla el resultado de la multiplicación

	A	**L**
x	**A**	**L**
C	**A**	**L**
L	**E**	
T	**A**	**L**

<u>Solución:</u> Siguiendo los pasos del producto "AL" por "AL", observamos que:

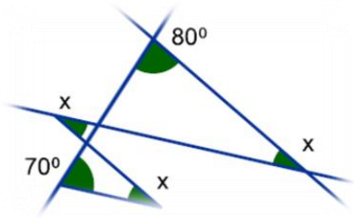
Para que el producto "L" por "L" se obtenga "L", la única cifra que corresponde a "L" es cinco (Los casos L = 0, 1 son fácilmente despreciados).

Para que el producto "L" por "A" se obtenga "A", la única cifra que corresponde a "A" es necesariamente 2.

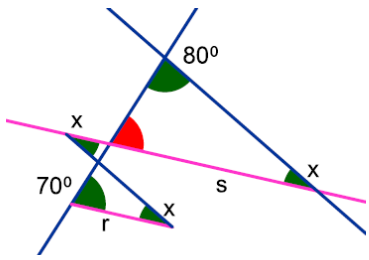
Una vez obtenidos los factores sólo es necesario efectuar la multiplicación:

	2	**5**
x	**2**	**5**
1	**2**	**5**
5	**0**	
6	**2**	**5**

<u>Septiembre 29:</u> ¿Cuál es la medida del ángulo x?



<u>Solución:</u> Las rectas r y s son paralelas (al ser los ángulos alternos internos iguales, al medir los dos x), por tanto, el ángulo rojo mide lo mismo que el ángulo de medida 70° (al tener los lados paralelos o coincidentes). Si aplicamos ahora que la suma de los ángulos de un triángulo es 180°, tenemos que x = (180 – 70 – 80 =) 30°



<u>Septiembre 30:</u> Consideramos los números de 3 cifras cuya suma de cifras sea 8. ¿Cuál es la suma del mayor y del menor de estos números?

<u>Solución:</u> De los números aludidos en el enunciado el mayor es 800 y el menor es 107. Por tanto, la contestación es: (800 + 107 =) 907