SOLUCIONES MAYO 2018

Colección confeccionada por José Colón Lacalle para preparar la Olimpiada Matemática de la FESPM de primer ciclo de la ESO en 2002

Nivel: Primer ciclo de la ESO. Preparación a la Olimpiada Matemática de la FESPM

Mayo 1-2: La representación olímpica de un país puede desfilar de tres en tres, de cuatro en cuatro o de cinco en cinco y queda por delante el abanderado. ¿Cuántas personas la componen? La representación de otro país intenta lo mismo, pero ahora de tres en tres quedan dos sueltos, de cuatro en cuatro les sobran tres y de cinco en cinco les sobran cuatro. ¿Cuántos miembros la componen? La representación española tiene menos suerte. De tres en tres sobran dos, de cuatro en cuatro y de cinco en cinco sobran tres, pero el número de atletas es mayor que el de los otros dos países. ¿Cuántos son?

Solución: Para el primer país, si N es el número de representantes, N – 1 (quitando al abanderado) ha de ser múltiplo de 3, de 4 y de 5, es decir múltiplo de (mcm (3, 4, 5) =) 60. Por lo tanto, N = 60k + 1, es decir, N $\in$\{61, 121, 181,…..\}.

Para el segundo país, si M es el número de representantes, (M – 1) – 2 ha de ser múltiplo de 3, es decir M ha de ser múltiplo de 3, (M – 1) – 3 ha de ser múltiplo de 4, es decir M ha de ser múltiplo de 4, (M – 1) – 4 ha de ser múltiplo de 5, es decir M ha de ser múltiplo de 5. Es decir, M ha de ser simultáneamente múltiplo de 3, de 4 y de 5, es decir múltiplo de (mcm (3, 4, 5) =) 60. Por lo tanto, M = 60 k, es decir, M $\in$ \{60, 120, 180, 210,…\}.

Para España, si R es el número de representantes, (R – 1) – 2 ha de ser múltiplo de 3 y (R – 1) – 3 = R – 4 ha de ser múltiplo de 4 y de 5, es decir de 20; es decir R = 20k + 4. Por tanto, R ha de ser múltiplo de 3 y cumplir R = 20k + 4 $\in$ \{24, 44, 64, 84, 104, 124, 144, ….\}. Buscamos dentro de este conjunto los múltiplos de 3 y obtenemos que el número de representantes de España debe ser \{24 (despreciado por exigencias del enunciado), 84, 144,… \} es decir R = 20k + 4 con k $\in$ \{4, 7, 10, ..\}

Mayo 3-4: Un grupo de amigos piensan realizar un viaje de 5000 km. En su presupuesto tienen incluido una cierta cantidad destinada a gastar en gasolina.

Afortunadamente, el precio de la gasolina baja unos días antes de realizar el viaje, lo cual les va a permitir ahorrar 0,5 céntimos de euro por km, gracias a lo cual podrán recorrer 250 km más de los previstos. ¿A cuánto ascendió, su presupuesto para gasolina?

Solución: Sea y los € presupuestados por Km. De enunciado tenemos: 5000·y = 5250·(y – 0,005). Su solución es y = 0,105 €/km. Como estaba presupuestado recorrer 5000 km, el presupuesto para gasolina era de (0,105·5000 =) 525 €.

<u>Mayo 5-6:</u> El padre de Dani, que es carpintero, hizo un cubo de madera y lo pinto de verde. Como era demasiado grande para utilizarlo decidió cortarlo en 27 cubos más pequeños e iguales. Clasifica estos cubos más pequeños según el número de cares pintadas

<u>Solución:</u> Con tres caras pintadas hay 8 cubos (los cubos que están en los vértices del cubo grande). Con dos caras pintadas hay 12 cubos. Con una cara pintada hay 6 (uno, el cubo central, por cada cara del cubo inicial). Por último, con ninguna cara pintada hay uno (e cubo que está en el interior del cubo inicial).

<u>Mayo 7-8:</u> Dos trenes que circulan por vías distintas, parten en el mismo momento y van uno hacia el otro. Uno de ellos se desplaza con velocidad constante de 80 km/h, el otro se desplaza con velocidad constante de 96 km/h se cruzan cuando han transcurrido 7 minutos y 30 segundos. ¿Qué distancia, en km, separa las dos estaciones?

<u>Solución:</u> Si t es el tiempo (medido en horas) transcurrido desde la salida simultanea de ambos trenes hasta que se cruzan, tenemos que la distancia recorrida por el tren que circula a 80 km/h es 80·t y la distancia recorrida por el tren que circula a 96 Km/h es 96·t. Como la distancia entre las estaciones es la suma de ambas distancias tenemos que la distancia entre estaciones es:

$$80\cdot t + 96\cdot t = 176\cdot t = 176\cdot(7m\ 30\ sg) = 176\cdot(7{,}5\ m) = 176\cdot\frac{7{,}5}{60} = 22\ km.$$

<u>Mayo 9:</u> Buscar un número de cuatro cifras tal que, si ponemos la coma entre las decenas y las centenas, nos da un número que es la media aritmética de los enteros que quedan a ambos lados de la coma

<u>Solución:</u> Representaremos un número de cuatro cifras: a, b, c y d por el simbolismo $\overline{abcd}$, y análogamente a los de dos cifras. Con ello el enunciado equivale a la ecuación:

$$\overline{ab},\overline{cd} = \frac{\overline{ab} + \overline{cd}}{2}$$

Que utilizando correctamente el lenguaje algebraico equivale a:

$$10a + b + \frac{c}{10} + \frac{d}{100} = \frac{10a + b + 10c + d}{2}$$

Que simplificada lleva a: $500a + 50b = 490c + 49d \Leftrightarrow 50(10a + b) = 49(10c + d) \Leftrightarrow 5^2\cdot 2\cdot(10a + b) = 7^2\cdot(10c + d)$. Y ahora por la unicidad de la descomposición factorial en números primos tenemos que la última ecuación es equivalente al sistema:

$$\begin{cases} 10c + d = 50 \\ 49 = 10a + b \end{cases}$$

Que es fácilmente resoluble. De la primera ecuación c = 5 y d = 0 y de la segunda ecuación a = 4 y b = 9. El número del enunciado es: 4950.

<u>Mayo 10:</u> En paginar un libro se han gastado 360 cifras, numerándose todas las páginas desde la primera a la última. ¿Cuántas páginas tiene el libro?

Solución: En total, en el libro, hay las siguientes páginas:

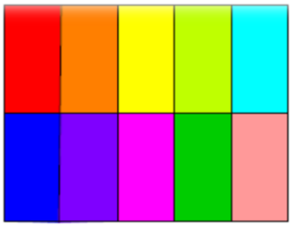
Nueve de un dígito (desde la número 1 hasta la número 9). Quedan (360 – 9 =) 351 dígitos. Noventa de dos dígitos (desde la número 10 hasta la número 99). Quedan (351 – 2·90 =) 171 dígitos. Como:

$$\frac{171}{3} = 57$$

Quedan dígitos para completar 57 páginas numeradas con tres dígitos (desde la 100 hasta la (57 + 99 =) 156). Como comprobación, hay 9 + 90 + 57 = 156 páginas.

Mayo 11-12: ¿Cuántos rectángulos se generan en la figura adjunta?

Encuentra un procedimiento para poder contar el número de rectángulos que habría en las figures con seis, siete, ..., columnas



Nivel: La generalización: OMS de segundo ciclo

Solución: Tenemos:

$$\text{Con un rectángulo} \Rightarrow 5\ (\text{primera fila}) + 5\ (\text{segunda fila}) \Rightarrow 10\ \text{rectángulos}$$

$$\text{Con dos rectángulos} \Rightarrow \begin{cases} (2\text{x}1) \Rightarrow 4\ (\text{primera fila}) + 4\ (\text{segunda fila}) \Rightarrow 8\ \text{rectángulos} \\ (1\text{x}2) \qquad \Rightarrow \qquad 5 \qquad \Rightarrow 5\ \text{rectángulos} \end{cases}$$

$$\text{Con tres rectángulos} \Rightarrow 3\ (\text{primera fila}) + 3\ (\text{segunda fila}) \Rightarrow 6\ \text{rectángulos}$$

$$\text{Con cuatro rectángulos} \Rightarrow \begin{cases} (4\text{x}1) \Rightarrow 2\ (\text{primera fila}) + 2\ (\text{segunda fila}) \Rightarrow 4\ \text{rectángulos} \\ (2\text{x}2) \qquad \Rightarrow \qquad 4 \qquad \Rightarrow 4\ \text{rectángulos} \end{cases}$$

$$\text{Con cinco rectángulos} \Rightarrow 1\ (\text{primera fila}) + 1\ (\text{segunda fila}) \Rightarrow 2\ \text{rectángulos}$$

$$\text{Con seis rectángulos} \Rightarrow (2\text{x}3) \Rightarrow 3\ \text{rectángulos}$$

$$\text{Con ocho rectángulos} \Rightarrow (2\text{x}4) \Rightarrow 2\ \text{rectángulos}$$

$$\text{Con diez rectángulos} \Rightarrow (2\text{x}5) \Rightarrow 1\ \text{rectángulos}$$

En total aparecen 45 rectángulos.

Para la generalización obtenemos las dos primeras filas del siguiente esquema. La tercera fila es la diferencia de dos términos consecutivos de la sucesión de la fila 2. La cuarta fila es la diferencia de dos términos consecutivos de la tercera fila y que constantemente vale 3.

Número columnas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Número rectángulos	3	9	18	30	45	63	84	108	135	165

6 9 12 15 18 21 24 27 30

3 3 3 3 3 3 3 3 3

Cuando esto ocurre los términos de la segunda fila se dice que son una sucesión aritmética de segunda clase (o especie) se puede probar que en una sucesión que ocurra esto su término general es un polinomio de segundo grado: $a_n = a\cdot n^2 + b\cdot n + c$. Para obtener los coeficientes a, b y c sustituir valores utilizando los tres primeros términos de la sucesión:

$$\left.\begin{array}{r}3 = a + b + c\\ 9 = 4a + 2b + c\\ 18 = 9a + 3b + c\end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} a = \dfrac{3}{2}\\ b = \dfrac{3}{2}\\ c = 0\end{cases}$$

Así pues:

$$a_n = \frac{3}{2}n(n+1)$$

NOTA: Para alumnado de primer ciclo ya es suficiente observar que al restar dos términos consecutivos de la sucesión obtenemos los múltiplos de 3

<u>Mayo 13:</u> Sean naturales a, b, c, d, f y g tales que b·f = 91; a·d = 18; c·d = 16; b·g = 39. Si L = a + b + c y H = d + c = f + g; calcular el producto L·H

<u>Solución:</u> Las condiciones sobre los naturales configuran el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{r}(1)\ \ bf = 91\\ (2)\ \ ad = 18\\ (3)\ \ cd = 16\\ (4)\ \ bg = 39\\ (5)\ \ d + c = f + g\end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l}(1)\text{ y }(4)\ \ \dfrac{f}{g} = \dfrac{91}{39} = \dfrac{7}{3} \Rightarrow 3f = 7g \Rightarrow \begin{cases} f = 7k & (6)\\ g = 3k & (7)\end{cases}\\ (2)\text{ y }(3)\ \ \dfrac{a}{c} = \dfrac{18}{16} = \dfrac{9}{8} \Rightarrow 8a = 9c \Rightarrow \begin{cases} a = 9p & (8)\\ c = 8p & (9)\end{cases}\end{array}$$

$$\left.\begin{array}{r}(1)\\ (6)\end{array}\right\} \Rightarrow bf = 91 = b\cdot 7k \Rightarrow b = \frac{91}{7k} = \frac{13}{k}\ \ (10) \Rightarrow k = 1 \text{ o } k = 13\ \ (11)$$

$$\left.\begin{array}{r}(2)\\ (8)\end{array}\right\} \Rightarrow ad = 18 = d\cdot 9p \Rightarrow d = \frac{18}{9p} = \frac{2}{p}\ \ (12) \Rightarrow p = 1 \text{ o } p = 2\ \ (13)$$

Si ahora exigimos que (12), (9), (6) y (7) cumplan (5) tenemos:

$$\frac{2}{p} + 8p = 7k + 3k \Rightarrow 2 + 8p^2 = 10pk \Rightarrow 4p^2 - 5kp + 1 = 0\ \ (14)$$

Y, por último:

$$\left.\begin{array}{r}(14)\\ (13)\\ (11)\end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} k = 1, p = 1 \Rightarrow 4 - 5 + 1 = 0 \ \ \text{SI}\\ k = 13, p = 1 \Rightarrow 4 - 5\cdot 13 + 1 \neq 0 \ \ \text{NO}\\ k = 1, p = 2 \Rightarrow 16 - 10 + 1 \neq 0 \ \ \text{NO}\\ k = 13, p = 2 \Rightarrow 16 - 130 + 1 \neq 0 \ \ \text{NO}\end{cases}$$

Luego sólo k = 1 y p = 1. De donde las soluciones del sistema original son:

$$\left.\begin{array}{rr}(8)\ \ a = 9 & (10)\ \ d = 2\\ (10)\ \ b = 13 & (6)\ \ f = 7\\ (9)\ \ c = 8 & (7)\ \ g = 3\end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{c} L = a + b + c = 9 + 13 + 8 = 30\\ H = d + c = f + g = 2 + 8 = 7 + 3 = 10\end{array}\right\} \Rightarrow L\cdot H = 30\cdot 10 = 300$$

<u>Solución Ahmed Nuh de 6º en el E. P. del C. P. B. B. Verdejo de Manises (València)</u>

"Para resolver este problema lo primero que hacemos es descifrar los números a, b, c, d, f, g. Lo cual se puede hacer hallando el mcd de las distintas sumas resueltas, (b= mcd {91, 39}, d = mcd {16, 18}). Después se divide el resultado de cada suma entre 13 o 2 (b o d) según corresponda para hallar los demás números. Tras hacer estas operaciones se descifran ya todos los números: a = 9, b = 13, c = 8, d = 2, f =7 y g = 3. L·H = 300”

Mayo 14: Sobre un carrete vacío se enrolla firmemente una cinta de 25 metros de largo y 0,1 mm de espesor, dando así, un rodillo de 10 cm de diámetro. ¿Cuál es el diámetro del carrete original?

Solución: Sea r es el radio del carrete y H su altura. Puesto que el volumen que ocupa la cinta enrollada en el carrete es el mismo que el generado por la cinta completamente plana, tenemos:

(Volumen generado con carrete = volumen generado por la cinta plana)

$$(25 - \mathrm{r}^2) \cdot \pi \cdot \mathrm{H} = \mathrm{H} \cdot 2500 \cdot 0{,}01 \;\Rightarrow\; 25 - \mathrm{r}^2 = \frac{25}{\pi} \;\Rightarrow\; \mathrm{r} = \sqrt{25 - \frac{25}{\pi}} \cong 4{,}12\ \mathrm{cm} \;\Rightarrow\; \mathrm{D} = 2\mathrm{r} \cong 8{,}24\ \mathrm{cm}$$

Mayo 15-16: Raúl y Aitana viajan en su coche a velocidad constante. ¿Te has dado cuenta, le dijo Aitana a Raúl, que las señales rojas están regularmente espaciadas a lo largo de la carretera? Me pregunto a qué distancia estará una de otra. Aitana echó un vistazo al reloj del coche y conto el número de señales rojas que rebasaban en un minuto. ¡Qué raro, exclamó! Si se multiplica ese número por diez se obtiene exactamente nuestra velocidad en Km/h. Admitiendo que al comenzar y terminar de contar el minuto el coche se encontraba entre dos anuncios. ¿Qué distancia separa las señales rojas?

Solución: Sea x el número de señales rebasadas en un minuto y d la distancia entre señales, entonces del enunciado tenemos:

10·(número de señales rebasadas en un minuto) = velocidad en Km/h = distancia recorrida en una hora

10·x = distancia recorrida en un minuto·60

10·x = x·d·60

$$\mathrm{d} = \frac{10}{60} = 0{,}1\hat{6}\ \mathrm{km} = 166,\hat{6}\ \mathrm{m}$$

Mayo 17-18: En la Agencia de Investigaciones MIA (Matemáticas Investigadas y Aclaradas), han de resolver cierto número de misiones, pero disponemos de un número de agentes tal que: si encargamos una misión a cada agente, sobran x misiones, pero si damos x misiones a cada agente, se quedan x agentes sin misión. Sabiendo que los agentes y misiones suman menos de 15, ¿sabrías decir cuántos agentes y misiones son?

Solución: Sea y = número de agentes y t = número de misiones. Entonces:

Si encargamos una misión a cada agente, sobran x misiones ⇒ t – y =x

Si damos x misiones a cada agente, se quedan x agentes sin misión ⇒ x·(y – x) = t

Agentes y misiones suman menos de 15 $\Rightarrow$ $y + t < 15$ (*)

$$\left.\begin{matrix} t - y = x \\ x(y - x) = t \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} t = x + y \\ x(y - x) = t \end{matrix}\right\} \Rightarrow x(y - x) = x + y \Rightarrow y = \frac{x^2 + x}{x - 1} = x + 2 + \frac{2}{x - 1}$$

Por lo tanto, $x - 1$ debe ser divisor de 2. Es decir, $x - 1 = 1$ o $x - 1 = 2$.

Si $x = 2$, tenemos $y = 6$ y eso lleva a (primera ecuación del sistema) $t = 8$

Si $x = 3$, tenemos $y = 6$ y eso lleva a (primera ecuación del sistema) $t = 9$

De estas dos soluciones del sistema sólo la primera cumple la condición (*). Luego hay seis agentes y ocho misiones.

Mayo 19-20: Un presidiario no recordaba cuando debía de salir de la cárcel. El carcelero quiso ayudarlo manteniendo con él la siguiente conversación:

Carcelero: ¿Cuántos años tienes?

Preso: Veinticinco.

Carcelero: Yo tengo cincuenta y cuatro. ¿Qué día naciste?

Preso. Hoy es mi cumpleaños.

Carcelero: ¡También es el mío! El día que tanga el doble de edad que tú, saldrás de la cárcel.

¿Cuánto tiempo dura la condena del preso?

Solución: Sea x los años de condena del preso. Transcurridos estos años el preso tendrá $25 + x$ años y el carcelero tendrá $54 + x$ años. Como entonces la edad del carcelero será doble de la del preso:

$$54 + x = 2\cdot(25 + x) \Rightarrow 54 + x = 50 + 2x \Rightarrow x = 4 \text{ años.}$$

El preso ha de estar 4 años en la cárcel.

Mayo 21-22: Coloca los dígitos 2, 3, 4, 5 y 6, de izquierda a derecha, de manera que el número de dos cifras formado por los dos dígitos de la izquierda es un múltiplo de 2; el formado por los dígitos segundo y tercero por la izquierda es múltiplo de 3,….., el formado por los dígitos quinto y sexto por la izquierda es múltiplo de 6.

1					

Solución: Hay que recordar los criterios de divisibilidad: Columnas primera y segunda: Un número es divisible por 2 sii termina en cifra par. Columnas segunda y tercera: Un número es múltiplo de tres sii la suma de sus cifras es múltiplo de tres. Columnas tercera y cuarta: Un número es múltiplo de cuatro sii sus dos últimas es múltiplo de cuatro. Columnas cuatro y cinco: Un número es múltiplo de cinco sii termina en cero o cinco (en este problema si termina en cinco). Columnas cinco y seis: Un número es múltiplo de seis sii es múltiplo de dos y de tres

1	2	4	no		
1	4	2 5	no 2 6	no no	
1	6	3	2 no	5	4

Luego el número es el 163254.

<u>Mayo 23-24:</u> Una reina cautiva, con su hijo e hija fue encerrada en una torre. En la parte exterior de una ventana había una polea de la que pendía una soga con dos canastas atadas, una a cada extremo; ambas canastas de igual peso. Los cautivos lograron escapar usando una pesa que había en la torre. Habría sido peligroso para cualquiera de los tres descender pesando más de 15 kg que el contenido de la canasta inferior, porque habría bajado demasiado rápido; y se las ingeniaron para no pesar tampoco menos de esa diferencia de 15 kg. La canasta que bajaba hacía subir, naturalmente, a la otra. ¿Cómo lo consiguieron? La reina pesaba 75 kg, la hija 45 kg, el hijo 30 y la pesa 15 kg

<u>Solución:</u> El descenso puede describirse como sigue:

1. Ponen la pesa en la canasta y esta baja.
2. Se sube el hijo en la otra canasta, y la canasta baja.
3. Quitan la pesa y en su lugar sube la hija. La canasta baja.
4. Se quita el hijo y pone la pesa. La hija se quita y la canasta baja.
5. Se pone el hijo en la otra canasta y su canasta baja.
6. Se pone la hija en la canasta junto con el hijo. En la otra canasta se quita la pesa y se sube la reina. La canasta baja.
7. El hijo se sube en una canasta y en la otra se deja a la pesa. La canasta baja.
8. Se quita la pesa y se pone la hija. La canasta baja.
9. Se deja la pesa sola y la canasta baja.
10. Se pone el hijo y en la otra canasta se deja la pesa. La canasta se baja. Y ya están los tres fuera de la torre.

Mayo 25-26: En la novela "Los Viajes de Gulliver" se narran los viajes Gulliver por varios países imaginarios, uno de ellos es Liliput, cuyos habitantes son todos enanos, pero con las mismas proporciones que Gulliver. Si Gulliver es 12 veces más alto que los liliputienses, ¿cuántos colchones de liliputienses debemos coser para hacer un colchón para Gulliver?

Solución: Cada una de las tres dimensiones del espacio: altura, anchura y profundidad se ve afectada por el cambio de escala. Es decir, Gulliver necesitara 12 colchones de altura, 12 colchones de anchura y 12 colchones de profundidad. En total 12^3 = 1728 colchones.

Mayo 27: Una sandía pesó 10 kg. Se sabe que el 99% de ellos es agua. Después de cierto tiempo al Sol, se evaporó parte del agua, siendo ahora el porcentaje de agua del 98%. ¿Cuánto pesa ahora la sandía?

Solución: El agua equivale a un 1% del peso inicial. Por tanto, de materia seca, hay inicialmente:

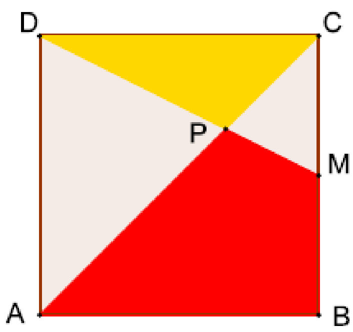
$$\frac{1}{100} \cdot 10 = 0{,}1 \text{ kg}$$

Esa materia seca no se altera y, según el enunciado equivale al 2% del peso final. Luego si x es peso final de la sandía, tenemos:

$$0{,}1 = \frac{2}{100} \cdot x \quad \Rightarrow \quad x = \frac{0{,}1 \cdot 100}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ kg}$$

Luego el peso final de la sandía es de 5 kg, la mitad del peso inicial.

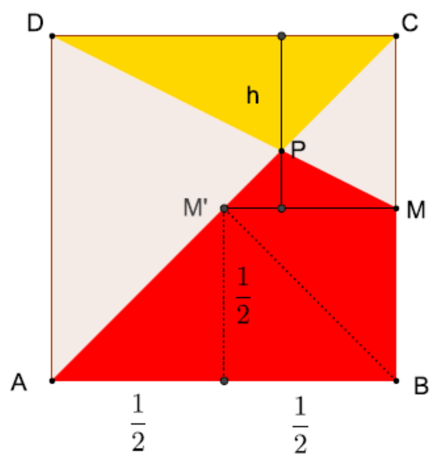
Mayo 28: Sea ABCD un cuadrado de lado unidad. Si M es el punto medio de CB, hallar la razón entre el área del cuadrilátero APMB y el área del triángulo ΔCDP



Solución1: Sea M' la intersección de la recta paralela a DC que pasa por M con la diagonal AC. Entonces ΔPDC ≅ ΔPMM' (pues tienen iguales los ángulos en P (opuestos por el vértice) y ∠CDM = ∠M'MP (por alternos internos)).

Por tanto, tienen sus lados proporcionales y también mantienen esa proporcionalidad las alturas. Por tanto:

$$\frac{1}{1/2} = \frac{DC}{M'M} = \frac{h}{\frac{1}{2} - h} \quad \Rightarrow \quad h = \frac{1}{3}$$



Por tanto:

$$A_{\Delta CDP} = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{1 \cdot \frac{1}{3}}{2} = \frac{1}{6}$$

$$A_{APMB} = 3 \cdot \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}{2} + \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6}}{2} = \frac{5}{12}$$

Por tanto:

$$\frac{A_{\Delta CDP}}{A_{APMB}} = \frac{1/6}{5/12} = \frac{2}{5}$$

Solución 2 (Ignacio Larrosa @ilarrosac):

P es el baricentro del triángulo ΔDBC. Por tanto:

$$A_{\Delta PMC} = \frac{1}{3} \cdot A_{\Delta DMC} = \frac{1}{12}$$

$$A_{\Delta PDC} = \frac{2}{3} \cdot A_{\Delta DMC} = \frac{1}{6}$$

$$A_{\Delta APD} = 4 \cdot A_{\Delta PMC} = \frac{1}{3}$$

$$A_{ABMP} = 1 - \frac{1}{12} - \frac{1}{6} - \frac{1}{3} = \frac{5}{12}$$

Mayo 29: ¿Cuánto suman los 100 primeros dígitos que aparecen después de la coma decimal al hacer 1/13?

Solución: Tenemos:

$$\frac{1}{13} = 0,\widehat{076923}$$

Los seis dígitos que forman el periodo suman (0 + 7 + 6 + 9 + 2 + 3 =)27. En las 100 primeras posiciones decimales hay (100 = 16·6 + 4) diez y seis periodos enteros y las cuatro primeras cifras del periodo. Por tanto, la suma buscada es:

16·27 + 0 + 7 + 6 + 9 = 432 + 22 = 454

Mayo 30: Laia y Aitana, que tienen prisa, suben por una escalera mecánica. Aitana es el triple de rápida que Laia. Al terminar de subir Aitana contó 75 escalones y Laia 50 escalones.

¿Cuántos escalones tiene visibles la escalera mecánica?

Solución: Si llamamos x a los escalones que se le "esconden" a Aitana, tenemos:

75 + x = 50 + 2x ⇒ 75 – 50 = x ⇒ 25 = x

Por tanto, el número de escalones visibles de la escalera son: 75 + 25 = 100.

Mayo 31: Dani, observa que el año que cumple 14 años su padre cumple 41. Si su padre viviese 100 años, ¿cuántas veces ocurrirá esto?

Solución: Debe de cumplirse:

Edad padre = Edad Dani + 27

Siendo la edad del padre 10·a + b y la edad de Dani 10·b + a con a, b ∈ {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}. Con ello:

10·a + b = 10·b + a + 27 ⇔ 9·(a – b) = 27 ⇔ a – b = 3 cuyas soluciones son:

a	b	Edad Dani (10·b + a)	Edad padre (10·a + b)
4	1	14	41
5	2	25	52
6	3	36	63
7	4	47	74
8	5	58	85
9	6	69	96

Lo expresado en el enunciado ocurrirá seis veces.