FEBRERO

LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES	SÁBADO	DO

1

Sean dadas tres circunferencias de radio unidad, cada una de ellas tangente exterior a las otras dos. Hallar el radio de la circunferencia que circunscribe a las tres circunferencias iniciales

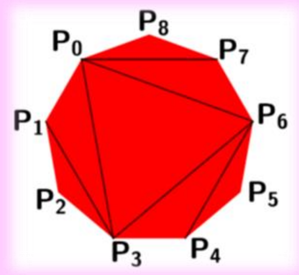
2

3

Probar que **10201** es compuesto en cualquier base mayor que 2.

Probar que **10101** es compuesto en cualquier base

4



5

La figura muestra un polígono convexo con 9 vértices. Las 6 diagonales dibujadas lo diseccionan en 7 triángulos: $P_0P_1P_3, \cdots, P_8P_7P_0$ ¿De cuántas maneras pueden estos triángulos ser nombrados con los símbolos $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \Delta_4, \Delta_5, \Delta_6, \Delta_7$ de forma que el triángulo Δ_i tenga por vértice a P_i $\forall i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Justificar la respuesta

6

Hallar el mayor entero que cumple las dos inecuaciones:

$$4x + 13 < 0$$
$$x^2 + 3x > 16$$

7

e day

8

Probar que la ecuación:

$$x^3 + 11^3 = y^3$$

no tiene soluciones en los enteros positivos

9

Si a y b son reales distintos. Probar que hay enteros m y n tales que se cumple

$$am + bn < 0$$
$$bm + an > 0$$

10

¿Cuál es el máximo número de términos de una PG de naturales de razón $r > 1$ que están entre 100 y 1000 incluyendo ambos dos?

11

Hallar los reales que cumplen la ecuación:

$$|x + 3| - |x - 1| = x + 1$$

12

13

Para cualquier natural sea:

$$h(n) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}$$

Probar que para n = 2, 3, 4, ···· se cumple:

$$n + \sum_{i=1}^{n-1} h(i) = n \cdot h(n)$$

14

15

Expresar 100000 como producto de enteros ninguno de los cuales sea múltiplo de 10

16

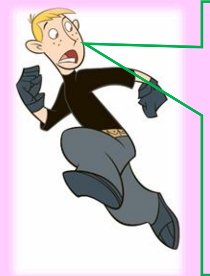
17

Durante una cierta campaña política, p promesas diferentes se realizan entre los partidos políticos participantes. Si:

1.- Varios partidos pueden hacer la misma promesa.
2.- Cualesquiera dos partidos tienen al menos una promesa en común.
3.- No hay dos partidos con exactamente las mismas promesas.

Probar que no hay más de 2^{p-1} partidos participantes

18



19

Probar que $\forall n$ natural

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n \cdot (n+1)}$$

Probar que $\forall n$ natural mayor que 1, $\exists i, j$ naturales tales que:

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{i \cdot (i+1)} + \frac{1}{(i+1) \cdot (i+2)} + \cdots + \frac{1}{j \cdot (j+1)}$$

20

Evaluar la expresión:

$$\frac{1}{\log_2 36} + \frac{1}{\log_3 36}$$

21

22

23

Sean $a_1, a_2, \ldots, a_n$ reales no negativos. Definimos M como la suma de todos los productos de pares $a_i \cdot a_j$ $(i < j)$ es decir:

$M = a_1 \cdot (a_2 + a_3 + \cdots + a_n) + a_2 \cdot (a_3 + \cdots + a_n) + \cdots + a_{n-1} \cdot a_n$

Probar que el cuadrado de alguno de los números $a_1, a_2, \ldots, a_n$ no excede a $\frac{2M}{n \cdot (n-1)}$

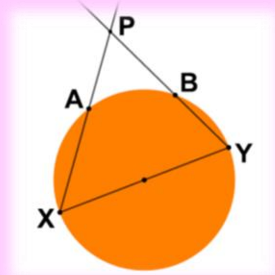
24

Una rejilla 3x3 se rellena con números positivos de manera que el producto de los números de cada fila y cada columna es 2 y el producto de los 4 números de cada una de las 4 rejillas 2x2 es 4. ¿cuál es el número que hay en la casilla central de la rejilla?

25

Probar que si p y p+2 son ambos primos mayores que 3, entonces 6 es un factor de p+1

26



27

Sean A y B dos puntos fijos no diametralmente opuestos de una circunferencia. Sean X e Y los extremos de un diámetro . Hallar el lugar geométrico de los puntos P que son la intersección de las rectas que pasan por A y X y por B e Y

28