SOLUCIONES ENERO 2020

PROBLEMAS PARA BACHILLERATO. Autores: Colectivo "Concurso de Primavera" (https://www.concursoprimavera.es/#concurso). Comunidad de Madrid

Enero 1-2: Seis estudiantes de diversos países de Europa comparten piso. Todos ellos hablan solamente dos idiomas: Ángela habla alemán e inglés, Ulrike alemán y español, Karin francés y español, Dieter alemán y francés, Pierre francés e inglés y Rocío inglés y español. Si elegimos dos de ellos al azar, ¿cuál es la probabilidad de que puedan hablar en una lengua que entiendan bien cada uno?

Solución: Si disponemos los datos en forma de tabla, tenemos:

	alemán	inglés	francés	español
Ángela	X	X		
Ulrike	X			X
Karin			X	X
Dieter	X		X	
Pierre		X	X	
Rocío		X		X

De las $C_2^6 = 15$ posibles parejas de dos estudiantes (de entre los seis estudiantes escogemos dos. No importa el orden de extracción y no se pueden repetir elementos) solamente tres no pueden entenderse (Ángela-Karin, Ulrike-Pierre y Dieter -Rocío). Luego la probabilidad solicitada es:

$$\frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{15-3}{15} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$$

Enero 3: Sea N el menor entero positivo cuyos dígitos suman 2020. ¿Cuál es el mayor factor primo de N+1?

Solución: Puesto que:

$$\begin{array}{r|l} 2020 & 9 \\ \hline 4 & 224 \end{array}$$

Tenemos que el menor número con suma de cifras 2020, es $N = 4\underbrace{999\cdots\cdots 9}_{224}$. Por tanto:

$$N + 1 = 5\underbrace{000\cdots\cdots 0}_{224} = 5^{225} \cdot 2^{224}$$

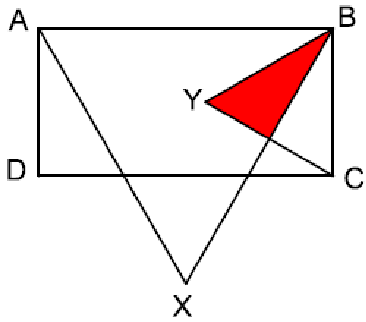
Por lo que la contestación al problema es 5

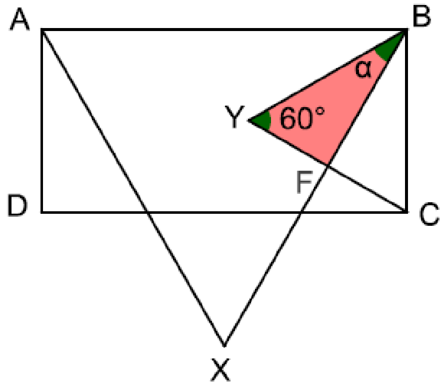
Enero 4-5: Una caja tiene 900 tarjetas cada una numerada con un número desde el 100 hasta el 999. Aitana va a extraer de la caja algunas tarjetas y apuntará la suma de los dígitos de los números. ¿Cuántas tarjetas debe extraer como mínimo para poder garantizar que tomará al menos tres de ellas con la misma suma de dígitos?

Solución: En total hay 27 posibles sumas de dígitos: desde suma 1 (tarjeta 100) hasta suma 27 (tarjeta 999). De estas sumas, suma 1 solo consta de un elemento (tarjeta 100), suma 2 consta de dos elementos (tarjeta 101 y tarjeta 110) y suma 27 solo consta de un elemento (tarjeta 999), todas las demás 24 sumas tienen tres o más elementos (por ejemplo suma 26 consta de tarjeta 998, tarjeta 989 y tarjeta 899; suma 4 consta de tarjeta 112, tarjeta 121, tarjeta 211, tarjeta 220, tarjeta 202, tarjeta 301, tarjeta 310, tarjeta 130, tarjeta

400). Para asegurar que tenemos tres tarjetas con la misma suma de dígitos deberemos extraer 2·24 + 1 + 2 + 1 + 1 = 53 tarjetas. (2·24 sería debido a extraer dos tarjetas de cada suma con tres o más tarjetas; 1 + 2 + 1 sería debido a extraer las tarjetas con suma 1, suma 2 y suma 27; el último 1 sería debido a extraer una tarjeta de las de suma con tres o más tarjetas)

<u>Enero 6-7:</u> En la figura ABCD es un rectángulo con AB = a y BC = b. Los triángulos ΔXAB y ΔYBC son equiláteros. Hallar área y perímetro del triángulo sombreado





<u>Solución:</u> Al ser ΔBYC un triángulo equilátero, el ángulo $\angle BYC$ y el ángulo $\angle YBC$ miden 60°. Sea α el ángulo $\angle YBF$. Al ser ΔABX equilátero $\angle ABX = \angle YBC = 60°$. De aquí: $\angle ABY = \angle ABX - \alpha = 60° - \alpha$. Como ABCD es rectángulo:

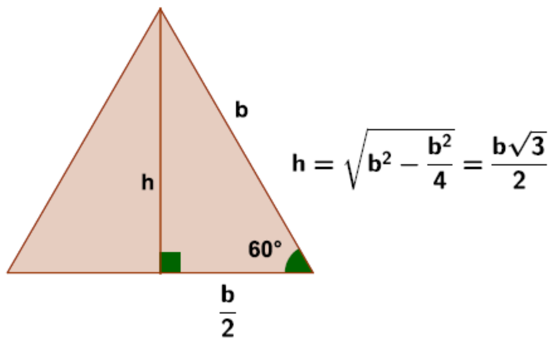
$\angle ABC = 90° = \angle ABY + \angle YBC = 60° - \alpha + 60° \Rightarrow \alpha = 30°$

Luego ΔBYF es un triángulo 30°-60°-90°

Para concluir:

$$A_{\Delta BYF} = \frac{\frac{b}{2} \cdot \frac{b\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{b^2 \cdot \sqrt{3}}{8}$$

$$P_{\Delta BYF} = b + \frac{b}{2} + \frac{b\sqrt{3}}{2} = \frac{b\left(3+\sqrt{3}\right)}{2}$$



<u>Enero 8:</u> La suma de 35 enteros positivos es S. Intercambiamos dos dígitos de uno de ellos y la nueva suma de los 35 enteros positivos es T. Demostrar que S – T es múltiplo de 9

<u>Solución:</u> Sea $S = z_1 + z_2 + \cdots + z_k + \cdots + z_{35}$ donde z_k es el entero positivo al que intercambiamos dos de sus dígitos, generando z_k^*. Entonces si

$$z_k = a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \cdots + a_j \cdot 10^j + \cdots + a_i \cdot 10^i + \cdots + a_1 \cdot 10 + a_0$$

tendremos que

$$z_k^* = a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \cdots + a_i \cdot 10^j + \cdots + a_j \cdot 10^i + \cdots + a_1 \cdot 10 + a_0$$

por lo que:

$$\begin{aligned} S - T = z_k - z_k^* &= \left(a_j - a_i\right) \cdot 10^j + \left(a_i - a_j\right) \cdot 10^i = \left(a_j - a_i\right) \cdot \left(10^j - 10^i\right) \\ &= 10^i \cdot \left(a_j - a_i\right) \cdot \left(10^{j-i} - 1\right) \end{aligned}$$

Pero $10^{j-i} - 1$ es múltiplo de 9, ya que sus dígitos son j – i nueves. Luego S – T es múltiplo de 9

Enero 9: Los vértices de un eneágono regular están numerados desde el 1 al 9. ¿Cuántas diagonales existen de manera que las cifras situada en sus extremos formen un número de dos cifras múltiplo de tres?

Solución: Basta con contar los números de dos cifras distintas (ninguna de ellas nula) tales que la suma de estas sea múltiplo de tres:

12 (21), 15 (51), 18 (81), 24 (42), 27 (72), 36 (63), 39 (93), 45 (54), 48 (84), 57 (75), 69 (96), 78 (87)

Y ahora quitamos las que tengan los dígitos consecutivos (que corresponden a lados y no a diagonales):

12 (21), 45 (54), 78 (87)

En total, (12 – 3 =) 9 diagonales generan números de dos cifras múltiplos de tres.

Enero 10: Halla los capicúas de cuatro cifras divisibles entre 15.

Solución: Nos preguntan por los números abba tales que abba $= \dot{\widehat{15}}$. Puesto que 15 = 3·5, tendremos que abba $= \dot{\hat{5}} \quad \Rightarrow \quad a = 5$ pues $a \neq 0$. Deberemos exigir que $5bb5 = \dot{\hat{3}}$ y que por tanto $10 + 2b = \dot{\hat{3}}$. Como el máximo valor posible de b es 9 y el menor valor posible de b es 0: $10 \leq 10 + 2b \leq 28$

10 + 2b = 12	b=1 $\Rightarrow$ 5115
10 + 2b = 15	b $\notin \mathbb{N}$
10 + 2b = 18	b=4 $\Rightarrow$ 5445
10 + 2b = 21	b $\notin \mathbb{N}$
10 + 2b = 24	b=7 $\Rightarrow$ 5775
10 + 2b = 27	b $\notin \mathbb{N}$

Los capicúas que cumplen el enunciado son: 5115, 5445 y 5775

Enero 11: Hallar b si:

$$\sum_{k=1}^{10} \log_b 10^k = 110$$

Solución: Tenemos, al aplicar las propiedades de la función logarítmica y potencias:

$$\sum_{k=1}^{10} \log_b 10^k = 110 = \log_b\left(\prod_{k=1}^{10} 10^k\right) = \log_b 10^{\sum_{k=1}^{10} k}$$

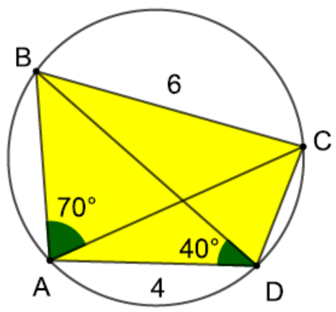
y como:

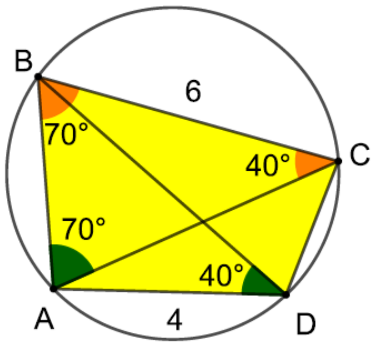
$$\sum_{k=1}^{10} k = \begin{Bmatrix} \text{suma de los 10 primeros términos} \\ \text{de la PA con } d = 1 \text{ y } a_1 = 1 \end{Bmatrix} = \frac{(1+10)}{2} \cdot 10 = 55$$

tendremos:

$$110 = \sum_{k=1}^{10} \log_b 10^k = \log_b 10^{55} = 55.\log_b 10 \ \Rightarrow 2 = \log_b 10 \ \Rightarrow \ b^2 = 10 \ \Rightarrow \ b = \sqrt{10}$$

Enero 12-19: En una circunferencia inscribimos un cuadrilátero ABCD en el que ∠BAC = 70°, ∠ADB = 40°, AD = 4 y BC = 6. Calcular AC





Solución: 40° = ∠ADB =∠ACB (por ser ángulos inscritos que abarcan el mismo arco: $\widehat{AB}$). Y ahora, en ΔACB, tenemos: ∠ABC = 180° - (70° + 40°) = 70°. Luego ΔABC es isósceles. Y de aquí AC = BC =6

Enero 13-20: Se tiene una moneda trucada en la que la probabilidad de sacar cara en un lanzamiento es ¼. Hallar el número n de manera que al lanzar n veces la moneda se tiene la misma probabilidad de obtener dos caras que la de obtener tres caras.

Solución: Si se lanza n veces la moneda en la que p = P(obtener cara) = ¼ se está realizando un experimento Bi (n; ¼). Se nos pide hallar n para que P(obtener 2 éxitos) = P(obtener 2 caras) = P(obtener 3 éxitos) = P(obtener tres caras). Tenemos:

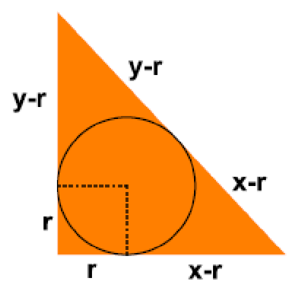
$$\left.\begin{matrix}\text{P(obtener dos caras)}\\ ||\\ \text{P(obtener tres caras)}\end{matrix}\right\}\left.\begin{matrix}\binom{n}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^2\left(\frac{3}{4}\right)^{n-2}\\ ||\\ \binom{n}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^3\left(\frac{3}{4}\right)^{n-3}\end{matrix}\right\}\left.\begin{matrix}\frac{n(n-1)}{2}\cdot\frac{3^{n-2}}{4^n}\\ ||\\ \frac{n(n-1)(n-2)}{6}\cdot\frac{3^{n-3}}{4^n}\end{matrix}\right\}\Rightarrow\ 3^{n-2}=\frac{n-2}{3}\cdot 3^{n-3}$$

$$\Rightarrow\ \frac{3^{n-1}}{3^{n-3}}=n-2\ \Rightarrow\ 3^2=n-2\ \Rightarrow\ n=11$$

Enero 14: Las longitudes de los catetos de un triángulo rectángulo son x e y y la hipotenusa x + y – 4. Hallar el radio de la circunferencia inscrita

Solución 1 (Néstor Abad @nabadvin): Al aplicar que las dos tangentes a una circunferencia desde un punto exterior a ella tienen la misma longitud, tendremos que la longitud de la hipotenusa es por un lado x + y – 4 y por otro (y – r) + (x – r); de aquí que:

$$x+y-4=(x-r)+(y-r)\ \Rightarrow\ -4=-2r\ \Rightarrow\ r=2$$



Solución 2: Aplicaremos que el área de un triángulo es, por un lado, la mitad del producto de base y altura, y por otra parte, el producto del semiperímetro y el radio de la circunferencia inscrita.

$$\frac{x \cdot y}{2} = \frac{x + y + x + y - 4}{2} \cdot r \quad \Rightarrow \quad r = \frac{x \cdot y}{2(x + y - 2)} \quad (*)$$

Al ser el triángulo rectángulo, se cumple el teorema de Pitágoras, por tanto:

$$x^2 + y^2 = (x + y - 4)^2 \quad \Rightarrow \quad x \cdot y = 4x + 4y - 8 = 4(x + y - 2)$$

Y sustituyendo en (*)

$$r = \frac{x \cdot y}{2(x + y - 2)} = \frac{4(x + y - 2)}{2(x + y - 2)} = \frac{4}{2} = 2$$

Enero 15: Hallar el número de soluciones reales que tiene la ecuación:

$$x^5+2x^3+8x^2+16 = 0$$

Solución (@M1GU3L_HH): De los dos primeros sumandos sacamos factor común x^3 y de los dos últimos sumandos sacamos factor común 8 (factorización por agrupación). Con ello:

$$x^5 + 2x^3 + 8x^2 + 16 = x^3(x^2 + 2) + 8(x^2 + 2) = (x^3 + 8)(x^2 + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt[3]{-8} = -2 \\ x^2 = -2 \Rightarrow x \notin \mathbb{R} \end{cases}$$

Luego la ecuación solo tiene una solución real.

Solución 2: El valor x = - 2 es una raíz de la ecuación, y dividiendo tenemos:

$$x^5 + 2x^3 + 8x^2 + 16 = (x + 2)(x^4 - 2x^3 + 6x^2 - 4x + 8)$$

Aquí ya podemos observar que no hay más raíces reales, pues el polinomio original sólo admite raíces negativas (por el teorema de los signos de Descartes) pero el divisor de cuarto grado solo admitiría raíces positivas (por el teorema de los signos de Descartes). Por lo tanto, no hay más raíces reales.

Regla de los signos de Descartes: si los términos de un polinomio con coeficientes reales se colocan en orden descendente de grado; entonces el número de raíces positivas del polinomio es o igual al número de cambios de signo o menor por una diferencia par. Es importante precisar que esta regla no proporciona el número exacto de raíces del polinomio ni tampoco identifica las raíces del polinomio.

Enero 16: ¿Cuál es el número factorial más pequeño que es divisible por 3^{29}?

Solución: Recordemos que si $n^k \leq m$ y $n^{k+1} > m$ el exponente del factor n en la descomposición factorial de m! es:

$$E(n, m!) = \left\lfloor \frac{m}{n} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{m}{n^2} \right\rfloor + \cdots + \left\lfloor \frac{m}{n^k} \right\rfloor$$

Por ejemplo, el exponente del factor 2 en 23! es:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
	2		2		2		2		2		2		2		2		2		2		2	
			2				2				2				2				2			
							2								2							
															2							

$$E(2, 23!) = \left\lfloor \frac{23}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{23}{2^2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{23}{2^3} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{23}{2^4} \right\rfloor = 11 + 5 + 2 + 1 = 19$$

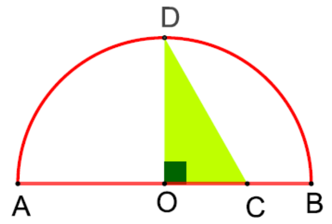
Respecto del problema, como:

$$E(3,63!) = \left\lfloor \frac{63}{3} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{63}{3^2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{63}{3^3} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{63}{3^4} \right\rfloor = 21 + 7 + 2 + 0 = 30$$

$$E(3,62!) = \left\lfloor \frac{62}{3} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{62}{3^2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{62}{3^3} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{62}{3^4} \right\rfloor = 20 + 6 + 2 + 0 = 28$$

tendremos que la contestación al problema es 63!

Enero 17-18: En la figura adjunta, O es el centro de la semicircunferencia y OD⊥AB. Si AC = a y CB = b, hallar DC en función de a y de b



Solución: Si r es el radio de la semicircunferencia, tenemos:

$$OD = r = \frac{a+b}{2}, \qquad OC = r - b = \frac{a+b}{2} - b = \frac{a-b}{2}$$

Y, al aplicar Pitágoras al triángulo ΔODC:

$$DC = \sqrt{OD^2 + OC^2} = \sqrt{\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 + \left(\frac{a-b}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$$

Enero 21: Hallar el menor natural, n, que verifica:

$$\sum_{k=1}^{n} \log k > 10$$

Solución: Tendremos, aplicando propiedades de La función logaritmo y su definición:

$$\sum_{k=1}^{n} \log k = \log\left(\prod_{k=1}^{n} k\right) = \log(n!) > 10 \quad \Leftrightarrow \quad n! > 10^{10}$$

Desde luego n debe de ser mayor que 10. Por tanteo:

$$13! = 2^{10} \cdot 3^5 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 = 6227020800 < 10^{10}$$

$$14! = 2^{11} \cdot 3^5 \cdot 5^2 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 13 = 6227020800 \cdot 14 > 10^{10}$$

Luego la contestación es n = 14.

Enero 22-23: En una caja hay dos bolas rojas, dos verdes y dos amarillas, de igual tamaño. Aitana coge dos bolas sin reemplazamiento y luego Dani escoge otras dos sin reemplazamiento de las que quedan. ¿Cuál es la probabilidad que después de las dos extracciones queden en la caja dos bolas del mismo color?

Solución 1 (Ignacio Larrosa Cañestro): Después de las dos extracciones quedan C_2^6 = 15 parees de bolas, de los cuales solamente 3 son del mismo color. Por tanto, la probabilidad pedida es:

$$\frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

Solución 2: Veamos en primer lugar la probabilidad de que, después de las dos extracciones, queden ls dos bolas amarillas. Quedarán dos bolas amarillas si las cuatro anteriores extracciones ninguna es amarilla. Esta probabilidad es:

$$P(\overline{A}_1 \cap \overline{A}_2 \cap \overline{A}_3 \cap \overline{A}_4) = \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{15}$$

La misma probabilidad, es la probabilidad de que queden dos bolas rojas o la probabilidad de que queden dos bolas verdes. Luego la probabilidad pedida es:

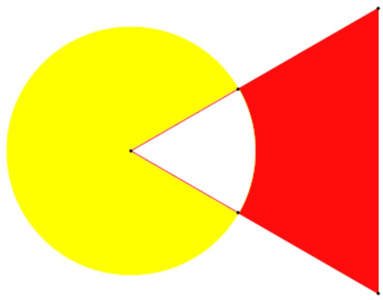
$$3 \cdot \frac{1}{15} = \frac{1}{5}$$

Enero 24: En el conjunto {-1, -2, -3, -4, -5} elegimos cuatro números diferentes: a, b, c y d. ¿Cuál es el mayor valor posible de la expresión: $\mathbf{a^b + c^d}$?

Solución: Los exponentes deben ser pares para que las correspondientes potencias sean positivas. El valor más pequeño que pueden aportar las bases corresponde a -5. Así que {a, b, c, d} = {-1, -2, -3 -4} con {b, d} = {-2, -4}. Tomando a = -1 y b = -4, tenemos:

$$(-1)^{-4} + (-3)^{-2} = 1 + \frac{1}{9} = \frac{10}{9}$$

Enero 25-26: El centro de un círculo de radio 2 es a la vez vértice de un triángulo equilátero de lado 4, ¿cuál es la diferencia entre el área de la región interior al círculo, pero exterior al triángulo y el área de la región interior al triángulo, pero exterior al círculo?



Solución: Si designamos por C el área del círculo, por T el área del triángulo y por S el área del sector de 60° de amplitud, tenemos:

$$C = 4\pi, \;\; T = \frac{4^2\sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}, \;\; S = \frac{1}{6} \cdot 4\pi = \frac{2}{3}\pi$$

La diferencia solicitada en el enunciado es:

$$(C - S) - (T - S) = C - T = 4\pi - 4\sqrt{3} = 4\left(\pi - \sqrt{3}\right)$$

Enero 27: El número 3 puede escribirse como suma de dos o más naturales de tres formes diferentes: 2+1, 1+2, 1+1+1. ¿De cuántas formes diferentes puede escribirse el 5?

Solución: Para obtener el total de formas de descomposición de 5 como suma de sumandos enteros positivos, podemos razonar del siguiente modo: Hay que colocar uno, dos, tres o cuatro signos más en los espacios entre unos: 1_1_1_1_1. Los unos que no tienen signo entre ellos se agrupan sumándose. Por ejemplo, con un solo signo más hay cuatro posibilidades distintas:

1+1_1_1_1 = 1+4; 1_1+1_1_1 = 2+3, 1_1_1+1_1 = 3+2; 1_1_1_1+1 =4+1

Esto es combinaciones de 4 elementos (los espacios entre unos) tomados de 1 en 1

$$\binom{4}{1} = 4$$

Con dos signos más hay (combinaciones de 4 elementos tomados de 2 en 2)

$$\binom{4}{2} = 6$$

Con tres signos más hay (combinaciones de 4 elementos tomados de 3 en 3)

$$\binom{4}{3} = 4$$

Con cuatro signos más hay (combinaciones de 4 elementos tomados de 4 en 4)

$$\binom{4}{4} = 1$$

En total son: 4 + 6 + 4 + 1 =15.

También podríamos haber calculado:

$$\sum_{k=1}^{4} \binom{4}{k} = \sum_{k=0}^{4} \binom{4}{k} - 1 = 2^4 - 1 = 15$$

<u>Enero 28-29:</u> Para cada número compuesto n definimos r(n) como la suma de los factores en la descomposición factorial en factores primos de n. Por ejemplo, r(50) = 12 puesto que $50 = 2 \cdot 5^2$ y 2 + 5 + 5 = 12. ¿Cuáles son los valores que toma r(n)?

<u>Solución:</u> Veamos que cualquier número natural superior a tres está en el recorrido de la función:

Si a es par, definimos el número $\mathrm{n} = 2^{a/2}$, y entonces:

$$\mathrm{r(n)} = \overbrace{2 + 2 + \cdots + 2}^{a/2} = 2 \cdot \frac{a}{2} = a$$

Si a es impar, definimos $\mathrm{n} = 2^{(a-3)/2} \cdot 3$, y entonces:

$$\mathrm{r(n)} = \overbrace{2 + 2 + \cdots + 2}^{(a-3)/2} + 3 = 2 \cdot \frac{a-3}{2} + 3 = a$$

Así pues, cualquier entero mayor que 3 pertenece al recorrido de la función. Sin embargo 1, 2 y 3 no . No están porque si r(n) = 1, r(n) = 2 o r(n) = 3, tendremos que n no es compuesto.

<u>Enero 30:</u> Resolver la ecuación:

$$\mathbf{\frac{1}{\log_2 a} + \frac{1}{\log_3 a} + \frac{1}{\log_4 a} = 1}$$

<u>Solución:</u> Como

$$\log_b c = \frac{1}{\log_c b}$$

la ecuación la podemos escribir como:

$$\log_a 2 + \log_a 3 + \log_a 4 = 1$$

Aplicando propiedades de la función logaritmo, tenemos:

$$\log_a 2 + \log_a 3 + \log_a 4 = \log_a(2 \cdot 3 \cdot 4) = \log_a(24) = 1 \quad \Leftrightarrow \quad a^1 = a = 24$$

<u>Enero 31:</u> Hallar los valores de a qué hacen que

$x^2 - ax + 2a$

tenga solo raíces enteras

Solución: Si x_1 y x_2 son las raíces del polinomio debe de verificarse que:

$$x_1 + x_2 = a \text{ y } x_1 \cdot x_2 = 2a = 2(x_1 + x_2) \quad \Rightarrow \quad x_1 \cdot (x_2 - 2) = 2x_2$$

Si $x_2 = 2$, tendríamos en la última igualdad: 0 = 4 que es un absurdo, luego: $x_2 \neq 2$, y entonces:

$$x_1 = \frac{2x_2}{x_2 - 2} = 2 + \frac{4}{x_2 - 2}$$

Y como las raíces deben ser enteras, $x_2 - 2$ debe ser un divisor de 4, es decir ± 1, ± 2 o ± 4.

Si $x_2 - 2 = 1 \quad \Rightarrow \quad x_1 = 6 \text{ y } x_2 = 3 \quad \Rightarrow \quad a = 9$

Si $x_2 - 2 = -1 \quad \Rightarrow \quad x_1 = -2 \text{ y } x_2 = 1 \quad \Rightarrow \quad a = -1$

Si $x_2 - 2 = 2 \quad \Rightarrow \quad x_1 = 4 \text{ y } x_2 = 4 \quad \Rightarrow \quad a = 8$

Si $x_2 - 2 = -2 \quad \Rightarrow \quad x_1 = 0 \text{ y } x_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad a = 0$

Si $x_2 - 2 = 4 \quad \Rightarrow \quad x_1 = 3 \text{ y } x_2 = 6 \quad \Rightarrow \quad a = 9$

Si $x_2 - 2 = -4 \quad \Rightarrow \quad x_1 = 1 \text{ y } x_2 = -2 \quad \Rightarrow \quad a = -1$