SOLUCIONS MARÇ 2021

PROBLEMES PER A LA PREPARACIÓ DE L'OLIMPÍADA DE 1r I 2n DE L'ESO. CONVOCADA PER LA FESPM EN 2003 I 2004. ORGANITZACIÓ: JOSÉ COLÓN LACALLE. PROFESSOR JUBILAT.

Març 1-8: En una competició de camp a través, tres corredors ixen de A cap a B a la mateixa hora. El més ràpid arriba a B una hora abans de migdia i la seua velocitat és 15 km/h. El més lent arriba a B una hora després de migdia i la seua velocitat és de 10 km/h. L'altre corredor arriba a B exactament al migdia. Esbrineu l'hora d'eixida de A, la distància entre A i B i la velocitat del segon corredor

Solució: Siga d la distància entre A i B. Tindrem suposant que ixen a les x hores:

$$\left.\begin{array}{l} v_A = 15 = \dfrac{d}{11 - x} \quad \Rightarrow \quad 165 - 15x = d \\ v_C = 10 = \dfrac{d}{13 - x} \quad \Rightarrow \quad 130 - 10x = d \end{array}\right\}$$

Restant totes dues equacions:

$$35 = 5x \quad \Rightarrow \quad x = 7 \text{ h}$$

Substituint en la primera equació:

$$d = 165 - 15 \cdot 7 = 60 \text{ km}$$

Per últim:

$$v_B = \frac{60 \text{ km}}{(12 - 7)\text{h}} = 12 \text{ km/h}$$

Març 2-3: Dani, Aitana i Laia han de repartir-se 21 ampolles de refresc que han sobrat d'una festa: 7 estan plenes, 7 mig buides i 7 buides. Com han de repartir-se les ampolles perquè els tres s'emporten el mateix nombre d'ampolles i la mateixa quantitat de refresc? (No es pot transvasar refresc d'una ampolla a una altra)

Solució: Cadascun ha d'emportar-se (21/3 =) 7 ampolles i la mateixa quantitat de líquid ((7 + 3,5)/3 =) 3,5 ampolles, l'equivalent a 3 ampolles plenes i una mitja plena. Tindrem:

Dani	2 buides	2 plenes	3 mig plenes	7 ampolles
Aitana	2 buides	2 plenes	3 mig plenes	7 ampolles
Laia	3 buides	3 plenes	1 mig plena	7 ampolles
	7 buides	7 plenes	7 mig plenes	

Març 4-11: En un fruiter hi ha pomes, peres i taronges. Dani i Laia agafen fruites diferents. Dani i Aitana agafen la mateixa fruita. Ni Dani ni Laia agafen peres. Si Laia agafa una poma, Aitana també. Quina fruita va agafar cadascun?

Solució: De l'enunciat, tindrem:

(1) Dani i Laia fruites diferents.

(2) Dani i Aitana la mateixa fruita.

(3) Ni Dani ni Laia peres.

(4) Si Laia poma, llavors Aitana poma.

La condició (4) està en contradicció amb (1) i (2). Per tant, Laia no agafa pomes. Per (3) Laia tampoc agafa pera. Per tant, Laia agafa taronja.

Per (3) Dani no agafa pera. Per (1) Dani tampoc agafa taronja. Per tant, Dani agafa poma.

Finalment, per (2), Aitana agafa poma.

<u>Març 5-6:</u> Dani ha de multiplicar per 78 un número de dues xifres en el qual la xifra de les desenes és tres vegades major que la de les unitats. Per error intercanvia els dígits d'aquest factor i obté un número que és 2808 unitats menor que el producte buscat. Quin és aquest producte?

<u>Solució:</u> Siga a el dígit de les unitats del número de dues xifres de l'enunciat. Tindrem que el factor buscat és 3a·10 + a. La condició de l'enunciat és equivalent:

$(3a\cdot 10 + a)\cdot 78 = (a\cdot 10 + 3a)\cdot 78 + 2808 \Rightarrow 31\cdot a\cdot 78 - 78\cdot 13a = 2808 \Rightarrow 78\cdot(31a - 13a) = 2808 \Rightarrow 78\cdot 18a = 2808$

$$a = \frac{2808}{78\cdot 18} = 2$$

Per tant, el factor pel qual havia de multiplicar 78 és (3a·10 + a =) 62. El producte buscat és (78·62 =) 4836

<u>Març 9:</u> En aquest producte cada lletra representa una xifra i lletres diferents indiquen xifres diferents. Quin és el valor d'AIGUA?

G	O	T	A
		x	A
A	G	U	A

<u>Solució:</u> Tindrem que A^2 acaba en A y de la taula adjunta (dreta) que, A ∈ {0, 1, 5, 6}. Òbviament A no pot ser 0. Si ho fora, el resultat de la multiplicació seria 0 en contra que el resultat siga un número de quatre dígits. Òbviament A no pot ser 1. Si ho fora, el resultat de la multiplicació serà igual a primer factor i llavors tindríem G = A = O i T = O que contradiu l'enunciat. Si A = 5, tindrem:

A	A^2
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
7	49
8	64
9	81
0	0

G O T 5 x 5 5 G U 5	⇒ 5·G = 5 ⇒ G = 1	1 O T 5 x 5 5 1 U 5	⇒ 5·O + (portem) = 1 ⇒ O = 0 i portem 1
1 0 T 5 x 5 5 1 U 5	⇒ 5·T +2 <20 ⇒ 3,6 > T ∉{0, 1} ⇒ T∈{2, 3} Si T = 2 ⇒ U = 2 = T Absurd! Si T = 3 ⇒ U = 7	1 0 3 5 x 5 5 1 7 5	

Si A = 6, tindrem:

G O T 6 x 6 6 G U 6	⇒ 6·G = 6 ⇒ G = 1	1 O T 6 x 6 6 1 U 6	⇒ 6·O + (portem) = 1 ⇒ O = 0 i portem 1
1 0 T 6 x 6 6 1 U 6	⇒ 6·T +3 <20 ⇒ 2,8 > T ∉{0, 1} ⇒ T = 2 ⇒ U = 5	1 0 2 6 x 6 6 1 5 6	

Març 10: Trobar els 9 naturals (de més d'una xifra) consecutius més xicotets, el primer acabat en 1, el segon acabat en 2, i així successivament, de manera que en dividir cadascun d'ells per la seua última xifra, el resultat dona sempre exacte

Solució: Òbviament {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} compleix el requisit de l'enunciat, però són naturals d'una xifra. Podem reformular el requisit de l'enunciat mitjançant:

Busquem el menor natural x ≠ 0, tal que

$$10x + k = \dot{\hat{k}} \qquad \text{per a } k \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

Òbviament, qualsevol que siga x, l'anterior és cert per a k = 1.

Com $k = \dot{\hat{k}} \;\Rightarrow\; 10x = \dot{\hat{k}} - k = \dot{\hat{k}}$. Per tant, busquem el menor natural x tal que:

$$10x = \dot{\hat{k}} \text{ per a } k = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.$$

Com 10 = 2·5, busquem el menor x tal que:

$$x = \dot{\hat{k}} \text{ per a } k = 3, 4, 6, 7, 9$$

I com, que:

$$\left.\begin{array}{l} \text{si } x = \dot{\hat{9}} \;\Rightarrow\; x = \dot{\hat{3}} \\ \text{si } x = \dot{\hat{4}} \;\Rightarrow\; x = \dot{\hat{2}} \end{array}\right\} \;\Rightarrow\; x = \dot{\hat{6}}$$

busquem el menor natural x tal que:

$$x = \dot{\hat{k}} \text{ per a } k = 4, 7, 9$$

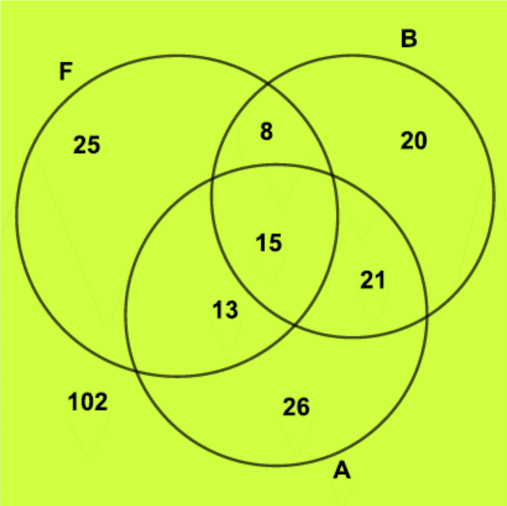
Es dir, x = mcm {4, 7, 9} = 9·4·7 = 252. El conjunt de números de l'enunciat és:

{2521, 2522, 2523, 2524, 2525, 2526, 2527, 2528, 2529}

Març 12-13: En un IES de 230 alumnes hi ha 15 que practiquen futbol, atletisme i bàsquet, 23 que practiquen futbol i bàsquet, 36 que practiquen atletisme i bàsquet, 28 que practiquen atletisme i futbol, 61 que practiquen futbol, 64 que practiquen bàsquet i 75 que practiquen atletisme, quants no practiquen cap esport?

Solució: Representarem per F (B, A) el conjunt d'alumnat que practica futbol (bàsquet, atletisme).

Tindrem el següent diagrama de Venn (començant per la intersecció més completa, és a dir per $F \cap B \cap A$ (de cardinalitat 15))



Per exemple:

Sols F i B → 23 – 15 = 8

Sols F → 61 – (13 + 15 + 8) = 25

Cap dels altres esports → 230 – (25 + 8 + 20 +15 + 13 + 21 + 26) = 102

Tant mateix:

$$\begin{aligned}|A \cup F \cup B| = |A| + |F| + |B| - |A \cap F| - |A \cap B| \\ - |F \cap B| + |A \cap B \cap F| \\ = 75 + 61 + 64 - 28 - 36 - 23 + 15 \\ = 128\end{aligned}$$

I, per últim, si E és el conjunt de tots els estudiants de l'IES

$$|\overline{F} \cap \overline{A} \cap \overline{B}| = |\overline{F \cup A \cup B}| = |E| - |A \cup F \cup B| = 230 - 128 = 102$$

Març 15-16: Un autònom fabrica cert lot de peces en 12 dies treballant 7 hores diàries, de les quals ha dedicat 1 hora cada dia a la preparació de màquines i material. Quants minuts més ha de treballar cada dia per a realitzar el lot de peces en 10 dies?

Solució: L'obrer treballa per a la fabricació del lot, un total de (12·6 =) 72 hores. Si ha de confeccionar el lot en deu dies, ha de treballar cada dia (72/10 =) 7,2 hores = 7 h 12'. Com abans havia de treballar 6 hores i ara, ha de treballar 7 hores i 12 minuts, ha d'incrementar la jornada diària en (7 h 12' – 6 h =) 1h 12'

Març 17-24: Tres amics viuen en el mateix carrer, dos d'ells en edificis adjacents. Un d'ells els diu als altres: "Els números en els quals vivim són primers i el seu producte forma les sis últimes xifres del meu número de mòbil". Si el carrer té menys de cent números trobar els números de les cases i les últimes xifres del mòbil

Solució: Els números de les cases adjacents es diferencien en 2. Per tant, les cases veïnes i numerades amb primers han de ser primers bessons. Els primers bessons menors de 100 són:

(3,5) (5, 7) (11, 13) (17, 19) (29, 31) (41,43) (59, 61) (71, 73)

Hem de buscar un altre primer menor de 100, que, multiplicat pels números de cada parella de primers bessons, donen un número de sis xifres.

Com:

$$111{,}23\ldots = \frac{100000}{29 \cdot 31} \leq x \leq \frac{999999}{29 \cdot 31} = 1112{,}34\ldots$$

la parella (29, 31) (i tampoc cap de les anteriors a ella) serveix perquè el seu producte no dona un número de sis xifres. Començarem a obtenir solucions amb la parella (41, 43). Com:

$$56{,}72\ldots = \frac{100000}{41 \cdot 43} \leq x \leq \frac{999999}{41 \cdot 43} = 567{,}21\ldots$$

són solucions, 41, 43 i qualsevol primer entre 57 i 100: 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 y 97. Amb la següent parella de primers bessons, (59, 61), tindrem:

$$27{,}78\ldots = \frac{100000}{59 \cdot 61} \leq x \leq \frac{999999}{59 \cdot 61} = 277{,}85\ldots$$

Per tant, són solucions, 59, 61 i qualsevol primer entre 28 i 100: 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 y 97.

Amb la última parella de primers bessons, (71, 73), tenim:

$$19{,}29\ldots = \frac{100000}{71\cdot 73} \leq \mathrm{x} \leq \frac{999999}{71\cdot 73} = 192{,}93$$

Per tant, són solucions, 71, 73 i qualsevol primer entre 28 i 100: 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 y 97.

Hi ha un total de (9 + 16 + 17 =) 42 solucions al problema. Totes elles estan replegades en la següent fulla de Excel

41	43	x	41·43·x		59	61	x	59·61·x		71	73	x	71·73·x
41	**43**	**59**	**104017**		**59**	**61**	**29**	**104371**		**71**	**73**	**23**	**119209**
41	**43**	**61**	**107543**		**59**	**61**	**31**	**111569**		**71**	**73**	**29**	**150307**
41	**43**	**67**	**118121**		**59**	**61**	**37**	**133163**		**71**	**73**	**31**	**160673**
41	**43**	**71**	**125173**		**59**	**61**	**41**	**147559**		**71**	**73**	**37**	**191771**
41	**43**	**73**	**128699**		**59**	**61**	**43**	**154757**		**71**	**73**	**41**	**212503**
41	**43**	**79**	**139277**		**59**	**61**	**47**	**169153**		**71**	**73**	**43**	**222869**
41	**43**	**83**	**146329**		**59**	**61**	**53**	**190747**		**71**	**73**	**47**	**243601**
41	**43**	**89**	**156907**		**59**	**61**	**59**	**212341**		**71**	**73**	**53**	**274699**
41	**43**	**97**	**171011**		**59**	**61**	**61**	**219539**		**71**	**73**	**59**	**305797**
					59	**61**	**67**	**241133**		**71**	**73**	**61**	**316163**
					59	**61**	**71**	**255529**		**71**	**73**	**67**	**347261**
					59	**61**	**73**	**262727**		**71**	**73**	**71**	**367993**
					59	**61**	**79**	**284321**		**71**	**73**	**73**	**378359**
					59	**61**	**83**	**298717**		**71**	**73**	**79**	**409457**
					59	**61**	**89**	**320311**		**71**	**73**	**83**	**430189**
					59	**61**	**97**	**349103**		**71**	**73**	**89**	**461287**
										71	**73**	**97**	**502751**

Març 18-19: La fleca del meu carrer ven les magdalenes a 0,30 € la unitat. També les ven en paquets de 7 magdalenes a 1€ el paquet i en paquets de 12 magdalenes a 1,80 € el paquet. La meua mare em va donar un bitllet de 10 € i em va dir que comprara 60 magdalenes i em quedara amb les voltes. Com he de fer la comanda per a quedar-me amb la major quantitat de diners?

Solució: Com que cada magdalena individual val 0,3 €, cada magdalena d'un paquet de 7 val (1/7 =) $0,\widehat{142857}$€ i cada magdalena d'un paquet de 12 val (1,80/12 =) 0,15 € sembla lògic comprar el major nombre possible de paquets de 7. Com: 60 = 7·8 +4, sembla lògic comprar 8 paquets de 7 magdalenes i 4 individuals amb cost (8·1 + 4·0,30 =) 9,20 € que ens proporcionaria un benefici de (10 – 9,20 =) 0,80 €. No obstant això, si substituïm un paquet de 7 per un de 12, tenim (7·7 + 12 =) 61 magdalena, amb un cost de (1·7 + 1,80 =) 8,80 € i un benefici de (10 – 8,80 =) 1,20 € (i una magdalena). Aquesta és la solució òptima.

Si en comptes de 4 magdalenes individuals, comprem 9 paquets de 7, tindríem (9·7 =) 63 magdalenes amb cost (9·1 =) 9 € i un benefici de (10 – 9 =) 1 € (i 3 magdalenes), que tampoc està malament com a solució.

<u>Març 20-27:</u> Com sempre lletres diferents representen dígits diferents. Deduir els valors de les lletres A, B, C i D perquè l'operació del costat estiga correctament efectuada.

$$\begin{array}{cccc} & A & B & C \\ & \times & C & A \\ \hline & D & B & A \\ A & B & C & \\ \hline A & D & C & A \end{array}$$

<u>Solució:</u> En primer lloc, notem que C ha de ser 1, ja que en la multiplicació indicada en multiplicar el primer factor pel dígit C es repeteix el primer factor.

Tindrem aleshores, que la multiplicació queda

$$\begin{array}{cccc} & A & B & 1 \\ & \times & 1 & A \\ \hline & D & B & A \\ A & B & 1 & \\ \hline A & D & 1 & A \end{array}$$

Fixem-nos ara en la suma remarcada de blau. Com que B és un dígit, B + 1 = 11 ens porta a B = 10 (absurd!), per tant, B = 0. Amb el que tindrem que la multiplicació queda com figura a la dreta.

Si ens fixem ara en la multiplicació remarcada de verd, tindrem $A^2 = D$ i com que cada lletra ha de ser un dígit diferent de 0 i 1, A pot ser 2 o 3 , i en aquest cas D ha de ser 4 o 9

$$\begin{array}{cccc} & A & 0 & 1 \\ & \times & 1 & A \\ \hline & D & 0 & A \\ A & 0 & 1 & \\ \hline A & D & 1 & A \end{array}$$

Hi ha dues solucions possibles:

A = 2; D = 4; C = 1 y B = 0

$$\begin{array}{cccc} & 2 & 0 & 1 \\ & \times & 1 & 2 \\ \hline & 4 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & \\ \hline 2 & 4 & 1 & 2 \end{array}$$

A = 3; D = 9; C = 1 y B = 0

$$\begin{array}{cccc} & 3 & 0 & 1 \\ & \times & 1 & 3 \\ \hline & 9 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & 1 & \\ \hline 3 & 9 & 1 & 3 \end{array}$$

<u>Març 22-29:</u> Al costat està la taula de classificació d'un torneig estiuenc de futbol sala en el que participen 4 equips: A, B, C i D. Cada equip va jugar un partit contra els altres tres. El torneig va tindre la particularitat que no va haver-hi partits que acabaren amb el mateix nombre de gols marcats. Esbrinar raonadament els resultats de tots els partits.

	partits				gols	
	J	G	E	P	F	C
A	3	2	1	0	4	1
B	3	2	0	1	8	4
C	3	1	0	2	1	6
D	3	0	1	2	2	4

<u>Solució:</u> En la taula s'observa que A i D han empatat un partit. Per tant, A i D han empatat el partit A-D. Com A té un gol en contra, aquest partit ha acabat 0-0 o 1-1.

Si A-D acaba en 0-0, els altres partits jugats per A han d'haver acabat en 2-1 i 2-0 o 3-1 i 1-0.

Si A-D acaba en 1-1 els altres partits jugats per A han d'haver acabat en 1-0 i 2-0.

Suposem que A-D acaba en 0-0, llavors els altres partits jugats per D han d'haver acabat en 2-3 i 0-1 (*).

Suposem que A-D acaba en 1-1, llavors els altres partits jugats per D han d'haver acabat en 1-2 i 0-1, però llavors tenim un partit acabat en 0-1 (el jugat per A) i un altre acabat en 0-1 (el jugat per D) que contradiu l'enunciat del problema.

Amb això tenim que el partit A-D acaba en 0-0.

Si A-D acaba amb 0-0 i els altres partits jugats per A acaben en 3-1 i 1-0, tindrem que hi ha un partit jugat per A que acaba amb 1 gol i un altre partit jugat per D que també acaba amb 1 gol (*) el que contradiu l'enunciat.

És a dir, tindrem, amb el raonat fins ara:

RESULTAT	PARTIT	NÚMERO GOLS
0-0	A-D	0
2-1	A-(B o C)	3
2-0	A-(C o B)	2
2-3	D-B(**)	5
0-1	D-C	1

((**) no pot ser D-C perquè els gols a favor de C comptabilitzen només un gol)

Suposem que 2-1 és el resultat A-B, llavors 2-0 és el resultat de A-C. Analitzem el partit B-C, sense aquest partit tenim que els gols a favor de B són (1 + 3 =) 4 i que els gols en contra de B són (2 + 2 =) 4, el partit B-C ha d'haver acabat amb 4-0.

Es a dir, una possibilitat de resultats es (***)

PARTIT	RESULTAT
A-D	0-0
A-B	2-1
A-C	2-0
D-B	2-3
D-C	0-1
B-C	4-0

L'altra possibilitat

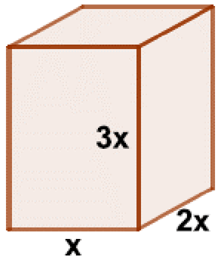
RESULTAT	PARTIT	NÚMERO GOLS
0-0	A-D	0
2-1	A- C	3
2-0	A-B	2
2-3	D-B	5
0-1	D-C	1

és impossible, per què, mancant el partit B-C es té:

	F	C
B	3	4
C	2	2

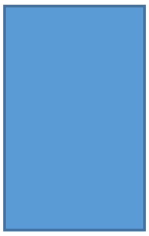
Amb el que, d'una banda, el resultat B-C ha de ser 5-0, i d'altra banda ha de ser 2-0. Per tant, l'única possibilitat és la contemplada en (***)

<u>Març 23:</u> Les longituds dels costats d'un prisma recte de base rectangular són proporcionals a 1, 2 i 3. La superfície total del prisma és 550 cm². Trobeu el volum.

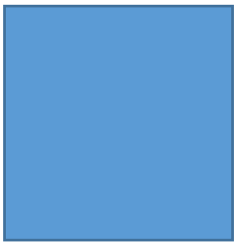


<u>Solució:</u> Siguen x, 2x i 3x les dimensions del prisma recte de base rectangular. El seu volum serà: $6x^3$. El valor de x hem de traure'l de saber que la seua superfície total és 550 cm².

Tindrem:



$3x \longrightarrow 3x^2 \xrightarrow{\cdot 2} 6x^2$



$3x \longrightarrow 6x^2 \xrightarrow{\cdot 2} 12x^2$

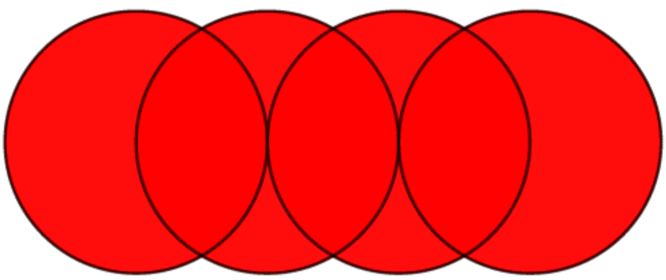
$x \longrightarrow 2x^2 \xrightarrow{\cdot 2} 4x^2$

$22x^2 = 550 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = 5$

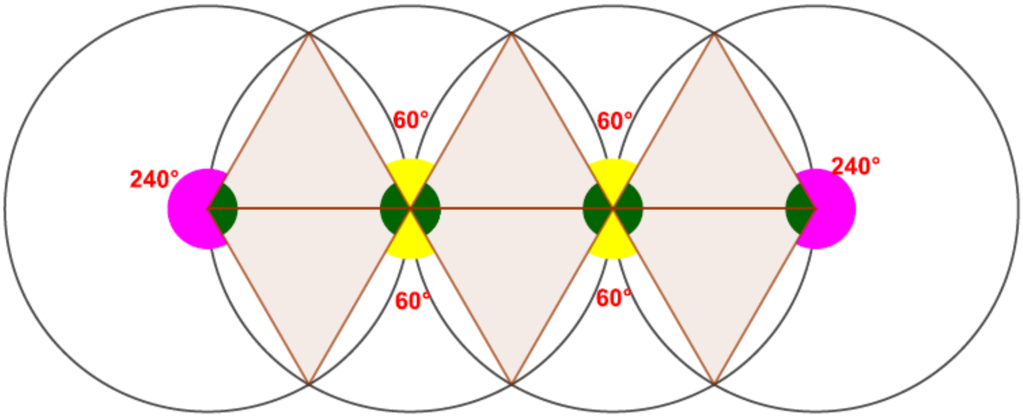
Per tant:

$$V = 6x^3 = 6 \cdot 5^3 = 750 \text{ cm}^3$$

<u>Març 25-26:</u> Trobeu el perímetre de la zona generada pels quatre cercles cadascun d'ells de radi 10 cm i en la qual cada circumferència passa pels centres de les circumferències adjuntes



<u>Solució:</u> Els triangles de la figura adjunta són equilàters, perquè cada costat mesura (r =) 10 cm



Per tant, els angles de color verd mesuren, cadascun d'ells, 60°. D'on els angles de color groc mesuren (180° – 2·60° =) 60° i els angles de color morat (360° – 2·60° =) 240°. A més el perímetre de la figura és el perímetre de dos sectors d'angle central 240° (angles de color morat) més el perímetre de quatre sectors circulars d'angle central 60° (angles de color groc). Com 2·240° + 4·60° = 720° = 2·360°, el perímetre de tots aquestos sectors correspon al perímetre de dues circumferències. En definitiva, el perímetre de la figura és de:

$$2 \cdot 2\pi r = 4\pi \cdot 10 = 40\pi \text{ cm}$$

<u>Març 30-31:</u> Els alumnes de 2n de l'ESO es van d'acampada i decideixen deixar encès un ciri cada nit durant el campament. Sabent que si el ciri queda encès tota la nit queda un quart de ciri i per tant amb les restes dels ciris de 4 nits es té un ciri que es pot utilitzar una altra nit, quantes nits estaran d'acampada si compren 16 ciris? Calcula el menor nombre de ciris que han de comprar si volen tindre llum de ciri durant 105 nits.

<u>Solució:</u> Si disposem de 16 ciris, tenim per a 16 nits i sobraran 16 quarts de ciri, que generaran (16/4 =) 4 ciris més, que cobriran 4 nits més i sobraran 4 quarts de ciri, que generaran (4/4 =) un ciri més, que cobrirà una nit més i sobrarà un quart de ciri. En total amb 16 ciris tindrem llum per a (16 + 4 + 1 =) 21 nits i sobrarà un quart de ciri.

Per a contestar a la segona qüestió plantejada, raonem de la següent forma

ciris comprats	Nits amb llum	Residus de ciri
$4^2 = 16$	$4^2 + 4^1 + 4^0 = 21$	¼ ciri
$4^3 = 64$	$4^3 + 4^2 + 4^1 + 4^0 = 85$	¼ ciri
$4^3 + 4^2 = 64 + 16 = 80$	$4^3 + 2\cdot(4^2 + 4^1 + 4^0) = 106$	½ ciri

Per tant, amb 80 ciris tenim per a 106 nits i sobra mig ciri. Si provem amb 79 ciris, tenim:

$$\begin{array}{rrrrr}
\mathbf{79} & \multicolumn{1}{|l}{4} & & & \\ \cline{2-2}
3 & \mathbf{19} & \multicolumn{1}{|l}{4} & & \\ \cline{3-3}
 & 3 & \mathbf{4} & \multicolumn{1}{|l}{4} & \\ \cline{4-4}
 & & 0 & \mathbf{1} & \multicolumn{1}{|l}{4} \\ \cline{5-5}
 & & & 1 & \mathbf{0}
\end{array}$$

79 + 19 + 4 + 1 + 0 = 103 nits

I ara dels residus de les divisions i de les restes dels últimes quatre ciris i del que correspon al residu de les divisions, tenim:

$$\frac{3}{4}+\frac{3}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=2$$

que aconsegueix les (103 + 2 =) 105 nits