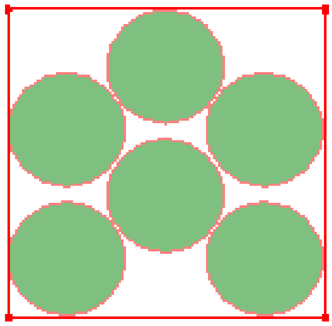
SOLUCIONS DESEMBRE 2020

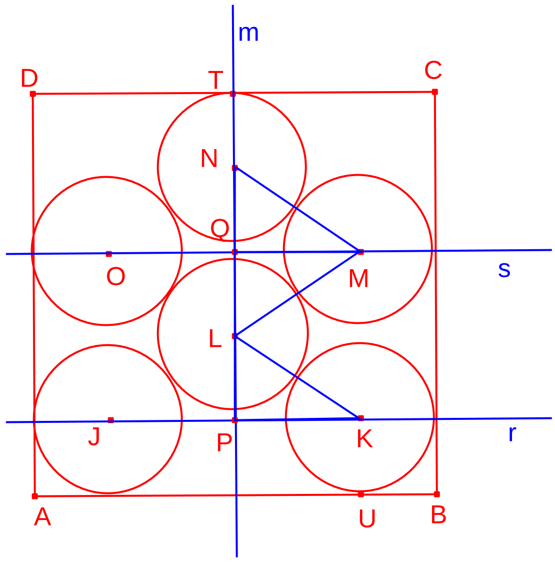
PROBLEMES PER A UTILITZAR PROGRAMES GEOMÈTRICS. AUTOR: RICARD PEIRÓ I ESTRUCH. IES “Abastos”, València

Desembre 1-2: Per a empaquetar 6 circumferències iguals en un quadrat s'ha de fer la distribució de la figura (demostrat per Graham en 1963). Determineu la proporció entre el costat del quadrat i el radi de les circumferències



Solució: Siga el quadrat ABCD de costat $\overline{AB} = c$

Siguen J, K, L, M, N, O els centres de les sis circumferències de radi r. Considerem la recta m, mediatriu del costat $\overline{AB}$. Siga r la recta que passa per els centres J, K. Siga s la recta que passa por els centres O, M. Les rectes m i r s’intercepten en el punt P. Les rectes m i s s’intercepten en el punt Q.



$$\overline{JK} = c - 2r.$$

$$\overline{PQ} = \overline{QM} = \frac{c-2r}{2}, \overline{LK} = \overline{MN} = \overline{LM} = 2r$$

Aleshores, els triangles rectangles $\overset{\triangle}{LPK}, \overset{\triangle}{LQM}, \overset{\triangle}{NQM}$ són iguals.

Aleshores, $\overline{LP} = \overline{QL} = \overline{QN}$

$$2r + 3\overline{LQ} = c$$

$$\overline{LQ} = \frac{c-2r}{3}$$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\triangle}{LPK}$

$$(2r)^2 = \left(\frac{c-2r}{2}\right)^2 + \left(\frac{c-2r}{3}\right)^2$$

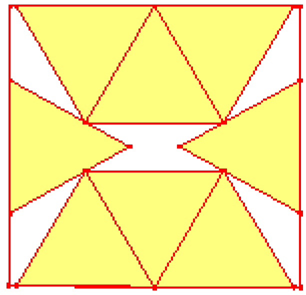
Simplificant:

$$92r^2 + 52cr - 13c^2 = 0$$

$$92\left(\frac{r}{c}\right)^2 + 52\left(\frac{r}{c}\right) - 13 = 0$$

Resolent l’equació:

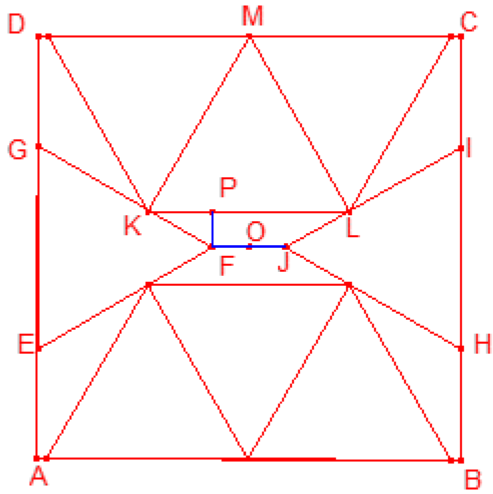
$$\frac{r}{c} = \frac{-13 + 6\sqrt{13}}{46}$$



Desembre 3-4: Per a empaquetar huit triangles equilàters iguals en un quadrat, cal col·locar-los com en la figura (provat per Erich Friedman en 1966). Determinar la raó del costat del quadrat i el costat del triangle

Solució: Siga el quadrat ABCD de costat $\overline{AB} = c$ i de centre O.

Siguen els triangles equilàters $\overset{\Delta}{EFG}, \overset{\Delta}{HIJ}, \overset{\Delta}{KLM}$ de costat $\overline{GE} = \overline{KL} = x$. Siga P la projecció de F sobre $\overline{KL}$



$$\angle PKF = 30^\circ$$

$$\overline{FO} = \frac{c - x\sqrt{3}}{2}, \overline{PF} = \frac{c - x\sqrt{3}}{2}$$

$$\overline{KP} = \frac{\overline{KL}}{2} - \overline{FO} = \frac{x - c + x\sqrt{3}}{2} = \frac{(1+\sqrt{3})x - c}{2}$$

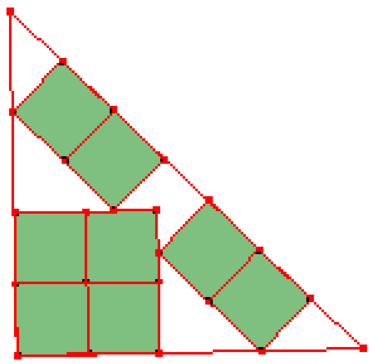
Aplicant raons trigonomètriques al triangle rectangle $\overset{\Delta}{KPF}$

$$\frac{c - x\sqrt{3}}{(1+\sqrt{3})x - c} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

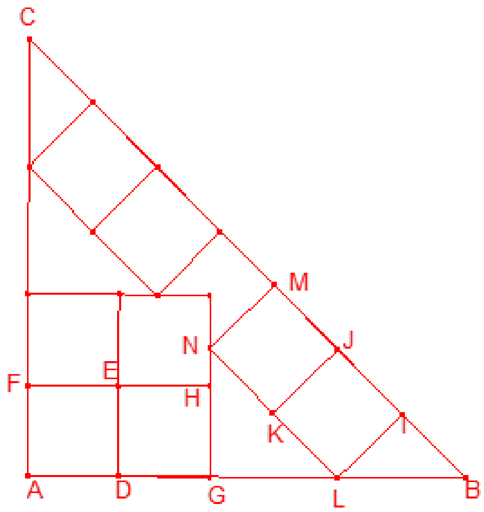
$$(3+\sqrt{3})c = (4\sqrt{3}+3)x$$

La proporció entre el costat del quadrat i el costat del triangle equilàter és:

$$\frac{c}{x} = \frac{4\sqrt{3}+3}{3+\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}-1}{2}$$

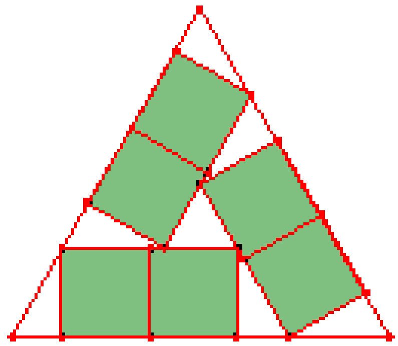


Desembre 5-12: Per a empaquetar huit quadrats iguals en un triangle rectangle isòsceles, cal col·locar-los com en la figura (provat per Erich Friedman en 2005). Determinar la raó entre el catet del triangle i el costat del quadrat

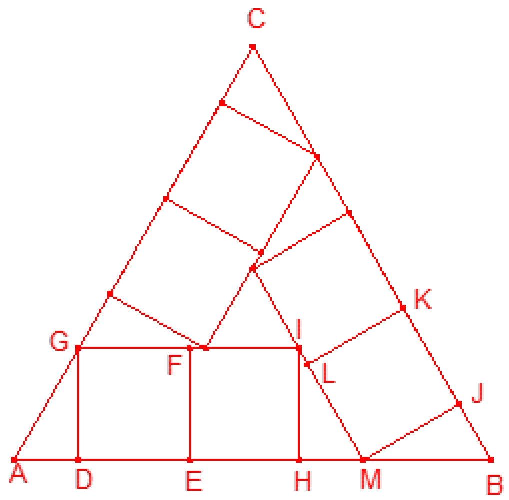


Solució: Siga el triangle rectangle $\overset{\Delta}{\mathrm{ABC}}$, amb $\mathrm{A} = 90°$ i de catet $\overline{\mathrm{AB}} = \mathrm{c}$. Siguen els quadrats ADEF, DGHE, IJKL, JMNK de costats $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{DG}} = \overline{\mathrm{IJ}} = \overline{\mathrm{JM}} = \mathrm{x}$. Aleshores:

$$\overline{\mathrm{GL}} = \overline{\mathrm{LB}} = \mathrm{x}\sqrt{2}$$
$$\overline{\mathrm{AB}} = \mathrm{c} = \left(2 + 2\sqrt{2}\right)\mathrm{x}$$
$$\frac{\mathrm{c}}{\mathrm{x}} = 2 + 2\sqrt{2}$$

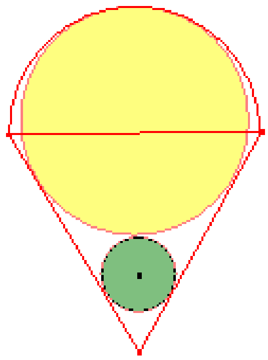


Desembre 7-8: Per a empaquetar 6 quadrats iguals en un triangle equilàter s'ha de fer la distribució de la figura (demostrat per Erich Friedman en 1997). Determinar la proporció entre li costat del triangle i el costat del quadrat



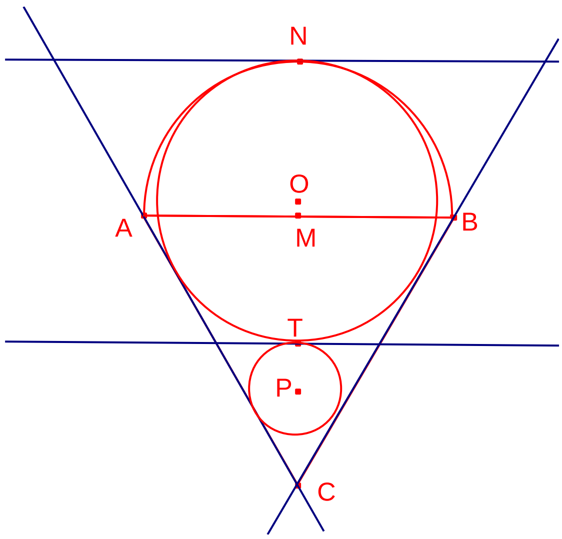
Solució: Siga el triangle equilàter gran $\overset{\Delta}{\mathrm{ABC}}$ de costat $\overline{\mathrm{AB}} = \mathrm{c}$. Siguen els quadrats DEFG, EHIF, JKLM de costat $\overline{\mathrm{DE}} = \mathrm{x}, \overline{\mathrm{EH}} = \mathrm{x}, \overline{\mathrm{JK}} = \mathrm{x}$

$$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{HM}} = \frac{\sqrt{3}}{3}\mathrm{x}, \overline{\mathrm{MB}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$
$$\overline{\mathrm{AB}} = \mathrm{c} = \left(2 + \frac{4\sqrt{3}}{3}\right)\mathrm{x}$$
$$\frac{\mathrm{c}}{\mathrm{x}} = 2 + \frac{4\sqrt{3}}{3}$$



Desembre 9-16: Sobre un costat d'un triangle equilàter s'ha dibuixat una semicircumferència. Una circumferència és tangent interior a la semicircumferència i a dos costats del triangle. Una altra circumferència és tangent exterior a la circumferència anterior i als mateixos costats. Determinar la proporció entre els radis de les dues circumferències

Solució: Siga $\overset{\Delta}{\mathrm{ABC}}$ el triangle equilàter de costat $\overline{\mathrm{AB}} = \mathrm{c}$. Siga M el punt mitjà del costat $\overline{\mathrm{AB}}$. Siga N el punt mitjà de la semicircumferència i punt de tangència. Siga O el centre de la circumferència gran de radi $\overline{\mathrm{ON}} = \mathrm{r}$. Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle $\overset{\Delta}{\mathrm{AMC}}$:



$$\overline{\mathrm{MC}} = \frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{c}$$

$$\overline{\mathrm{NC}} = \overline{\mathrm{MC}} + \frac{\mathrm{c}}{2} = \frac{1+\sqrt{3}}{2}\mathrm{c}$$

$$\overline{\mathrm{ON}} = \frac{1}{3}\overline{\mathrm{NC}}$$

$$\mathrm{r} = \frac{1+\sqrt{3}}{6}\mathrm{c}$$

Siga T el punt de tangència de les dues circumferències.
Siga P el centre de la circumferència petita de radi $\overline{\mathrm{PT}} = \mathrm{s}$

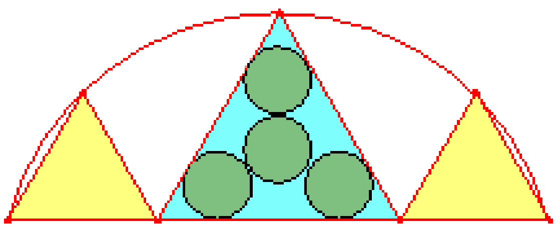
$$\overline{\mathrm{TC}} = \overline{\mathrm{NC}} - 2\mathrm{r} = \frac{1+\sqrt{3}}{6}\mathrm{c}$$

$$\overline{\mathrm{PT}} = \frac{1}{3}\overline{\mathrm{TC}}$$

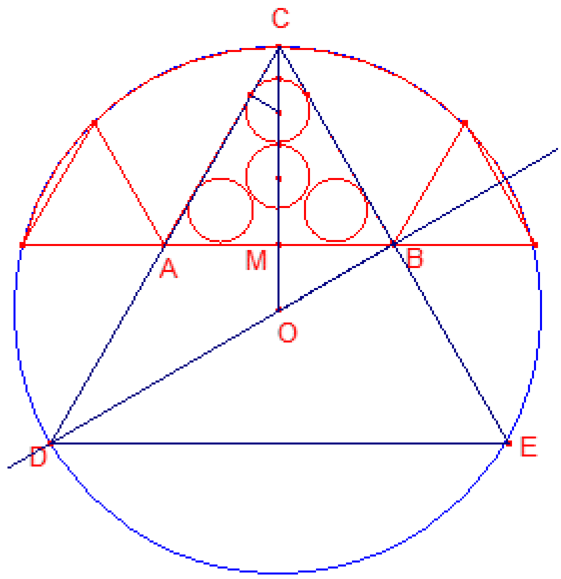
$$\mathrm{s} = \frac{1+\sqrt{3}}{18}\mathrm{c}$$

$$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{r}} = \frac{1}{3}$$

Desembre 10-11: En una corda de circumferència de ràdio R s'han dibuixat tres triangles equilàters. En el central s'han inscrit quatre cercles iguals de ràdio r. Trobar la relació entre r i R



Solució: Considerem la circumferència de centre O i radi R. Siga $\overset{\Delta}{ABC}$ el triangle equilàter central de costat $\overline{AB} = a$. Siga M el punt mitjà del costat $\overline{AB}$. Notem que $\overline{CM} = 6r$. Dibuixem el triangle equilàter inscrit en la circumferència de radi R. Notem que OB és perpendicular a CE hi ha que OB es la mediatriu del triangle equilàter de la dreta.



$$\overline{OB} = \frac{R}{2}$$

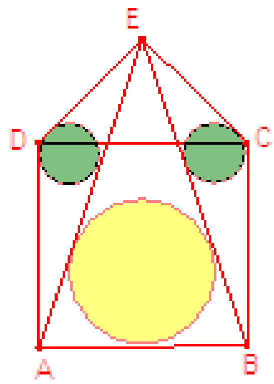
$$\overline{OM} = \frac{1}{2}\overline{OB} = \frac{R}{4}$$

$$6r + \frac{R}{4} = R$$

Aleshores, $r = \frac{1}{8}R$

Desembre 14-15: Sobre el costat AB d'un quadrat ABCD s'ha dibuixat un triangle rectangle isòsceles ΔCDE, on ∠CED = 90°.

Calcular la proporció entre els radis de les circumferències inscrites en els triangles ΔADE i ΔABE.



Solució: Siga $\overline{AB} = c$ el costat del quadrat ABCD. Siguen M i N els punts mitjans dels costats $\overline{AB}$ i $\overline{CD}$, respectivament. Siga O el centre de la circumferència inscrita al triangle $\overset{\Delta}{ABE}$ de radi $r = \overline{OM}$.

$$\overline{NE} = \overline{CN} = \frac{c}{2}, \overline{AM} = \frac{c}{2}$$

$$\overline{ME} = \frac{3c}{2}$$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{AME}$:

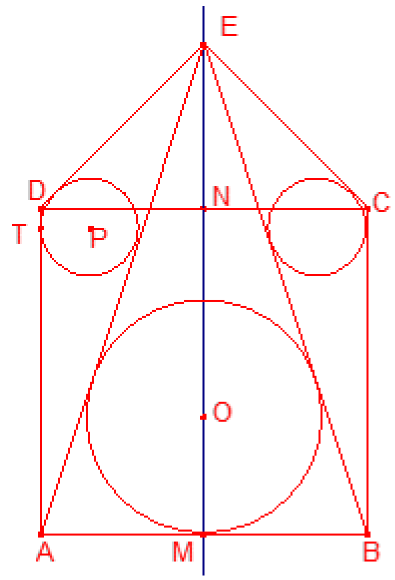
$$\overline{AE} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

L'àrea del triangle $\overset{\Delta}{ABE}$ és:

$$S_{ABE} = \frac{1}{2}c\frac{3}{2}c = \frac{1 + 2\frac{\sqrt{10}}{2}}{2}cr$$

Aïllant r:

$$r = \frac{\sqrt{10} - 1}{6}c$$



Siga P el centre de la circumferència inscrita al triangle $\overset{\Delta}{ADE}$ de radi $s = \overline{PT}$.

L'àrea del triangle $\overset{\Delta}{ADE}$ és:

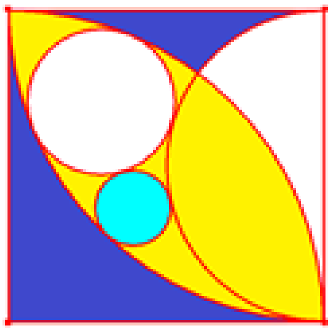
$$S_{ADE} = \frac{1}{2}c\frac{1}{2}c = \frac{1 + \frac{\sqrt{10}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}}{2}cs$$

Aïllant s:

$$s = \frac{1}{2 + \sqrt{2} + \sqrt{10}}c$$

La proporció entre els radis és

$$\frac{s}{r}=\frac{\dfrac{1}{2+\sqrt{2}+\sqrt{10}}}{\dfrac{\sqrt{10}-1}{6}}=\frac{6}{8-\sqrt{2}+2\sqrt{5}+\sqrt{10}}$$



Desembre 17-24: Dins d'un quadrat s'han dibuixat dos quadrants de centres dos vèrtexs oposats i una semicircumferència de diàmetre un costat. S'ha dibuixat una circumferència tangent interior als quadrants i exterior a la semicircumferència. Una altra circumferència és tangent exterior a l'anterior, tangent interior a un quadrant i tangent exterior a la semicircumferència. Trobeu la raó entre els radis de les dues circumferències

Solució: Siga ABCD el quadrat de costat $\overline{AB}=1$. Siga O el centre de la circumferència tangent interior als quadrants i exterior a la semicircumferència, de radi r. Siga H la projecció d'O sobre el costat $\overline{AB}$. Siga $\overline{CH}=\overline{OI}=\overline{OJ}=x$.

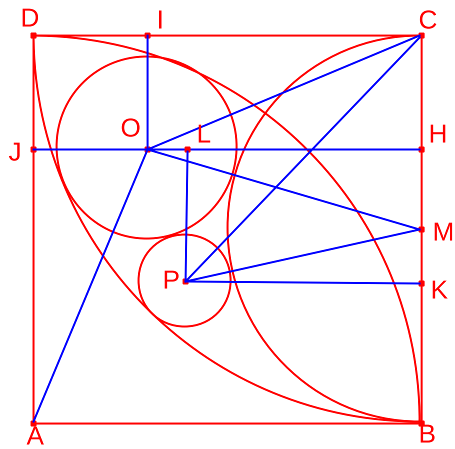
$$\overline{OH}=1-x, \overline{OC}=1-r, \overline{OM}=\frac{1}{2}+r, \overline{MH}=\frac{1}{2}-x$$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{OHC}$:

$$(1-r)^2=x^2+(1-x)^2$$

Simplificant:

$$r^2-2r=2x^2-2x \qquad (1)$$



Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{OHM}$:

$$\left(\frac{1}{2}+r\right)^2=\left(\frac{1}{2}-x\right)^2+(1-x)^2$$

Simplificant:

$$r^2+r=2x^2-3x+1 \qquad (2)$$

Restant les expressions (1) (2)

$$x=1-3r \qquad (3)$$

Substituint l'expressió (3) en l'expressió (1)

$$r^2-2r=2(1-3r)^2-2(1-3r)$$

Resolent l'equació:

$$r=\frac{4}{17}$$

Aleshores, $x=\frac{5}{17}, \overline{OH}=\frac{12}{17}$

Siga P el centre de la circumferència tangent exterior a la circumferència de centre O, tangent interior a un quadrant i tangent exterior a la semicircumferència. Siga s el seu radi.

Siga K la projecció de P sobre el costat $\overline{AB}$

Siga L la projecció de P sobre $\overline{OH}$

Siga $\overline{OL} = y, \overline{MK} = z$

$$\overline{OP} = \frac{4}{17} + s, \overline{PL} = \overline{HK} = \frac{7}{34} + z$$

$$\overline{PM} = \frac{1}{2} + s, \overline{PK} = \frac{12}{17} - y$$

$$\overline{PC} = 1 - s, \overline{CK} = \frac{1}{2} + z$$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{PKM}$:

$$\left(\frac{1}{2} + s\right)^2 = z^2 + \left(\frac{12}{17} - y\right)^2 \qquad (4)$$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{PKC}$:

$$(1 - s)^2 = \left(\frac{1}{2} + z\right)^2 + \left(\frac{12}{17} - y\right)^2 \qquad (5)$$

Restant les expressions (4) i (5) i simplificant:

$$z = \frac{1}{2} - 3s \qquad (6)$$

$$\overline{OP} = \frac{4}{17} + s, \overline{PL} = \overline{HK} = \frac{7}{34} + z = \frac{12}{17} - 3s$$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{OLP}$:

$$\left(\frac{4}{17} + s\right)^2 = y^2 + \left(\frac{12}{17} - 3s\right) \qquad (7)$$

Simplificant:

$$-8s^2 + \frac{80}{17}s = y^2 + \frac{128}{289} \qquad (8)$$

Simplificant l'expressió (4)

$$\left(\frac{1}{2} + s\right)^2 = \left(\frac{1}{2} - 3s\right)^2 + \left(\frac{12}{17} - y\right) \qquad (9)$$

$$-8s^2 + 4s = y^2 - \frac{24}{17}y + \frac{144}{289} \qquad (10)$$

Restant les expressions (9) i (10)

$$y = \frac{2}{51} + \frac{1}{2}s \quad (11)$$

Simplificant l'expressió (7)

$$\left(\frac{4}{17} + s\right)^2 = \left(\frac{2}{51} + \frac{1}{2}s\right)^2 + \left(\frac{12}{17} - 3s\right) \qquad (12)$$

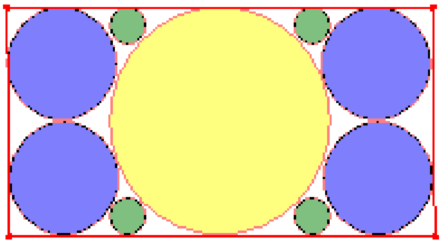
Resolent l'equació:

$$s = \frac{4}{33}$$

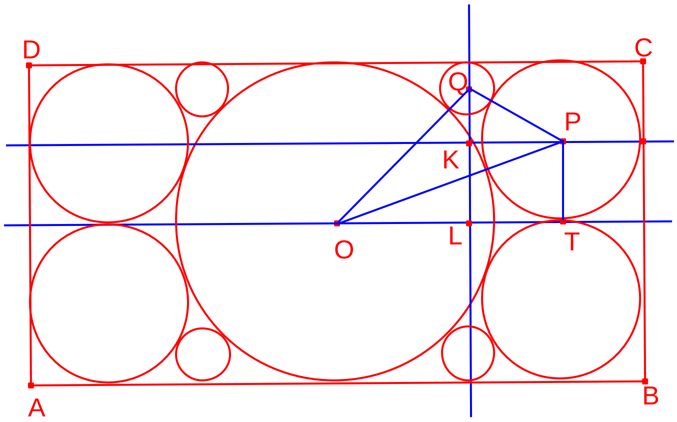
La proporció entre els radis és:

$$\frac{s}{r} = \frac{17}{33}$$

Desembre 18-19: En un rectangle s'ha dibuixat una circumferència central tangent als costats superior i inferior, de ràdio R. S'han afegit quatre circumferències iguals tangents exteriors a la circumferència i als costats del rectangle. S'han afegit les quatre circumferències xicotetes tangents interiors a un costat del rectangle i a les circumferències anteriors. Trobar les dimensions del rectangle i els radis de les circumferències.



Solució: Siga el rectangle exterior ABCD. $\overline{AD} = 2R$. Siga O el centre de la circumferència central de radi R. El radi de les quatre circumferències dels cantons és $\frac{R}{2}$. Siga P el centre de la circumferència tangent a dos costats



$$\overline{OP} = R + \frac{R}{2} = \frac{3R}{2}, \overline{PT} = \frac{R}{2}$$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{OTP}$

$$\overline{OT} = R\sqrt{2}$$

El costat $\overline{AB}$ del rectangle és:

$$\overline{AB} = 2\left(\overline{OT} + \frac{R}{2}\right) = \left(2\sqrt{2} + 1\right)R$$

Siga Q el centre de la circumferència tangent a les dues circumferències i a un costat. Siga s el seu radi. Siga la recta r que passa per P paral·lela a la recta AB. Siga la recta s que passa per Q paral·lela a la recta AD. Siga K la intersecció de les rectes r i s. Siga L la intersecció de les rectes OT i s.

$$\overline{OQ} = R + s, \overline{LQ} = R - s$$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{OLQ}$

$$\overline{OL} = 2\sqrt{Rs}$$

$$\overline{PK} = R\sqrt{2} - 2\sqrt{Rs}, \overline{QK} = \frac{R}{2} - s, \overline{PQ} = \frac{R}{2} + s$$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{PKQ}$

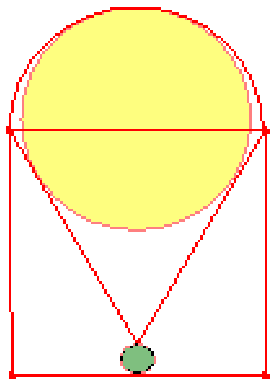
$$\left(\frac{R}{2} + s\right)^2 = \left(\frac{R}{2} - s\right)^2 + \left(R\sqrt{2} - 2\sqrt{Rs}\right)^2$$

Simplificant:

$$s^2 - 6Rs + R^2 = 0$$

$$\left(\frac{s}{R}\right)^2 - 6\frac{s}{R} + 1 = 0$$

Resolent l'equació, $s = \left(3 - 2\sqrt{2}\right)R$.



Desembre 21-28: Sobre el costat d'un quadrat s'ha dibuixat un triangle equilàter interior al quadrat i una semicircumferència exterior al quadrat. Una circumferència és tangent a la semicircumferència i a dos costats del triangle. Una altra circumferència passa pel vèrtex del triangle i és tangent a un costat del quadrat. Determinar la proporció entre ràdios.

Solució: Siga ABCD el quadrat de costat $\overline{AB} = c$. Siga ABC el triangle equilàter $\overset{\Delta}{ABE}$. Siga M el punt mig del costat $\overline{AB}$. Siga N el punt mig de la semicircumferència, punt de tangència. Siga O el centre de la circumferència gran de radi $\overline{ON} = r$.

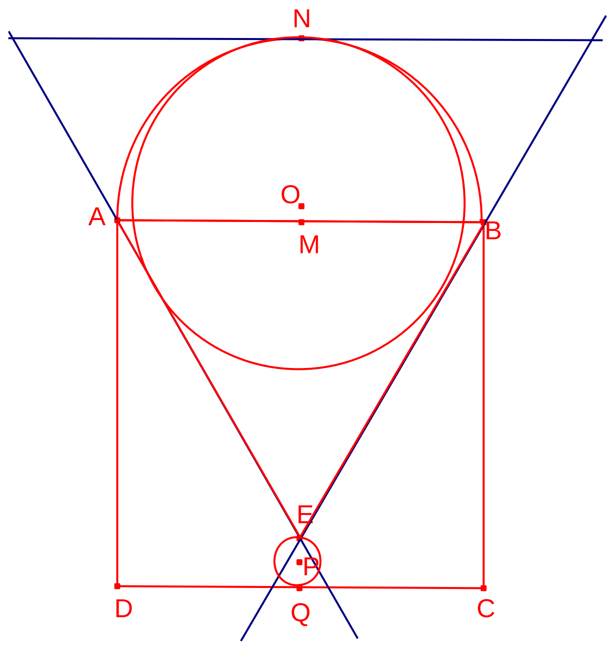
Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{AME}$:

$$\overline{ME} = \frac{\sqrt{3}}{2}c$$

$$\overline{NE} = \overline{ME} + \frac{c}{2} = \frac{1+\sqrt{3}}{2}c$$

$$\overline{ON} = \frac{1}{3}\overline{NE}$$

$$r = \frac{1+\sqrt{3}}{6}c$$



Siga Q el punt mitjà del costat $\overline{CD}$. Siga P el centre de la circumferència petita de radi $s = \overline{PE} = \overline{PQ}$.

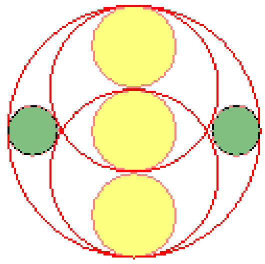
$$\overline{NQ} = \frac{3c}{2}$$

$$\overline{EQ} = \overline{NQ} - \overline{NE} = \frac{2-\sqrt{3}}{2}c$$

$$s = \frac{1}{2}\overline{EQ} = \frac{2-\sqrt{3}}{4}c$$

$$\frac{s}{r} = \frac{\frac{2-\sqrt{3}}{4}}{\frac{1+\sqrt{3}}{2}} = \frac{3\left(2\sqrt{3}-5\right)}{4}$$

Desembre 22-23: A l'interior d'una circumferència de ràdio R, sobre un diàmetre, s'ha dibuixat 3 circumferències de ràdio r_1. S'han dibuixat dues circumferències de radi r_2, tangents interiors a la de ràdio R i tangents exteriors a dues de les tres circumferències de ràdio r_1. S'han dibuixat dues circumferències de radi r_3 tangents interiors a la de ràdio R i tangents exteriors a les de ràdio r_2. Calcular la raó entre r_3 i r_1



Solució: Considerem el diàmetre $\overline{AB}$ de la circumferència exterior de radi R. Siga C el centre de la circumferència de radi $r_1 = \overline{CA}$.

$$6r_1 = 2R$$

Aleshores, $r_1 = \frac{1}{3}R$. Siga Q el centre de la circumferència de radi $r_2 = \overline{QA}$.

$$r_2 = 2r_1 = \frac{2}{3}R$$

Siga P el centre de la circumferència de radi $r_3 = \overline{PT}$.

$$\overline{OQ} = r_1, \overline{QP} = r_2 + r_3 = \frac{2}{3}R + r_3, \overline{OP} = R - r_3$$

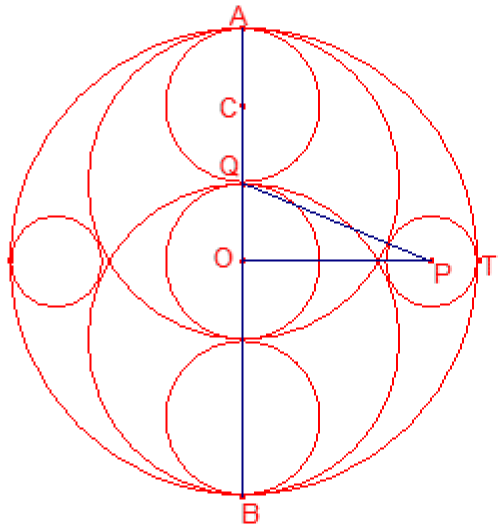
Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{QOP}$:

$$\left(\frac{2}{3}R + r_3\right)^2 = \left(\frac{1}{3}R\right)^2 + (R - r_3)^2$$

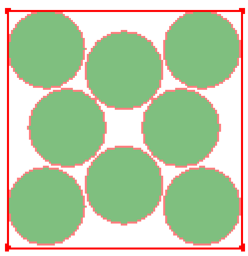
Simplificant, $r_3 = \frac{1}{5}R$

La proporció entre els radis és:

$$\frac{r_3}{r_1} = \frac{3}{5}$$



Desembre 25-26: Per a empaquetar huit circumferències iguals en un quadrat, cal col·locar-les com en la figura, (provat per Schaer en 1964). Trobeu la proporció entre el radi d'una circumferència i el costat del quadrat.



Solució: Siga el quadrat ABCD de costat $\overline{AB} = c$ de centre O.

$$\overline{BD} = c\sqrt{2}, \overline{OD} = \frac{\sqrt{2}}{2}c$$

Siguen E, F, G, H, I, J, K, L els centres de les sis circumferències de radi r. Els centres I, J, K, L, formen un quadrat de costat 2r.

$$\overline{OT} = r$$

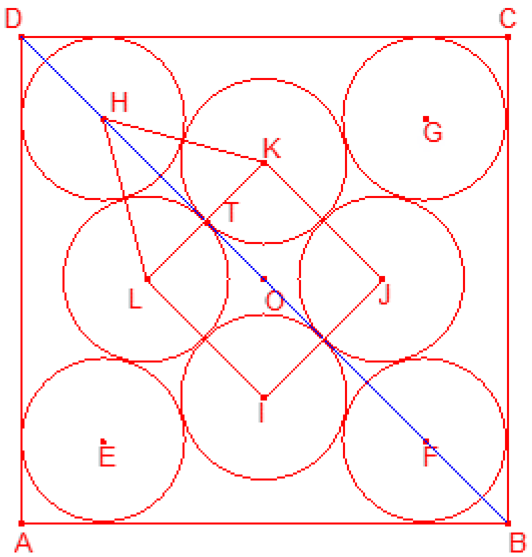
Els centres K, L, H, formen un triangle equilàter de costat 2r.

$$\overline{HT} = r\sqrt{3}$$

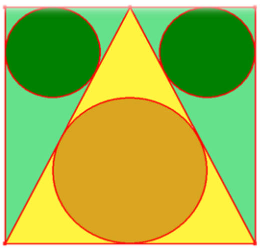
$$\overline{DH} = r\sqrt{2}$$

$$\overline{OD} = \frac{\sqrt{2}}{2}c = r + r\sqrt{3} + r\sqrt{2}$$

$$\frac{c}{r} = \sqrt{2}\left(1 + \sqrt{3} + \sqrt{2}\right) = 2 + \sqrt{2} + \sqrt{6}$$



Desembre 29-30: S'han format tres triangles unint el punt mitjà d'un costat d'un quadrat amb els altres vèrtexs del quadrat. S'han dibuixat les circumferències inscrites en els tres triangles. Calcular la proporció entre els radis de les circumferències



Solució: Siga ABCD el quadrat de costat $\overline{AB} = c$. Siga M el punt mitjà del costat $\overline{CD}$. Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{ADM}$

$$\overline{AM} = \frac{\sqrt{5}}{2}c$$

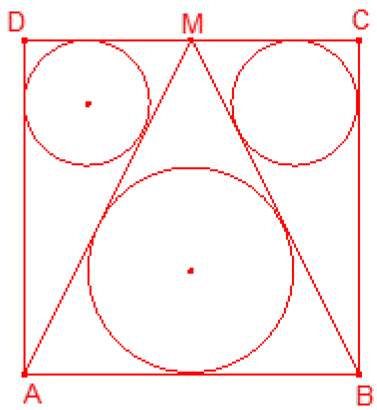
Siga r el radi de la circumferència inscrita en el triangle $\overset{\Delta}{ABM}$. L'àrea del triangle $\overset{\Delta}{ABM}$ és igual a la meitat de l'àrea del quadrat.

$$S_{ABM} = \frac{1}{2}c^2 = \frac{\overline{AB} + \overline{AM} + \overline{BM}}{2}r$$

$$\frac{1}{2}c^2 = \frac{c + c\sqrt{5}}{2}r$$

Resolent l'equació:

$$r = \frac{\sqrt{5} - 1}{4}c$$



Siga s el radi de la circumferència inscrita en el triangle $\overset{\Delta}{ADM}$. L'àrea del triangle $\overset{\Delta}{ADM}$ és igual a la quarta part de l'àrea del quadrat.

$$S_{ADM} = \frac{1}{4}c^2 = \frac{\overline{AD} + \overline{DM} + \overline{AM}}{2}s$$

$$\frac{1}{4}c^2 = \frac{c + \frac{1}{2}c + \frac{\sqrt{5}}{2}c}{2}s$$

$$c^2 = \frac{3 + \sqrt{5}}{4}cs$$

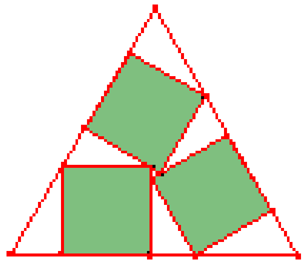
Resolent l'equació:

$$s = \frac{3-\sqrt{5}}{4}c$$

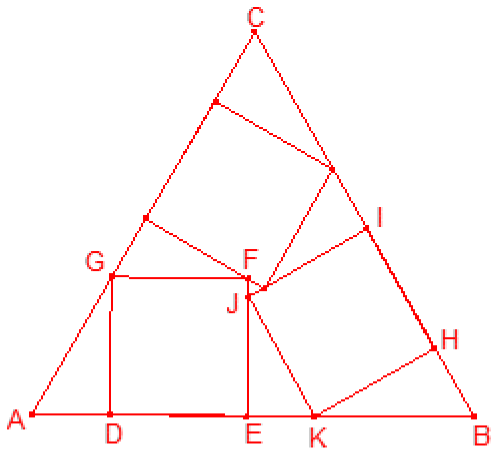
La proporció entre els radis és:

$$\frac{r}{s} = \frac{\frac{\sqrt{5}-1}{4}}{\frac{3-\sqrt{5}}{4}} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \Phi$$

Desembre 31: Per a empaquetar tres quadrats iguals en un triangle equilàter, cal col·locar-los com en la figura (provat per Erich Friedman en 1997). Trobeu la raó entre el costat del triangle i el costat del quadrat.



Solució: Siga el triangle equilàter gran $\overset{\Delta}{ABC}$ de costat $\overline{AB} = c$.
Siguen els quadrats DEFG, HIJK de costats $\overline{DE} = x, \overline{HI} = x$



$$\overline{AD} = \frac{\sqrt{3}}{3}x, \overline{EK} = \frac{1}{2}x, \overline{KB} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$
$$\overline{AB} = c = \left(\frac{3}{2} + \sqrt{3}\right)x$$
$$\frac{c}{x} = \frac{3}{2} + \sqrt{3}$$