SOLUCIONES SEPTIEMBRE 2018

Colección organizada por JOSÉ COLÓN LACALLE para preparar la Olimpiada de Secundaria de segundo ciclo de la ESO en 2001

Septiembre 1-2: Encontrar un número de 4 cifras que verifique:

La suma de los cuadrados de las cifras de las centenas y de las unidades es 53.
La suma de cuadrados de las otras dos cifras es 45
Si al número pedido le restamos el que se obtiene al invertir sus cifras se obtiene un múltiplo de 99 comprendido entre 1.000 y 1.200

Solución: Sea mcdu el número considerado. De la primera condición tenemos: $c^2+u^2 = 53$. De la segunda condición: $m^2+d^2 = 45$. De la tercera condición: $1000m+100c+10d+u = 1000u+100d+10c+m+ 99k$ donde $1000 \leq 99k \leq 1200$.

Como los únicos cuadrados que suman 53 son 49 y 4, provenientes de 7 y 2, tendremos que $c \in \{7, 2\}$ y u es el otro valor. Como los únicos cuadrados que suman 45 son 36 y 9, provenientes de 6 y 3, tendremos que $m \in \{7, 2\}$ y d es el otro valor. Por último, los únicos múltiplos de 99 entre 1000 y 1200 son 1089 (= 11·99) y 1188 (=12·99).

Una vez restringida el número de posibles soluciones pasamos a comprobar cuales de las analizadas son soluciones.

1.- c =7, u = 2, m = 6, d = 3. 6732 – 2376 = 4356. No.

2.- c = 7, u = 2, m = 3, d = 6. 3762 – 2673 = 1089. Si.

3.- c = 2, u = 7, m = 6, d = 3. 6237 – 7326 = - 1089. No.

4.- c = 2, u = 7, m = 3, d = 6. 3267 – 7623 = - 3656. No

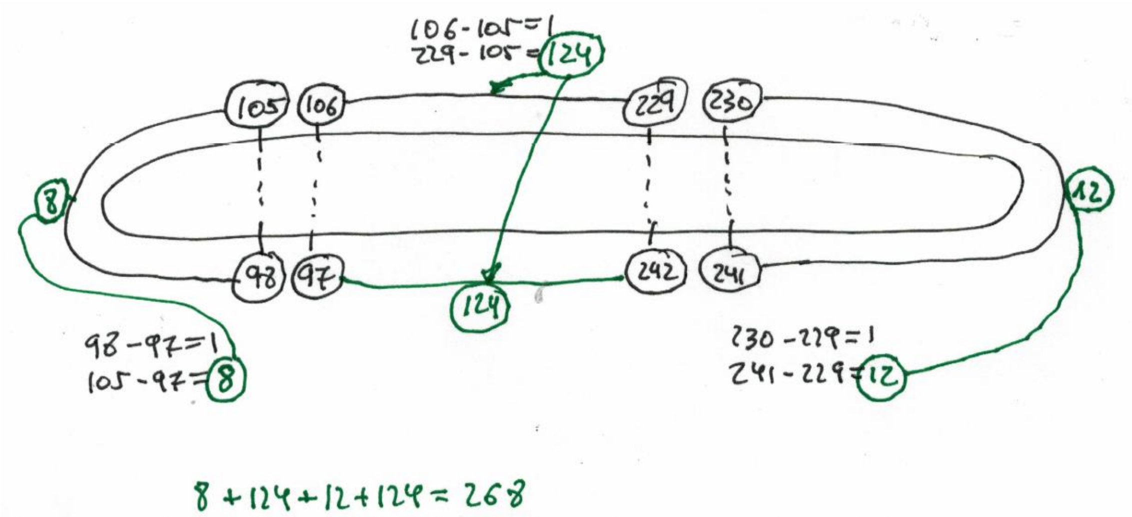
Luego la única solución al enunciado planteado es 3762.

Septiembre 3: Seis amigos quieren pasar las vacaciones juntos, y deciden, cada dos, utilizar diferentes medios de transporte. Saben que Alex no va en coche y que este acompaña a Benito que no va en avión. Andrés viaja en avión. Si Carlos no va acompañado de Darío ni usa el avión, ¿qué medio de transporte utiliza Tomás?

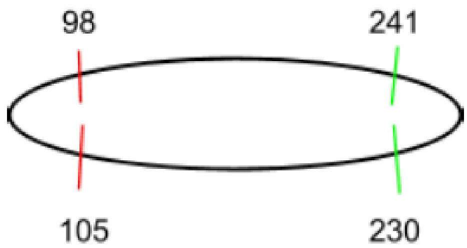
Solución: Sabemos que Alejandro y Benito van juntos, y que no lo hacen ni en coche ni en avión. Andrés va en avión y acompañado de Darío (puesto que Carlos no va en avión, ni con Darío). Por tanto, Tomás tendrá que ir en coche, con Carlos.

Septiembre 4-5: En un telesilla, en el momento en que Laia que está sentada en la silla 98, se cruza con la silla 105, su hermana, Aitana, que está sentada en la silla 241, se cruza con la silla 230. Por supuesto las sillas están regularmente espaciadas y numeradas en orden a partir del 1. ¿Cuántas sillas tiene este remonte?

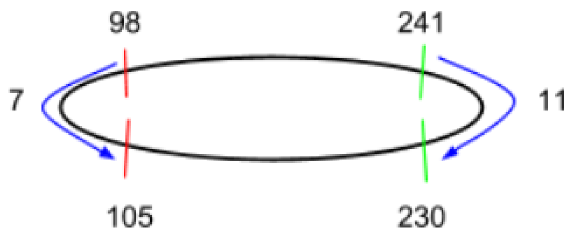
Solución:



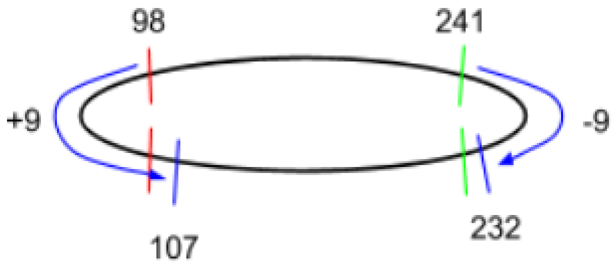
Solución: De Joan Estevan Morió (IES "Albaida")



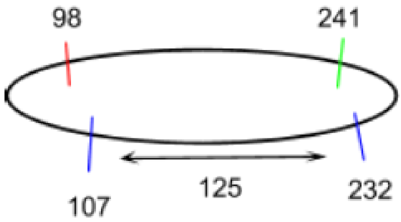
Laia se encuentra a la silla número 98 y ve delante de ella la 105, su hermana Aitana que se encuentra en la 241 y ve delante de ella la 230. Las dos hermanas están sentadas en el mismo lado del telesilla



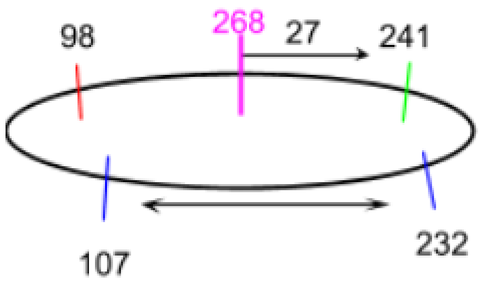
Vemos que el número de telesillas que las separan no es el mismo así que intentamos equilibrarlo puesto que ese lado es un reflejo del otro, vemos que el número que queda entre 7 y 11 es el 9, así que buscamos los telesillas correspondientes en esta suma como se muestra al siguiente dibujo.



Ahora calculamos la distancia entre el telesilla 232 y el 107, para saber cuántos telesillas separan Laia de su hermana:



125. Ahora restamos 125-98 y sumamos el resultado a 241.



El resultado es 268. Hay 268 telesillas.

Septiembre 6: Dos trenes viajan a velocidades constantes. El más lento recorre, en 15 minutos 1 km menos que el más rápido. El tren más lento tarda 15 segundos más que el más rápido en recorrer 4 km. ¿A cuántos km/hora marcha el tren más rápido?

Solución: Si el tren más lento recorre en 15 minutos (=1/4 de hora) 1 km menos que el más rápido, en una hora el tren más lento recorre 4 km menos que el tren más rápido. Por tanto, $v_R = v_L + 4$

Si el tren más lento tarda 15 sg (=1/4 minuto =1/240 horas) más que el más rápido en recorrer 4 km:

$$v_L = \frac{4}{t_L} = \frac{4}{t_R + \frac{1}{240}} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{v_L} = \frac{t_R}{4} + \frac{\frac{1}{240}}{4} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{v_L} = \frac{1}{v_R} + \frac{1}{960}$$

Resolviendo el sistema:

$$\left. \begin{array}{l} v_R = v_L + 4 \\ \frac{1}{v_L} = \frac{1}{v_R} + \frac{1}{960} \end{array} \right\} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{v_R - 4} = \frac{1}{v_R} + \frac{1}{960} \quad \Rightarrow \quad 0 = v_R^2 - 4v_R - 3840 \quad \Rightarrow \quad v_R = 64$$

Despreciando v_R = - 60. La velocidad del tren rápido es 64 km/h y la del tren lento es 60 km/h

Septiembre 7-8: Un ciclomotor va por la carretera a velocidad constante. En un momento determinado pasa por delante de un mojón quilométrico con un número de dos cifras. Al cabo de una hora pasa por delante de otro mojón que lleva las mismas cifras, pero en orden inverso. Una hora más tarde pasa por delante de un tercer mojón que lleva las mismas cifras iniciales en el mismo orden, pero separadas por un cero. ¿A qué velocidad va el ciclomotor?

Solución: Tendremos:

$$\mathrm{AB} \xrightarrow[1\ \mathrm{h}\equiv \mathrm{x\ km}]{} \mathrm{BA} \xrightarrow[1\mathrm{h}\ \equiv \mathrm{x\ km}]{} \mathrm{A0B}$$

De donde surge el sistema:

$$\left.\begin{array}{r} 10\mathrm{A}+\mathrm{B}+\mathrm{x}=10\mathrm{B}+\mathrm{A} \quad \Rightarrow \quad \mathrm{x}=9(\mathrm{B}-\mathrm{A}) \\ 10\mathrm{B}+\mathrm{A}+\mathrm{x}=100\mathrm{A}+\mathrm{B} \quad \Rightarrow \quad \mathrm{x}=9(11\mathrm{A}-\mathrm{B}) \end{array}\right\} \Rightarrow \mathrm{B}-\mathrm{A}=11\mathrm{A}-\mathrm{B} \quad \Rightarrow \quad \mathrm{B}=6\mathrm{A}$$

La única solución admisible surge cuando A = 1, en cuyo caso B = 6. Los puntos quilométricos son 16, 61 y 106. La velocidad del ciclomotor es 45 km/h

Septiembre 9: El 95% de los alumnos que ha resuelto correctamente un problema de la fase local de la X Olimpiada Matemática es de tercero de ESO. Si han presentado solución 38 alumnos, ¿cuántos lo han resuelto incorrectamente?

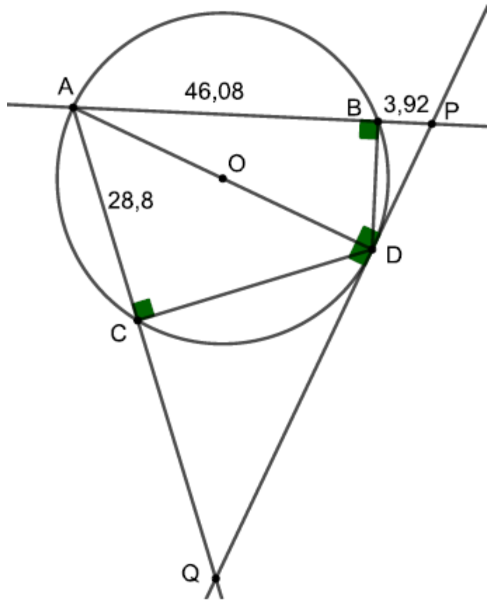
Solución: Si x (y) es número de personas que realizan correctamente (incorrectamente) el problema tendremos x + y = 38. Del enunciado tenemos $\frac{95\mathrm{x}}{100}=\frac{19\mathrm{x}}{2^2\cdot 5}=\mathrm{k} \Rightarrow 19\mathrm{x}=2^2\cdot 5\cdot \mathrm{k}$, y por la unicidad de la descomposición factorial en números primos tenemos que x = $2^2\cdot 5\cdot k'$ y como x ≤ 38, k' = 1 y x = 20. Luego (38 – 20 =) 18 han resuelto mal el problema.

Septiembre 10-11: Una persona debe llevar un mensaje a través de un desierto. Para cruzar el mismo son necesarios 9 días. Una persona puede llevar comida para 12 días. No hay alimento en ningún lugar del desierto. ¿Es posible que entre dos personas sean capaces de llevar el mensaje y volver sin que les falte comida?

Solución: Si es posible de la siguiente manera: Salen los dos juntos (pongamos A y B). La noche del tercer al cuarto día, B le da a A comida a para tres días, por lo que le siguen quedando para 12 días. Al día siguiente cada uno toma un camino diferente, A sigue en su camino hasta la entrega del mensaje, y B se da la vuelta. El día nueve A entregará el mensaje, teniendo comida para seis días más. Al día siguiente emprende el regreso, y a los dos días B saldrá del punto de partida en busca de A, con comida para doce días. Se encontrarán cuando le queden cinco días de camino a A. Entonces B repartirá la mitad de su comida a A, teniendo cada uno de ellos comida suficiente para llegar a su casa.

Septiembre 12: En una circunferencia se consideran 4 puntos distintos: A, B, C y D tales que AD es diámetro, y se traza la tangente por D. Sean, P la intersección de la recta AB y la tangente y Q la intersección de la recta AC con la tangente. Si AB=46,08; AC=28,8 y BP=3,92; calcula la medida de CQ.

Solución:



Consideremos BD⊥AP. En ΔADP (rectángulo en D) aplicamos el teorema de la altura:

$BD^2 = 46{,}08 \cdot 3{,}92 \Rightarrow BD = 13{,}44 \Rightarrow AD =$ diámetro $= \sqrt{46{,}08^2 + 13{,}44^2} = 48$

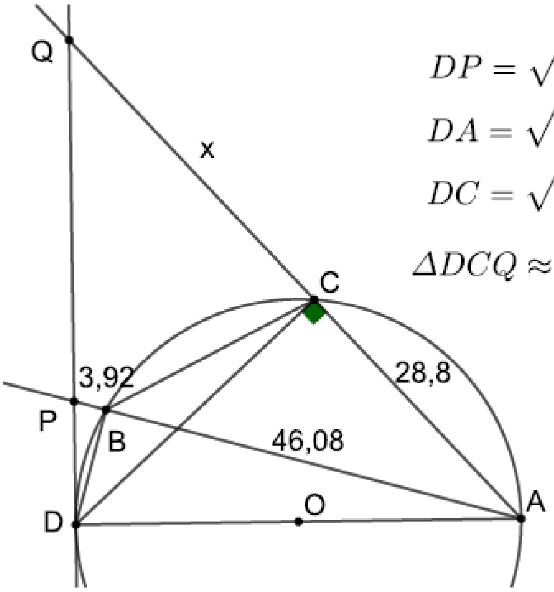
Consideremos CD⊥AQ. En ΔACD (rectángulo en C) tenemos:

$$CD = \sqrt{AD^2 - 28{,}8^2} = 38{,}4$$

Y, por último, aplicamos el teorema de la altura en ΔADQ (rectángulo en D)

$$DC^2 = 38{,}4^2 = 28{,}8 \cdot CQ \Rightarrow CQ = 51{,}2$$

<u>Solución (Ignacio Larrosa):</u>



$$DP = \sqrt{3,92 \cdot (3,92 + 46,08)} = \sqrt{3,92 \cdot 50} = 14$$
$$DA = \sqrt{50^2 - 14^2} = 48$$
$$DC = \sqrt{48^2 - 28,8^2} = 38,4$$
$$\Delta DCQ \approx \Delta ACD \Rightarrow \frac{x}{38,4} = \frac{38,4}{28,8} \Rightarrow x = 51,2$$

<u>Septiembre 13-14:</u> Tenemos 105 monedas entre las cuales sabemos que hay tres falsas. Las monedas auténticas pesan todas lo mismo y su peso es mayor que el de las falsas, que también pesan todas lo mismo. Indicar de qué manera se pueden seleccionar 26 monedas auténticas realizando sólo dos pesadas en una balanza de dos platos.

<u>Solución:</u> Primero ponemos en un plato 52 monedas y otras 52 monedas en el otro plato, dejando una moneda sin pesar. Si la balanza se equilibra significará que en cada grupo hay una falsa y la tercera será la que hemos dejado de pesar.

Si la balanza no se equilibra, en el platillo que pese menos habrá 2 o 3 monedas falsas y en el que pesa más habrá una o ninguna falsa.

Cogeremos las monedas del platillo que pesa más o si los dos platillos están equilibrados da igual el que cojamos y haremos la otra pesada, poniendo 26 en un platillo y otras 26 en el otro. Entre los dos platillos debe haber una o ninguna falsa. Si los dos platillos pesan lo mismo, da igual las 26 que cojamos, serán verdaderas. Si no se quedan en equilibrio, las 26 monedas que hay en el platillo que pesa más, son verdaderas.

Septiembre 15: Hallar los enteros que al dividirlos dan como resultado 13,28125.

Solución: Buscamos x, y $\in Z$ tales que $\frac{x}{y} = 13{,}28125$. Tendremos:

$$\frac{x}{y} = 13{,}28125 = \frac{1328125}{100000} = \frac{5^7 \cdot 17}{2^5 \cdot 5^5} = \frac{5^2 \cdot 17}{2^5} \quad \Rightarrow \quad x \cdot 2^5 = y \cdot 5^2 \cdot 17 \quad \Rightarrow \quad x = k \cdot 5^2 \cdot 17$$

Por la unicidad de la descomposición factorial en factores primos. Además de los dos últimos pasos:

$$k \cdot 5^2 \cdot 17 \cdot 2^5 = y \cdot 5^2 \cdot 17 \quad \Rightarrow \quad y = k \cdot 2^5$$

Los enteros buscados son x = $\pm$ k·5^2·17; y = $\pm$ k·2^5 con k $\in${1, 2, 3, ….}

Septiembre 16-23: Aitana quiere escribir un trabajo de n páginas. El lunes escribió la mitad del trabajo. El martes la tercera parte de lo que le faltaba, el miércoles la cuarta parte de lo que le quedaba por hacer y el jueves la quinta parte de lo que le faltaba. Cansada, el viernes decide terminar el trabajo haciendo las páginas que le quedan por hacer que son menos de 15. Si todos los días escribe un número entero de páginas, ¿cuántas páginas tiene el trabajo y cuántas escribió el viernes?

Solución: Tenemos:

día	Páginas escritas	Páginas que le quedan
Lunes	$\frac{n}{2}$	$\frac{n}{2}$
Martes	$\frac{1}{3}\frac{n}{2} = \frac{n}{6}$	$\frac{n}{3}$
Miércoles	$\frac{1}{4}\frac{n}{3} = \frac{n}{12}$	$\frac{n}{4}$
Jueves	$\frac{1}{5}\frac{n}{4} = \frac{n}{20}$	$\frac{n}{5}$

Como n/5 < 15, tendremos que n < 75. Es decir, buscamos un natural n menor que 75 y que sea múltiplo de 3, de 4 y de 5. Como n (=3·4·5) = 60 cumple todos los requisitos es el natural buscado.

Septiembre 17: Dos equipos de básquet se enfrentan en una final al mejor de tres partidos. La estadística de los anteriores partidos señala que el equipo A ha ganado el 60% de los partidos y que el equipo B ha ganado los restantes. ¿Cuál es la probabilidad de que la final deba decidirse en un tercer partido?

Solución 1: Del enunciado tenemos: P(gane A) = 0,6; P(gane B) = 0,4 y que los sucesos son independientes. Preguntan por $P((A_1 \cap B_2) \cup (B_1 \cap A_2))$. Como los sucesos son incompatibles:

$P((A_1 \cap B_2) \cup (B_1 \cap A_2)) = P(A_1 \cap B_2) + P(B_1 \cap A_2) = P(A_1) \cdot P(B_2/A_1) + P(B_1) \cdot P(A_2/B_1) = 0{,}6 \cdot 0{,}4 + 0{,}4 \cdot 0{,}6 = 0{,}48$.

Solución 2:

P(tercer partido) = $1 - P(A_1 \cap A_2) - P(B_1 \cap B_2) = 1 - 0{,}36 - 0{,}16 = 0{,}48$

Septiembre 18-19: Cuatro amigos están jugando una partida de cartas y acuerdan que aquel que pierda pagará a cada uno de los demás tanto dinero como tengan en ese momento. Después de jugar cuatro partidas cada uno ha perdido una de ellas y los cuatro tienen el mismo dinero. ¿Algún jugador ha ganado dinero?

Solución: Puesto que la información más amplia es la de la última partida (todos tienen la misma cantidad de dinero) utilizamos la "marcha atrás". Designamos por A (B, C y D) la persona que pierde la primera (segunda, tercera y cuarta) partida. Tenemos la siguiente matriz de transacciones monetarias:

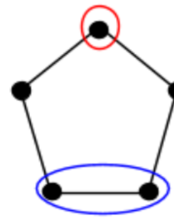
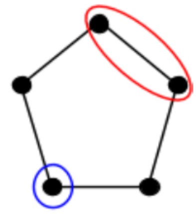
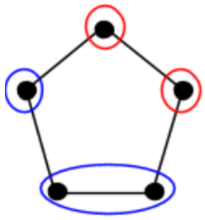
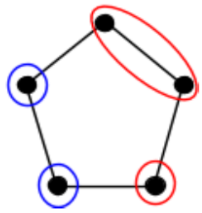
	Inicio	Partida 1 Pierde A		Partida 2 Pierde B		Partida 3 Pierde C		Partida 4 Pierde D	
A	$\frac{33n}{16}$	$\overrightarrow{-\frac{31n}{16}}$	$\frac{n}{8}$	$\overrightarrow{+\frac{n}{8}}$	$\frac{n}{4}$	$\overrightarrow{+\frac{n}{4}}$	$\frac{n}{2}$	$\overrightarrow{+\frac{n}{2}}$	n
B	$\frac{17n}{16}$	$\overrightarrow{+\frac{17n}{16}}$	$\frac{17n}{8}$	$\overrightarrow{-\frac{15n}{8}}$	$\frac{n}{4}$	$\overrightarrow{+\frac{n}{4}}$	$\frac{n}{2}$	$\overrightarrow{+\frac{n}{2}}$	n
C	$\frac{9n}{16}$	$\overrightarrow{+\frac{9n}{16}}$	$\frac{9n}{8}$	$\overrightarrow{+\frac{9n}{8}}$	$\frac{9n}{4}$	$\overrightarrow{-\frac{7n}{4}}$	$\frac{n}{2}$	$\overrightarrow{+\frac{n}{2}}$	n
D	$\frac{5n}{16}$	$\overrightarrow{+\frac{5n}{16}}$	$\frac{5n}{8}$	$\overrightarrow{+\frac{5n}{8}}$	$\frac{5n}{4}$	$\overrightarrow{+\frac{5n}{4}}$	$\frac{5n}{2}$	$\overrightarrow{-\frac{3n}{2}}$	n

El jugador A pierde $\left(\frac{33n}{16} - n =\right)\frac{17n}{16}$. El jugador B pierde $\left(\frac{17n}{16} - n =\right)\frac{n}{16}$. El jugador C gana $\left(n - \frac{9n}{16} =\right)\frac{7n}{16}$. El jugador D gana $\left(n - \frac{5n}{16} =\right)\frac{11n}{16}$

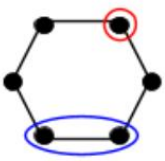
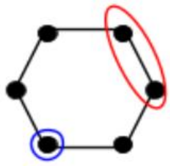
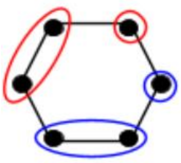
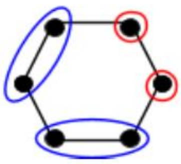
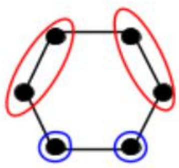
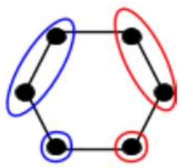
Septiembre 20: Se coloca una moneda en cada uno de los vértices de un polígono regular. Dos jugadores cogen alternativamente una o dos monedas. En este último caso deben estar situados en vértices consecutivos. Gana el que coja la última moneda. ¿Cuál es la estrategia ganadora?

Solución: De Joan Estevan Morió (IES "Albaida")

Polígono con un número de vértices impar

	Primer jugador coge una única moneda	Primer jugador coge dos monedas
Primera jugada	 1er jugador 2on jugador	
Segunda jugada		

Polígono con un número de vértices par

	Primer jugador coge una única moneda	Primer jugador coge dos monedas
Primera jugada	 1er jugador 2on jugador	
Segunda jugada	 	 

Cómo podemos observar la jugada ganadora sería empezar siempre en segundo lugar, puesto que la mejor estrategia es intentar coger las o la moneda del vértice contrario al que empieza el primero jugador, así solo queda ir avanzando hacia él, haga lo que haga está condenado a perder.

<u>Septiembre 21-22:</u> Un tren parte de Benirredrà con 134 pasajeros entre mujeres, niños y hombres. Para en varias estaciones y cada vez que para bajan dos hombres y una mujer y suben cuatro niños. Al llegar al final del trayecto hay, en total, 143 pasajeros: el número de niños es una vez y media el número de hombres, el número de mujeres es la mitad del número de niños. ¿Cuántos hombres, niños y mujeres partieron de Benirredrà?

Solución 1: De Joan Estevan Morió (IES "Albaida")

Primero observemos que si bajan 3 personas por estación pero suben 4, el número de personas aumenta en 1 a cada estación, esto significa que para que haya 9 personas más en la última parada han hecho falta 9 paradas, entonces sé que a la última parada hay 36 niños más que a la primera también sé que a la última parada hay el doble de niños que de mujeres y también que los niños son una vez y media el número de hombres, también sé que a la última parada hay como mínimo 36 niños, para que la ecuación sea válida solo cabe la posibilidad de que a la última parada hubieran 33 mujeres, que si lo multiplicas por dos te da 66 y si restas un tercio de este número da 44 que serían los hombres. si hacemos los cálculos correspondientes nos damos cuenta de que a la primera parada había 30 niños, 62 hombres y 42 mujeres.

Solución 2: Si x son los hombres e y las mujeres, tendremos que 134 – (x + y) son los niños. Si se hacen n paradas:

$$x + y + 134 - (x + y) - 2n - n + 4n = 143 \quad \Rightarrow \quad n = 9 \text{ paradas}$$

Los hombres al llegar al final serán: $x - 2n = x - 18$. Las mujeres al llegar al final serán: $y - n = y - 9$. Los niños al llegar al final serán: $134 - (x + y) + 4n = 170 - x - y$. De donde:

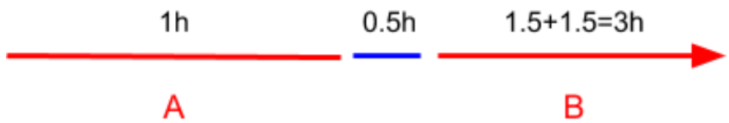
$$\left.\begin{array}{r} 170 - x - y = 1{,}5(x - 18) \\ 170 - x - y = 2(y - 9) \end{array}\right\} \; \left.\begin{array}{r} 197 = 2{,}5x + y \\ 188 = x + 3y \end{array}\right\}$$

Cuya solución es: x = 62 e y = 42. Luego al llegar al final hay 62nhombres, 42 mujeres y 30 niños.

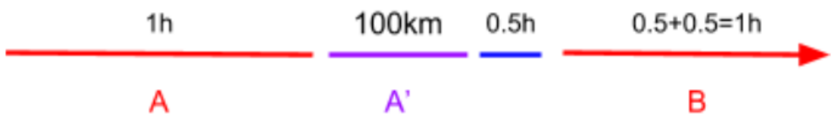
Septiembre 24-25: Una hora después de la partida el tren se detuvo por un desperfecto mecánico. Este tipo de desperfecto necesita media hora para su reparación y tras el arreglo el tren debe circular a mitad de velocidad. Con ello, el tren llegó a destino con un retraso de dos horas. Si el desperfecto hubiese ocurrido 100 km más adelante, la demora hubiese sido sólo de una hora. Determinar la distancia del recorrido del tren.

Solución: De Joan Estevan Morió (IES "Albaida")

Recorre el tramo A en 1h, después de la avería tarda 2h más al llegar a su destino, de estas dos horas de retraso, 30 min son por la reparación de la avería y 1.5 h por ir a mitad de velocidad.



Después nos dice que si hubiera tenido la avería 100 km más adelante se hubiera retrasado solo 1h entonces...



Como la diferencia entre las 1.5 h que tardaría sin avería a recorrer el tramo B en

la primera situación y las 0.5 h que tarde en el segundo caso es de una hora, deducimos que 100 km equivale a 1 h, entonces, el tramo A constaría de 100 km y el tramo B de 150 km, si lo sumas resultan 250km. Es decir, el tren ha recorrido 250 km en total.

Solución: De la información de la primera parte del enunciado, tenemos:

x km 1 h	0 km ½ h	y km (y/x) h
x km/h		x/2 km/h

El tiempo utilizado por el tren en el último tramo es: $\left(\frac{y}{x}+\frac{3}{2}\right)$. Sale entonces, la ecuación:

$$\frac{x}{2}=\frac{y}{\frac{y}{x}+\frac{3}{2}} \quad \Rightarrow \quad 3x=2y$$

De la información de la segunda parte del enunciado, tenemos:

x km 1 h	100 km	0 km ½ h	(y – 100) km ((y – 100) /x) h
x km/h			x/2 km/h

El tiempo utilizado por el tren en el último tramo es: $\left(\frac{y-100}{x}+\frac{1}{2}\right)$. Sale entonces, la ecuación:

$$\frac{x}{2}=\frac{y-100}{\frac{y-100}{x}+\frac{1}{2}} \quad \Rightarrow \quad 200=2y-x$$

Tenemos el sistema:

$$\left.\begin{array}{r} 3x=2y \\ 200=2y-x \end{array}\right\}$$

Cuya solución es y = 150 y x = 100. El espacio total resulta ser (100 + 150 =) 250 km.

Septiembre 26: La distancia entre X e Y son 480 km. Los trenes A y B salen de X y llegan a Y. El tren B tarda una hora y media más que el A en recorrer la distancia entre X e Y. La velocidad del tren B es 16 km/h menor que la velocidad del tren A. ¿Cuál es la velocidad de cada tren?

Solución: Sea t_A (t_B) el tiempo que tarda el tren A (B) y v_A (v_B) la velocidad del tren A (B). Del enunciado tenemos:

$$\begin{array}{l} t_B=t_A+1{,}5=\frac{480}{v_B} \\ v_B=v_A-16 \end{array} \quad \begin{array}{c} \Rightarrow \\ \Rightarrow \end{array} \quad \left.\begin{array}{r} 1{,}5+\frac{480}{v_A}=\frac{480}{v_B} \\ v_B=v_A-16 \end{array}\right\} \quad \Rightarrow \quad \left.\begin{array}{c} \frac{1{,}5v_A+480}{v_A}=\frac{480}{v_B} \\ v_B=v_A-16 \end{array}\right\}$$

$$(1{,}5v_A+480)(v_A-16)=480v_A \quad \Rightarrow \quad 1{,}5v_A^2-24v_A-7680=0 \quad \Rightarrow \quad v_A=\begin{cases} 80 \\ -64 \end{cases}$$

Despreciando la solución negativa, llegamos a: $v_B = v_A - 16 = 80 - 16 = 64$

Septiembre 27-28: La distancia entre el pueblo y el refugio de montaña es un número entero. Una mañana, tres grupos de andinistas salen del pueblo hacia el refugio. El primer día, el grupo A recorre la sexta parte del recorrido, el grupo B la mitad del camino y el grupo C la cuarta parte. Al día siguiente el grupo A recorre 100 km, el grupo B 10 km y el grupo C recorre 78 km, y nadie llega al refugio. Si el grupo B recorre en total más distancia que el grupo A, pero menos que el grupo C, hallar la distancia entre el pueblo y el refugio.

Solución: Sea x la distancia entre el pueblo y el refugio de montaña y sea A (B, C) la distancia recorrida por el grupo A (B, C). Tenemos:

$$\left.\begin{aligned} A &= \frac{x}{6} + 100 \\ B &= \frac{x}{2} + 10 \\ C &= \frac{x}{4} + 78 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad C > B > A \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{4} + 78 > \frac{x}{2} + 10 > \frac{x}{6} + 100$$

De los dos primeros miembros tenemos: $68 > \frac{x}{4} \quad \Rightarrow 272 > x$

De los dos últimos miembros tenemos: $\frac{x}{2} - \frac{x}{6} > 90 \quad \Rightarrow \quad x > 270$

Luego x = 271.

Septiembre 29: Lanzamos un dado normal repetidas veces, vamos sumando el resultado que aparece y dejamos de lanzar el dado cuando la suma supera a 15. ¿Qué suma es la que se presentará más veces?

Solución: En la tirada anterior a rebasar el quince, deberemos tener entre 10 y 15.

Si tenemos 10, nos debe de salir un 6 y sumaríamos 16

Si tenemos 11, nos debería de salir 5 o 6 y sumaríamos 16 o 17

Si tenemos 12, nos debería de salir 4, 5 o 6 y sumaríamos 16, 17 o 18.

Si tenemos 13, nos debería de salir 3, 4, 5 o 6 y sumaríamos 16, 117, 18 o 19.

Si tenemos 14, nos debería de salir 2, 3, 4 5 o 6 y sumaríamos 16, 17, 18, 19 o 20.

Si tenemos 15, nos debería de salir 1, 2, 3, 4 5 o 6 y sumaríamos 16, 17, 18, 19, 20 o 21.

En definitiva, sea cual sea el número que tengamos antes de rebasar quince, la mayor probabilidad cuando rebasemos este número será que la suma sea 16.

Septiembre 30: Se forman todas las palabras de cinco letras que usan las 5 letras de la palabra OPTAR y las escribimos en orden alfabético. ¿Cuál es la palabra que ocupa la posición 116?

Solución 1: Hay 5! (= 120) palabras distintas que se pueden formar a partir de las letras de OPTAR (AOPRT en orden alfabético).

La quinta parte empiezan por A (hacen un total de 24)

La quinta parte empiezan por O (hacen un total de (24 + 24=) 48)

La quinta parte empiezan por P (hacen un total de (24 + 48 =) 72)

La quinta parte empiezan por R (hacen un total de (24 + 72 =) 96)

La quinta parte empiezan por T (hacen un total de (24 + 96 =) 120)

Luego la palabra que ocupa la posición 116 empieza por T.

La cuarta parte de ellas, es decir (4!/4 =) 6 siguen con A (hacen un total de (96 + 6 =) 102).

La cuarta parte de ellas, es decir (4!/4 =) 6 siguen con O (hacen un total de (102 + 6 =) 108).

La cuarta parte de ellas, es decir (4!/4 =) 6 siguen con P (hacen un total de (108 + 6 =) 114).

La cuarta parte de ellas, es decir (4!/4 =) 6 siguen con R (hacen un total de (114 + 6 =) 120).

Luego la palabra que ocupa la posición 116 empieza por T y después sigue una R.

La tercera parte de ellas, es decir (3!/3 =) 2 siguen con A (hacen un total de (114 + 2 =) 116).

Es decir, la palabra 116 empieza por T, sigue con R y a continuación tiene una A y luego tiene las dos últimas letras en orden no alfabético. Es decir, la palabra buscada es TRAPO.

Solución 2: Puesto que buscamos la palabra 116 de 120 podemos empezar por la última e ir subiendo. La palabra 120 es la que tiene las letras en orden contrario al alfabético.

120 $\Rightarrow$ TRPOA

119 $\Rightarrow$ TRPAO

118 $\Rightarrow$ TROPA

117 $\Rightarrow$ TROAP

116 $\Rightarrow$ TRAPO