



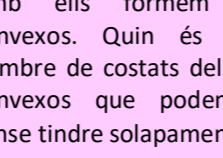

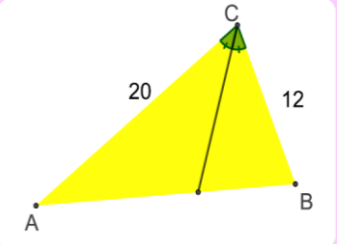





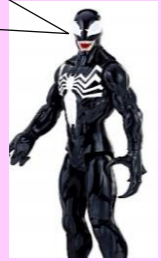
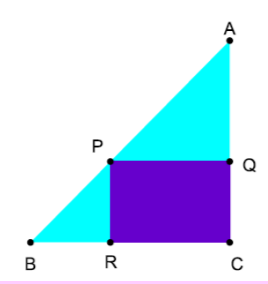

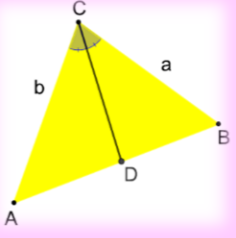






DILLUNS	DIMARTS	DIMECRES	DIJOUS	DIVENDRES	DISSABTE	DIUMENGE		
NOVEMBRE 2019				<p>1 Factoritzeu en els reals: $x^4 - 11x^2 + 49$</p> 	<p>2 Donada una circumferència triem aleatòriament 50 punts en el seu interior de manera que dos o més qualssevol d'ells no estan en el mateix diàmetre de la circumferència. Demostreu que sempre hi ha un diàmetre que deixa 25 punts en cada costat.</p> 			
<p>4 Siga $s(n)$ la suma dels dígitos de n. Trobeu: $\sum_{k=1}^{2019} s(k) = s(1) + \dots + s(2019)$</p> 	<p>5  Supposem que disposem de 12 triangles equilàters i 6 quadrats. Amb ells formem polígons convexos. Quin és el major nombre de costats dels polígons convexos que podem formar sense tindre solapaments?</p>	<p>6  Calculeu: $\sqrt{3 - \sqrt{3 + \sqrt{3 - \sqrt{3 + \dots}}}}$</p> 	<p>7 D'un triangle acutangle $\triangle ABC$ se sap que $BC = 12$ cm i $CA = 20$ cm. A més, la bisectriu de l'angle C determina un segment de longitud 15 en costat AB. Calcular la longitud del costat AB.</p> 	<p>8 Trobeu els enters que compleixen: $n(n^3 - 5n^2 - 11) \geq -3(3n^2 + 2)$</p> 	<p>9 Trobeu el valor de x que fa mínima l'expressió: $\sqrt{(x-1)^2 + (x^3-10)^2} + \sqrt{(x-4)^2 + (x^3-4)^2}$</p> 	<p>10 Siga f una funció amb les següents propietats: 1.- $f(n)$ està definida $\forall n$, enter positiu. 2.- $f(n)$ és un enter $\forall n$, enter positiu. 3.- $f(2) = 2$ 4.- $f(m \cdot n) = f(m) \cdot f(n)$ $\forall m, n$ enters positius. 5.- Si $m > n$ aleshores $f(m) > f(n)$ Proveu que $f(n) = n$ $\forall n$, enter positiu.</p> 	<p>11 Demostreu que: $\sqrt{c+1} - \sqrt{c} < \sqrt{c} - \sqrt{c-1}$ Per a qualsevol $c \geq 1$</p> 	<p>12 Trobeu els enters a, b i c que compleixen: $a^2 + b^2 - 8c = 6$</p> 
<p>11 Trobeu: $\sum_{k=1}^n (k \cdot k!)$</p> 	<p>12  Siga $\triangle ABC$ un triangle rectangle isòsceles amb catets de longitud 1. Siga P un punt qualsevol de la hipotenusa. Siguen Q i R els peus de les perpendiculars als catets per P. Considerem les àrees dels triangles $\triangle APQ$ i $\triangle PBR$ i l'àrea del rectangle $QCRP$. Provar que, no importa on es trie el punt P, la major d'aquestes àrees és, almenys, $\frac{2}{9}$</p>	<p>13  Proveu que per a qualsevol quadrilàter inscrit en un cercle de radi 1, la longitud del costat més curt és menor o igual a $\sqrt{2}$</p>	<p>14 Siga $\triangle ABC$ un triangle amb costats de longituds a, b i c. La bisectriu per C talla al costat AB en D. Proveu que la longitud de la bisectriu CD és: $\frac{2abc \cos \frac{C}{2}}{a+b}$</p> 	<p>15 Siga n el menor natural tal que la suma dels seus dígitos es el major natural de dues xifres amb suma de dígitos igual a 9. Quants divisors té $n+1$?</p> 				
<p>18 A partir dels dígitos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 i 9 formem números de nou xifres sense repetir-ne cap. Quina és la probabilitat que el número resultant siga múltiple d'11?</p> 	<p>19 Siga donada l'equació: $x^3 + 4x^2 - 4x + a = 0$ Trobeu a per a que les tres raïls x_1, x_2 i x_3 complisquen $x_3 = x_1 \cdot x_2$</p> 	<p>20 Proveu que si $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}$ i p_1, p_2 y p_3 no són tots nuls, aleshores: $\left(\frac{a_1}{b_1}\right)^n = \frac{p_1 a_1^n + p_2 a_2^n + p_3 a_3^n}{p_1 b_1^n + p_2 b_2^n + p_3 b_3^n}$ per a tot enter positiu n</p> 	<p>21 Siga c la hipotenusa d'un triangle rectangle amb catets a i b. Proveu que $a + b \leq \sqrt{2}c$. ¿Quan es dona la igualtat?</p> 