SOLUCIONES FEBRERO 2020

PROBLEMAS PARA PRIMER CICLO DE LA E.S.O. COLECCIÓN REALIZADA POR JOSÉ COLÓN PARA LA PREPARACIÓN DE LAS OLIMPIADA DE LA FESPM EN 2002-2003

Febrero 1-2: Dos ciclistas que están a una distancia de 60 km entre sí se acercan a una velocidad de 10 km/h cada uno, en un tramo recto de carretera. Una mosca parte del primer ciclista y va hacia el otro ciclista a 30 km/h. Una vez ha llegado al segundo ciclista, parte inmediatamente hacia el primer ciclista y así sucesivamente hasta que los ciclistas se encuentran. ¿Cuántos kilómetros recorre la mosca?

Solución: Si v_A (v_B) es la velocidad del ciclista que parte de A (B), la velocidad de acercamiento de los dos ciclistas es $v_{A+B} = v_A + v_B$ = (10 + 10 =) 20 km/h. Por tanto, tardan en encontrarse los dos ciclistas:

$$t_{A+B} = \frac{60}{v_{A+B}} = \frac{60}{20} = 3 \text{ h}$$

En esas tres horas, la mosca recorre:

$$e_m = v_m \cdot t = 30 \cdot 3 = 90 \text{ km}$$

Febrero 3-4: Un ladrón, un cesto de naranjas robó, y por entre los huertos escapó. Al saltar una valla, la mitad más media perdió. Perseguido por un perro, la mitad menos media, abandonó. Tropezó en una cuerda, la mitad más media desparramó. En su guarida, dos docenas guardó. ¿Cuántas naranjas robó el ladrón?

Solución 1 (marcha adelante): Si x = número de naranjas robadas, tenemos:

actividad	pierde	le quedan
salta la valla	$\frac{x+1}{2}$	$\frac{x-1}{2}$
perro	$\frac{1}{2}\frac{x-1}{2} - \frac{1}{2} = \frac{x-3}{4}$	$\frac{x+1}{4}$
cuerda	$\frac{1}{2}\frac{x+1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{x+5}{8}$	$\frac{x-3}{8}$

De aquí, que:

$$\frac{x-3}{8} = 24 \quad \Rightarrow \quad x = 195$$

Solución 2 (marcha atrás): Al final tiene 24 naranjas. De aquí que 24 sea la mitad de las que tenía antes de la cuerda menos media. Por tanto, la mitad de las que tenía antes eran 24,5. Luego antes de la cuerda tenía 49 naranjas. 49 eran la mitad de las naranjas que tenía antes del perro menos media. Luego antes del perro tenía (48,5·2 =)97 naranjas. 97es la mitad que tenía antes del salto menos media. Luego la mitad de las naranjas que tenía, antes de saltar la valla, eran 97,5. Luego, antes de saltar la valla tenía (97,5·2 =) 195 naranjas.

Febrero 5-6: El año que Laia cumplió 10 años, Dani había festejado su cumpleaños, un viernes, Aitana un sábado, Joan un domingo, Pau un miércoles y Clara un martes. Laia anotó las fechas en desorden: 5 de mayo, 18 de junio, 26 de junio, 25 de mayo y 4 de abril. ¿Cuál es la fecha del cumpleaños de Aitana?

Solución: Imaginemos que el 4 de abril es el día x de la semana, entonces:

x	x+1	x+2	x+3	x+4	x+5	x+6	
4							
11							abril (30)
18							
25					30		
2			**5**				
			12				mayo (31)
			19				
		25	26				
	31	1					
		8					junio (30)
		15			**18**		
					25	**26**	

Los días que no hay cumpleaños son (lunes y jueves): x + 1 y x + 4.

Si suponemos que los días x + 4 son lunes entonces los días x son jueves, en particular el 4 de abril hay un cumpleaños y es jueves y esto contradice el enunciado. Por tanto, necesariamente los días x + 1 son lunes y entonces:

x + 2 es martes $\Rightarrow$ el martes 25 de mayo, cumple años Clara.

x + 3 es miércoles $\Rightarrow$ el miércoles 5 de mayo, cumple años Pau.

x + 5 es viernes $\Rightarrow$ el viernes 18 de junio, cumple años Dani.

x + 6 es sábado $\Rightarrow$ el sábado 26 de junio, cumple años Aitana.

x es domingo $\Rightarrow$ el domingo 4 de abril, cumple años Joan.

La contestación al problema es, Aitana cumple años el 26 de junio

Febrero 7-8: Un depósito tiene un grifo de llenado y otro de vaciado. Sabemos que el grifo de llenado cumple su cometido cuando está abierto durante 12 horas y que, si el depósito está lleno y abiertos los grifos de llenado y vaciado, este se vacía en 8 horas. ¿En cuánto tiempo se vaciará si el grifo de llenado está cerrado?

Solución: Sea v_g la velocidad de llenado del grifo de llenado, tenemos (tomando como unidad de volumen de agua la capacidad del depósito):

$$v_g = \frac{1}{12}$$

En 8 horas el grifo de llenado vierte en el depósito 8/12 la capacidad del depósito. Por tanto, si v_v es la velocidad de vaciado del grifo de vaciado, tenemos:

$$v_v = \frac{1 + {}^{8}/_{12}}{8} = \frac{20}{12 \cdot 8} = \frac{1}{\frac{12 \cdot 8}{20}} = \frac{1}{4{,}8} = \frac{1}{4\text{h } 48'}$$

Y, por tanto, si el depósito está lleno y abrimos el grifo de vaciado, este, se vaciará en 4h 48’

<u>Febrero 10:</u> Dani se comía los trozos de 2 salchichas en 6 minutos, Laia en 9 minutos y Aitana en 18 minutos. ¿Cuánto tardarían en comerse los trozos de 3 salchichas entre los tres si cada uno comiese a su ritmo?

<u>Solución:</u> Podemos definir la velocidad de comer salchichas de cada personaje por el cociente de dividir el número de salchichas que se come cada uno por el tiempo que tarda (en minutos) en comérselas. Con ello tenemos que la velocidad de Dani (dos salchichas en seis minutos) es $\mathrm{v_D} = \frac{2}{6}$, la de Laia (dos salchichas en nueve minutos) es $\mathrm{v_L} = \frac{2}{9}$ y la de Aitana (dos salchichas en dieciocho minutos) es $\mathrm{v_A} = \frac{2}{18}$. Si los tres comen juntos entonces la velocidad conjunta es

$$\frac{2}{6}+\frac{2}{9}+\frac{2}{18}=\frac{2}{3}$$

es decir, los tres se comen dos salchichas en tres minutos. Es decir, los tres se comen una salchicha en un minuto y medio. Por tanto, tardarán (1,5·3 =) cuatro minutos y medio en comerse conjuntamente (1·3 =) tres salchichas.

<u>Febrero 11-12:</u> Se generan 3 números de 3 cifras cada uno de ellos a partir de los dígitos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9 sin repetir ninguno. ¿Es posible que el segundo número sea dos veces el primero y el tercero sea triple que el primero?

<u>Solución:</u> Buscamos colocar los dígitos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9 sin repetir ninguno, en una matriz 3x3 de manera que cada fila genere un número N_1, N_2 y N_3 que cumplan: $N_2 = 2 \cdot N_1$ y $N_3 = 3 \cdot N_1$

	centenas	decenas	unidades
N_1 →			
N_2 →			
N_3 →			

Las aspirantes a columnas son:

1	2	3	4	~~5~~	6	7	8	9
2	4	6	8	~~(1)0~~	(1)2	(1)4	(1)6	(1)8
3	6	9	(1)2	~~(1)5~~	(1)8	(2)1	(2)4	(2)7

(La columna encabezada por el 5 no se adecúa a las condiciones del enunciado)

Con mayor precisión: las tres primeras columnas son aspirantes a la columna de centenas pues todas las demás al llevar celdas con más de un dígito generarían números de cuatro cifras. Las demás columnas son aspirantes a la columna de unidades (Las cifras entre paréntesis "se llevan" a la columna de decenas)

La columna de centenas 1-2-3 es incompatible con la columna de unidades 4-8-(1)2 (repite el 2), es incompatible con la columna de unidades 6-(1)2-(1)8 (repite el 2), es incompatible con la columna de unidades 7-(1)4-(2)1 (repite el 1). Si proponemos la columna de centenas 1-2-3 y la columna de unidades 8-(1)6-(2)4 faltarían colocar los dígitos 5, 7 y 9 pero ninguno de ellos colocado en la primera posición de decenas hace cumplirse $N_2 = 2 \cdot N_1$. Si proponemos la columna de centenas 1-2-3 y la columna de unidades 9-(1)8-(2)7 faltarían colocar los dígitos 4, 5 y 6 pero ninguno de ellos colocado en la primera posición de decenas hace cumplirse $N_2 = 2 \cdot N_1$.

La columna de centenas 2-4-6, es incompatible con la columna de unidades 4-8-(1)2 (repite el 4), es incompatible con la columna de unidades 6-(1)2-(1)8 (repite el 2), es incompatible con la columna de unidades 7-(1)4-(2)1 (repite el 4), es incompatible con la columna de unidades 8-(1)6-(2)4 (repite el 4). Si proponemos la columna de centenas 2-4-6 y la columna de unidades 9-(1)8-(2)7 faltarían colocar los dígitos 1, 3 y 5 pero solo el 1 colocado en la primera posición de decenas hace cumplirse $N_2 = 2 \cdot N_1$ y $N_3 = 3 \cdot N_1$

Una solución es:

2	1	9
4	3	8
6	5	7

La columna de centenas 3-6-9, es incompatible con la columna de unidades 6-(1)2-(1)8 (repite el 6), es incompatible con la columna de unidades 8-(1)6-(2)4 (repite el 6), es incompatible con la columna de unidades 9-(1)8-(2)7 (repite el 9). Si proponemos la columna de centenas 3-6-9 y la columna de unidades 4-8-(1)2 faltarían colocar los dígitos 1, 5 y 7 pero ninguno de ellos colocado en la primera posición de decenas hace cumplirse $N_2 = 2 \cdot N_1$. Si proponemos la columna de centenas 3-6-9 y la columna de unidades 7-(1)4-(2)1 faltarían colocar los dígitos 2, 5 y 8 pero solo el 2 colocado en la primera posición de decenas hace cumplirse $N_2 = 2 \cdot N_1$ y $N_3 = 3 \cdot N_1$.

Otra solución es:

3	2	7
6	5	4
9	8	1

<u>Febrero 13-14:</u> En el IES “La Plana” se ha organizado un campeonato de ajedrez. Hay un equipo formado por José, Julia, Juana y Jaime y otro formado por Luís, Lidia, Leonardo y Lorena. Sabemos que en las partidas del segundo día se enfrentaron José con Lidia y Jaime con Lorena. El tercer día las partidas fueron: Juana con Leonardo y Julia con Lidia. Y el cuarto día los encuentros fueron: Leonardo con José y Luís con Julia. ¿Cuáles fueron las cuatro partidas del primer día si ninguna pareja se enfrentó más de una vez y cada componente se enfrentó con los otros cuatro jugadores del equipo contrario?

<u>Solución:</u> Para resolver el problema construiremos una tabla de doble entrada: en la primera fila estará el equipo J: José, Julia, Juana y Jaime. En la primera columna estará el equipo L: Luís, Lidia, Leonardo y Lorena.

En cada celda escribiremos el día en que el alumno de la fila ha competido con el alumno de la columna. En negro estarán los datos proporcionados por el enunciado. En la última fila y última columna pondremos los días que faltan por colocar en cada fila o columna. Cuando hayamos colocado en una fila o en una columna algún día tacharemos ese día en la última fila y en la última columna

Con estas condiciones debe cumplirse la condición (*): Ha de haber un único 1, un único 2, un único 3 y un único 4 en cada fila y en cada columna

Observamos que en la columna José faltan el 1 y el 3. Colocamos en la primera celda el 3 y entonces en la última celda colocaremos el 1. Nos fijamos ahora en la columna Julia, falta por colocar en esa columna un 1 y un 2. El 1 no puede estar en la última celda de esa columna (pues entonces habría dos unos en la fila Lorena. Luego el 1 ha de ir a la penúltima celda de esa columna y el 2 en la última celda de esa columna. Y ya hemos llegado a una contradicción pues en la fila Lorena hay dos doses.

	José	Julia	Juana	Jaime	
Luís	3	4			1, 2, ~~3~~
Lidia	2	3			1, 4
Leonardo	4	1	3		~~1~~, 2
Lorena	1	2		2	1, 3, ~~4~~
	~~1~~ ~~3~~	~~1~~ ~~2~~	1 2 4	1 3 4	

Volvemos a la columna José donde faltan el 1 y el 3. Colocamos en la primera celda el 1 y entonces en la última celda colocaremos el 3. Nos fijamos ahora en la columna Julia, falta por colocar en esa columna un 1 y un 2. El 1 ha de estar en la última celda de esa columna (pues en caso contrario habría dos unos en la fila Leonardo. Luego el 1 ha de ir a la última celda de esa columna y el 2 en la penúltima celda de esa columna. En la fila Leonardo colocamos el 1 que falta y también colocamos el 4 que falta en la fila Lorena. En la columna Juana falta colocar un 2 y un 1. El 2 no puede ir en la fila Lidia (pues habría dos doses en esa fila), luego debe ir en la fila Luís. Y ya tenemos completada la tabla (de forma obvia)

	José	Julia	Juana	Jaime	
Luís	1	4	2	3	~~1~~, ~~2~~, ~~3~~
Lidia	2	3	1	4	~~1~~, ~~4~~
Leonardo	4	2	3	1	~~1~~, ~~2~~
Lorena	3	1	4	2	~~1~~, ~~3~~, ~~4~~
	~~1~~ ~~3~~	~~1~~ ~~2~~	~~1~~ ~~2~~ ~~4~~	~~1~~ ~~3~~ ~~4~~	

Luego el primer día jugaron José con Luís, Julia con Lorena, Juana con Lidia y Jaime con Leonardo

Febrero 15-16: En mi calculadora una de las teclas del 1 al 9 funciona mal: al apretarla aparece en la pantalla un dígito entre 1 y 9 que no es el que corresponde. Cuando traté de escribir el número 987654321 apareció en la pantalla un número divisible por 11 y que deja resto 3 al dividirlo por 9. ¿Cuál es la tecla descompuesta? ¿Cuál es el número que apareció en la pantalla?

Solución: Representaremos por $\sum_i = \ \left(\sum_p =\right)$, la suma de las cifras que ocupan una posición impar (par). Tendremos:

$$987654321 \ \Rightarrow \begin{cases} \displaystyle\sum_i = 25 \\ \displaystyle\sum_p = 20 \end{cases} \Rightarrow \sum_i - \sum_p = 5 \text{ y debe ser } 0 \text{ o } 11$$

Para que el número sea divisible por 11:

a-1) Alguna cifra colocada en lugar impar baja su valor 5 unidades o

a-2) Alguna cifra situada en lugar par aumenta su valor 5 unidades o

b-1) Alguna cifra situada en lugar impar sube 6 unidades o

b-2) Alguna cifra situada en lugar par baja 6 unidades

Analicemos todas las posibilidades:

a-1) el 7 se anota como 2 o el 9 se anota como 4. Entonces

$$\left.\begin{matrix}982654321\\487654321\end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{cases}\sum_{\mathrm{i}} = 20\\ \sum_{\mathrm{p}} = 20\end{cases}$$

$$\Rightarrow \sum_{\mathrm{i}} - \sum_{\mathrm{p}} = 0 \text{ y } \sum_{\mathrm{i}} + \sum_{\mathrm{p}} = 40 \text{ y el número da resto 4 al dividirlo por 9}$$

a-2) el 2 se anota como 7 o el 4 se anota como 9. Entonces:

$$\left.\begin{matrix}987654371\\987659321\end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{cases}\sum_{\mathrm{i}} = 25\\ \sum_{\mathrm{p}} = 25\end{cases}$$

$$\Rightarrow \sum_{\mathrm{i}} - \sum_{\mathrm{p}} = 0 \text{ y } \sum_{\mathrm{i}} + \sum_{\mathrm{p}} = 50 \text{ y el número da resto 5 al dividirlo por 9}$$

b-1) el 3 se anota como 9 o el 1 se anota como 7. Entonces:

$$\left.\begin{matrix}987654921\\987654327\end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{cases}\sum_{\mathrm{i}} = 31\\ \sum_{\mathrm{p}} = 20\end{cases}$$

$$\Rightarrow \sum_{\mathrm{i}} - \sum_{\mathrm{p}} = 11 \text{ y } \sum_{\mathrm{i}} + \sum_{\mathrm{p}} = 51 \text{ y el número da resto 6 al dividirlo por 9}$$

b-2) el 8 se anota como 2. Entonces:

$$927654321 \Rightarrow \begin{cases}\sum_{\mathrm{i}} = 25\\ \sum_{\mathrm{p}} = 14\end{cases}$$

$$\Rightarrow \sum_{\mathrm{i}} - \sum_{\mathrm{p}} = 11 \text{ y } \sum_{\mathrm{i}} + \sum_{\mathrm{p}} = 39 \text{ y el número da resto 3 al dividirlo por 9}$$

Luego la cifra 8 se anota como 2 y todas las demás se anotan correctamente. El número que apareció en la pantalla es 927654321

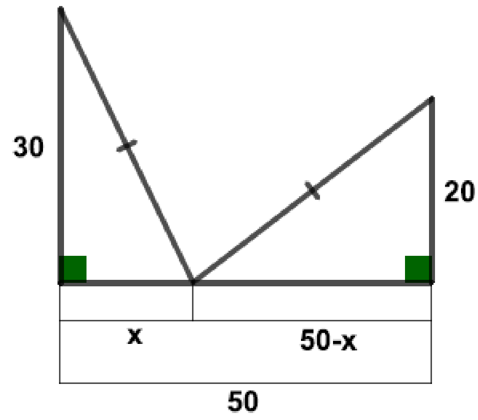
Febrero 17-18: A ambas orillas de un rio crecen dos palmeras, una frente a otra. La altura de una es de 30 codos, y la altura de la otra, 20 codos. La distancia entre sus troncos, 50 codos. En la copa de cada palmera hay un pájaro. De súbito los dos pájaros descubren un pez que aparece en la superficie del agua, entre las dos palmeras. Los pájaros, que vuelan a la misma velocidad se lanzaron y alcanzaron el pez al mismo tiempo. ¿A qué distancia del tronco de la palmera mayor apareció el pez?

Solución: Los segmentos señalados tienen la misma longitud, por tanto, al aplicar Pitágoras a los triángulos rectángulos de la figura:

$$\sqrt{x^2 + 30^2} = \sqrt{(50 - x)^2 + 20^2}$$

$$x^2 + 900 = 2500 - 100x + x^2 + 400$$

$$100x = 2900 - 900 = 2000 \quad \Rightarrow \quad x = 20$$



Febrero 19-20: Se construye una lista de números con las siguientes condiciones:

a) El primer número es: 1

b) El segundo es: 3

c) El tercero es el segundo menos el primero

d) El cuarto es el tercero menos el segundo

y así sucesivamente. Calcula los doce primeros números de la lista y calcula razonadamente el que aparece en la posición 905

Solución: Al escribir los primeros miembros de la lista, obtenemos:

1, 3, 2, -1, -3, -2, 1, 3, 2, -1, -3, -2, 1, 3, 2, -1, -3, -2, ·······

Es decir, hay un ciclo (secuencia de elementos que se repite indefinidamente) que es: 1, 3, 2, -1, -3, -2. Como:

$$\begin{array}{r|l} 905 & 6 \\ \hline 5 & 150 \end{array}$$

El número que aparece en la posición 905 es el quinto término del ciclo, es decir -3

Febrero 21-22: Tres ladrones A, B y C, se repartieron a partes iguales un botín compuesto por monedas. La primera noche, mientras C dormía, A y B le quitaron la mitad de lo que tenía, y se lo repartieron a partes iguales. La segunda noche, mientras A dormía, B y C le quitaron la mitad de lo que tenía, y se lo repartieron a partes iguales. La tercera noche, mientras B dormía, A y C le quitaron la mitad y se lo repartieron a partes iguales. A la mañana siguiente se separaron. Cuando B contó su dinero tenía 10000 monedas. Determinar cuántas monedas componían el botín y cuántas corresponden a cada ladrón.

<u>Solución 1 (marcha adelante):</u> Tendremos el siguiente cuadro:

	roban	primera noche C duerme	segunda noche A duerme	tercera noche B duerme
A	$\frac{x}{3}$	$\frac{5x}{12}$	$\frac{5x}{24}$	$\frac{65x}{192}$
B	$\frac{x}{3}$	$\frac{5x}{12}$	$\frac{25x}{48}$	$\frac{25x}{96}$
C	$\frac{x}{3}$	$\frac{x}{6}$	$\frac{13x}{48}$	$\frac{77x}{192}$

Por último:

$$\frac{25x}{96} = 10000 \quad \Rightarrow \quad x = 38400$$

$$\mathrm{A} \;\rightarrow\; \frac{65 \cdot 38400}{192} = 13000; \;\; \mathrm{C} \;\rightarrow\; \frac{77 \cdot 38400}{192} = 15400$$

<u>Solución 2 (marcha atrás):</u> Tendremos el siguiente cuadro:

	roban	primera noche C duerme	segunda noche A duerme	tercera noche B duerme
A	$\frac{9x}{4} - \frac{y}{2} - 8750$	$2(x - 5000)$	$x - 5000$	x
B	$23750 - \frac{x}{4} - \frac{y}{2}$	$22500 - \frac{x}{2}$	20000	10000
C	$2\left(y - \frac{x}{2} - 2500\right)$	$y - \frac{x}{2} - 2500$	$y - 5000$	y

Como las cantidades iniciales, que tenían A, B y C, son iguales:

$$\frac{9x}{4} - \frac{y}{2} - 8750 = 23750 - \frac{x}{4} - \frac{y}{2} \quad \Rightarrow \quad x = 13000$$

$$\frac{9x}{4} - \frac{y}{2} - 8750 = 2\left(y - \frac{x}{2} - 2500\right) \quad \Rightarrow \quad y = 15400$$

<u>Febrero 23:</u> Si cada letra representa un dígito y letras diferentes representan dígitos diferentes. Averigua quiénes son los cuatro números primos:

AA – BAB – BACD - AAAC

<u>Solución:</u> El único número primo con dos cifras iguales es el 11 (por tanto, A = 1), ya que todos los demás números de dos dígitos iguales son divisibles por 11. Con ello, la colección queda:

11, B1B; B1CD, 111C

Nos fijamos en B1B. Desde luego B $\notin$ {2, 4, 6, 8, 0} pues entonces B1B sería par y por tanto no primo y desde luego B $\neq$ 1 (= A). Para los demás valores posibles de B, tenemos:

313 es primo; 515 es múltiplo de 5, 717 es múltiplo de 3 y 919 es primo.

Luego B = 3 o B = 9. Por tanto, la colección queda:

$$11 \quad \begin{matrix} 313 \\ 919 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 31CD \\ 91CD \end{matrix} \quad 111C$$

Nos fijamos ahora, en 111C. Desde luego C no puede ser par ni 1. Para los demás valores tenemos:

1113 es múltiplo de 3; 1115 es múltiplo de 5, 1117 es primo y 1119 es múltiplo de 3.

Luego A = 1, B = 3 o B = 9 y C = 7. La colección queda:

$$11 \quad \begin{matrix} 313 \\ 919 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 317D \\ 917D \end{matrix} \quad 1117$$

Para D, otra vez tenemos que D no es par (pues entonces, el número sería divisible por 2), diferente de 1, diferente de 7 y diferente de 5 (pues entonces, el número sería múltiplo de 5). Para los demás valores tenemos:

D = 3 $\Rightarrow$ 9173 es primo; D = 9 $\Rightarrow$ 3179 es múltiplo de 11.

Luego necesariamente D = 3 (y, por tanto; B $\neq$ 3). En resumen, A = 1; B = 9; C = 7 y D = 3, y la colección queda:

11, 919, 9173 y 1117

Febrero 24: Utilizando todos los dígitos, del 0 al 9, sin repetir ninguno, forma dos números de 5 cifras, de modo que la diferencia entre ellos sea mínima (máxima)

Solución: Para que los dos números generen la máxima diferencia, el minuendo ha de ser el mayor número posible de cinco cifras y el sustraendo ha de ser el más pequeño número de cinco cifras. Esto es, el minuendo ha de ser el 98765 y el sustraendo ha de ser el 10234, Así que la máxima diferencia es:

$$\begin{array}{cccccc} & \mathbf{9} & \mathbf{8} & \mathbf{7} & \mathbf{6} & \mathbf{5} \\ \mathbf{-} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{4} \\ \hline & \mathbf{8} & \mathbf{8} & \mathbf{5} & \mathbf{3} & \mathbf{1} \end{array}$$

Para que los números generen la mínima diferencia han de estar lo más cercanos posible. Es decir, uno ha de ser un cincuenta mil y pico (el más pequeño posible) y el otro un cuarenta y nueve mil y pico (el más grande posible). Con mayor precisión el minuendo ha de ser el 50123 y el sustraendo el 49876. Así la mínima diferencia será:

$$\begin{array}{cccccc} & \mathbf{5} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{3} \\ \mathbf{-} & \mathbf{4} & \mathbf{9} & \mathbf{8} & \mathbf{7} & \mathbf{6} \\ \hline & & & \mathbf{2} & \mathbf{4} & \mathbf{7} \end{array}$$

Febrero 25-26: En una tribu india del Amazonas, donde todavía subsiste el trueque, se tienen las siguientes equivalencias: un collar y una lanza se cambian por un escudo. Una lanza se cambia por un collar y un cuchillo. Dos escudos se cambian por tres cuchillos. ¿Cuántos collares equivalen a una lanza?

Solución: Del enunciado tenemos:

collar + lanza = escudo (T1)

lanza = collar + cuchillo (T2)

2 escudos = 3 cuchillos (T3)

Y preguntan por cuántos collares equivalen a una lanza: lanza = ¿? collares

Doblando los objectos del (T1), tenemos:

2 collares + 2 lanzas = 2 escudos

Y teniendo en cuenta (T3)

2 collares + 2 lanzas = 3 cuchillos

Doblando el (T2)

2 collares + 2 collares + 2 cuchillos = 3 cuchillos

Es decir

4 collares = 1 cuchillo

Y, por último, teniendo en cuenta el (T2)

lanza = collar + 4 collares = 5 collares

Febrero 27-28: La clave para abrir una caja fuerte donde se encuentran algunos documentos secretos es el menor número que se puede dividir exactamente por todos los números del 1 al 9 ¿De qué número se trata?

Solución: Obviamente la clave para abrir la caja fuerte es el mcm (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) = $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = 2520$

Febrero 29: El producto de la derecha está bien calculado. Si letras diferentes representan dígitos diferentes, ¿de qué números se trata?

$$\begin{array}{ccccc} A & B & C & D & E \\ & & & X & 4 \\ \hline E & D & C & B & A \end{array}$$

Solución: Fijándonos en la primera y última multiplicación por 4 tendremos las ecuaciones adjuntas, donde entre paréntesis escribimos las posibles decenas y como una columna las posibles unidades "que llevamos"

$$4 \cdot \mathrm{E} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \mathrm{A}\ (*)$$

De la última ecuación (**) tenemos que A = 1, 2 pues para A>2 tenemos que 4·A tiene dos dígitos, en contra de que sólo tenga uno

$$4 \cdot \mathrm{A} + \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} = \mathrm{E}\ (**)$$

Si A = 1, tendremos en la ecuación (*)

$$4 \cdot \mathrm{E} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} 1 = \begin{matrix} 1 \\ 11 \\ 21 \\ 31 \end{matrix}$$

que no es posible pues por una parte tenemos pares y por la otra impares

Si A = 2, tendremos en la ecuación (**)

$$4 \cdot 2 + \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} = 8 + \begin{matrix} 0 \\ 1 \end{matrix} = \mathrm{E} = \begin{matrix} 8 \\ 9 \end{matrix}$$

Si E = 9, en (*), tendremos 4·9 = 36 $\Rightarrow$ A = 2 = 6. Luego E = 8

Luego la multiplicación queda:

$$\begin{array}{ccccc} & & & 3 & \\ 2 & B & C & D & 8 \\ & & & x & 4 \\ \hline 8 & D & C & B & 2 \end{array}$$

De la segunda y cuarta multiplicación por 4 tendremos las ecuaciones adjuntas, donde entre paréntesis escribimos las posibles decenas y como una columna las posibles unidades "que llevamos".

$$4 \cdot \mathrm{D} + 3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \mathrm{B} \ (****)$$

De la última ecuación tendremos que B = 1, 2; pues para B>2, 4·B tiene dos dígitos en contra de que solo tenga uno.

$$4 \cdot \mathrm{B} + \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} = \mathrm{D} \ (***)$$

Pero B = 2 = A contradice las condiciones del enunciado. Por tanto, B = 1. Y entonces de la ecuación (****)

$$4 \cdot \mathrm{D} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} 1 - 3 = \begin{matrix} 01 - 3 \\ 11 - 3 \\ 21 - 3 \\ 31 - 3 \end{matrix} = \begin{matrix} -2 \\ 8 \\ 18 \\ 28 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} \text{no} \\ \mathrm{D} = 2 = \mathrm{A} \ \text{no} \\ \text{no} \\ \mathrm{D} = 7 \text{ si} \end{matrix}$$

Luego la multiplicación queda:

	3	3	3	
2	1	C	7	8
			x	4
8	7	C	1	2

Por último, de la tercera multiplicación tenemos:

$$4 \cdot C + 3 = 30 + C \Rightarrow 3C = 27 \Rightarrow C = 9$$

Y la multiplicación queda, definitivamente:

	3	3	3	
2	1	9	7	8
			x	4
8	7	9	1	2