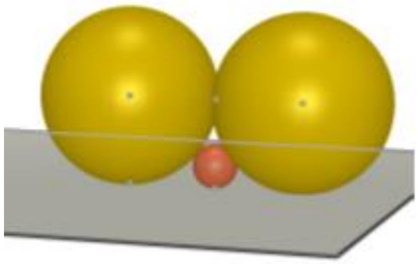
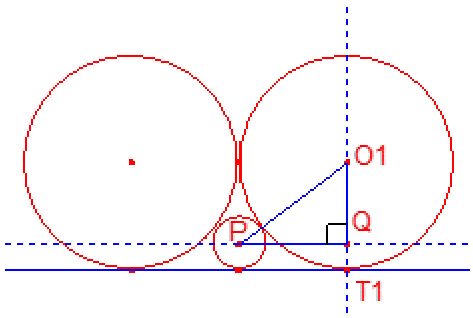
SOLUCIONS JUNY 2021

PROBLEMES PER A UTILITZAR PROGRAMES GEOMÈTRICS. AUTOR: RICARD PEIRÓ I ESTRUCH. IES "Abastos". València.



<u>Juny 1-2:</u> Es tenen dues esferes tangents i iguals damunt d'una taula. Quin és el radi de l'esfera més gran que pot passar entre les dues esferes per damunt de la taula?.

Sangaku, Temple Kon'noh Hachiman, Tokyo. 1846



<u>Solució:</u> Siga r el radi de l'esfera màxima. Aquesta esfera serà tangent a les esferes de ràdio R.

Els centres de les tres esferes estan en el mateix pla. Considerem la secció formada pel pla que passa per els centres de les dues esferes de ràdio R i perpendicular a la taula

Siga O1 el centre de l'esfera de la dreta. Siga P el centre de l'esfera xicoteta. Siga T1 el punt de tangència de l'esfera de centre O1 i la taula. Siga Q la projecció de P sobre la recta O1T1

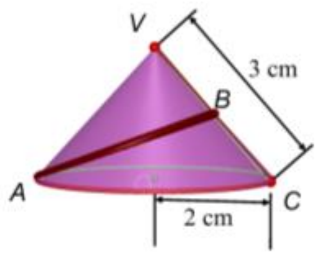
$$\overline{\mathrm{PQ}} = \mathrm{R}, \qquad \overline{\mathrm{PO1}} = \mathrm{R} + \mathrm{r}, \qquad \overline{\mathrm{QO1}} = \mathrm{R} - \mathrm{r}$$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{\mathrm{PQO1}}$

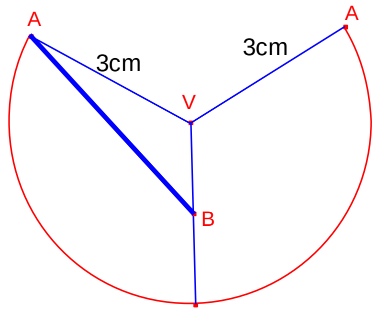
$$(\mathrm{R}+\mathrm{r})^2 = (\mathrm{R}-\mathrm{r})^2 + \mathrm{R}^2$$

Simplificant:

$$4\mathrm{Rr} = \mathrm{R}^2; \quad \mathrm{r} = \frac{1}{4}\mathrm{R}$$



<u>Juny 3-4:</u> Siga el con massís de diàmetre AC = 4 cm, vèrtex V i generatriu AV = 3 cm. Siga B el punt mitjà de la generatriu CV. Quina és la mínima distància entre A i B?



<u>Solució:</u> Si retallem i desenvolupem el con per la línia AV, tenim la figura adjunta. L'arc del sector és igual a la longitud de la circumferència de radi 2 cm.

$$\mathrm{L_{arc}} = 2\pi \cdot 2 = 4\pi$$

L'angle central del sector de radi 3 cm és:

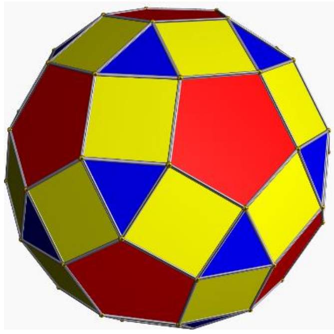
$$\alpha = \frac{4\pi}{3}\frac{180°}{\pi} = 240°$$

El punt B es troba en la bisectriu del sector anterior

$$\angle \mathrm{AVB} = 120°$$

Aplicant el teorema del cosinus al triangle $\overset{\Delta}{\mathrm{AVB}}$

$$\overline{AB}^2 = 3^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2 \cdot 3 \cdot \frac{3}{2} \cdot \cos 120° = \frac{63}{4}, \quad \overline{AB} = \frac{3\sqrt{7}}{2} \cong 3.97 \text{ cm}$$



Juny 5-12: El rombicosidodecaedre és un poliedre arquimedià que té 62 cares que són 30 quadrats, 12 pentàgons regulars i 20 triangles equilàters. Determineu el nombre de vèrtexs

Solució: El rombicosidodecaedre és un poliedre convex per tant compleix la fórmula d'Euler: El nombre de cares més el nombre de vèrtexs és igual al nombre d'arestes més 2: C + V = A + 2.

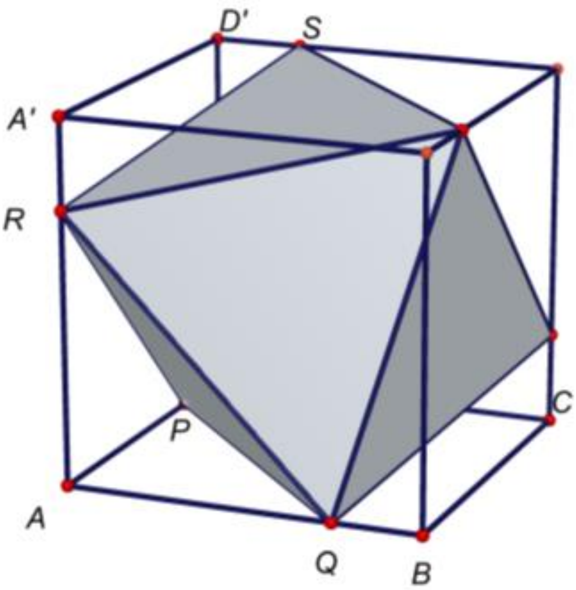
Les arestes estan formades per la intersecció de dos costats dels poliedres que formen les cares. Llavors el número de arestes es igual en mitat del número de costats que formen els polígons que formen les cares.

$$A = \frac{4 \cdot 30 + 5 \cdot 12 + 3 \cdot 20}{2} = 120, \quad 62 + V = 120 + 2, \quad V = 60$$

Juny 7-8: En un cub d'aresta a se ha inscrit un octaedre regular amb vèrtexs en sis arestes del cub (vegeu la figura adjunta).

Calcular l'aresta de l'octaedre

Calcular la proporció entre els volums de l'octaedre i el cub



Solució: Siga $\overline{AB} = a$, l'aresta del cub. Siga

$$\overline{AP} = \overline{AQ} = \overline{AR} = x$$

L'aresta de l'octaedre regular és:

$$\overline{PQ} = x\sqrt{2}$$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{RA'S}$:

$$\overline{RS} = \sqrt{a^2 + 2(a - x)^2}$$

Igualant les arestes:

$$\sqrt{a^2 + 2(a - x)^2} = x\sqrt{2}, \quad x = \frac{3}{4}a$$

L'aresta de l'octaedre és:

$$\overline{PQ} = \frac{3\sqrt{2}}{4}a$$

El volum del cub és:

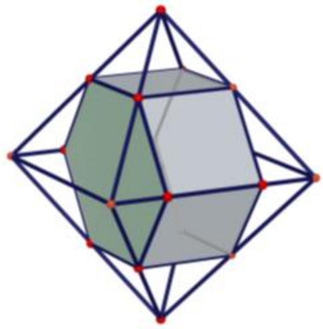
$$V_{cub} = a^3$$

El volum de l'octaedre és:

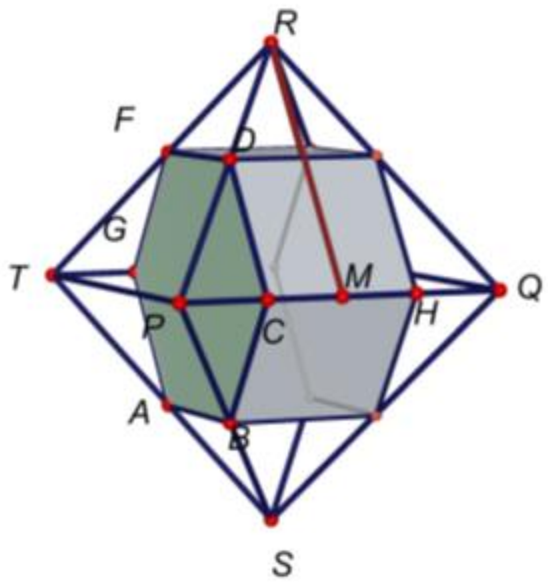
$$V_{\text{octaedre}} = \frac{\sqrt{2}}{3}\overline{\mathrm{PQ}}^3 = \frac{\sqrt{2}}{3}\left(\frac{3\sqrt{2}}{4}\mathrm{a}\right)^3 = \frac{9}{16}\mathrm{a}^3$$

La proporció entre els volums és:

$$\frac{V_{\text{octaedre}}}{V_{\text{cub}}} = \frac{9}{16}$$



Juny 9-16: En un octaedre regular s'ha inscrit un prisma hexagonal recte amb totes les seues arestes iguals. Determinar la proporció entre els volums del prisma i de l'octaedre. (El prisma hexagonal no és regular)



Solució: Siga l'octaedre regular d'aresta $\overline{\mathrm{PQ}} = \mathrm{a}$. Siga ABCDFG la base del prisma. Siguen $\overline{\mathrm{CD}} = \overline{\mathrm{CH}} = \mathrm{x}$, arestes del prisma. (Notem que les arestes de la base no són iguals). Tindrem:

$$\overline{\mathrm{PC}} = \frac{\mathrm{a}-\mathrm{x}}{2}, \angle \mathrm{DPC} = 60°, \mathrm{tag}(60°) = \frac{x}{\frac{a-x}{2}} = \sqrt{3},$$

$$x = \left(2\sqrt{3}-3\right)a$$

Notem que TSQR es un quadrat de costat a i, per tant:

$$\overline{\mathrm{RS}} = \mathrm{a}\sqrt{2}$$

El volum de l'octaedre és:

$$V_{\text{octaedre}} = \frac{1}{3}\cdot \mathrm{a}^2 \cdot \mathrm{a}\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{3}\mathrm{a}^3$$

Calculem l'àrea de la base del prisma, tindrem:

$$\overline{\mathrm{CG}} = \mathrm{a}, \overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{FC}} = \left(2\sqrt{3}-3\right)\mathrm{a}$$

(per tant, la base, no és un hexàgon regular). Com que $\overset{\Delta}{\mathrm{PMR}}$ és un triangle 30°-60°-90°:

$$\overline{\mathrm{MR}} = \frac{\sqrt{3}}{2}\,\mathrm{a}$$

D'altra banda, els triangles $\overset{\Delta}{\mathrm{BCD}}, \overset{\Delta}{\mathrm{SMR}}$ són semblants i al aplicar Tales, tenim:

$$\frac{\overline{\mathrm{BD}}}{\overline{\mathrm{RS}}} = \frac{\overline{\mathrm{CD}}}{\overline{\mathrm{MR}}}, \qquad \frac{\overline{\mathrm{BD}}}{\mathrm{a}\sqrt{2}} = \frac{\left(2\sqrt{3}-3\right)\mathrm{a}}{\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{a}}, \qquad \overline{\mathrm{BD}} = \left(4\sqrt{2}-2\sqrt{6}\right)a$$

Per últim:

$$S_{ABCDFG} = 2 \cdot S_{CDFG} = \frac{\overline{CG} + \overline{DF}}{2}\overline{BD} = \frac{2\sqrt{3}-2}{2}\left(4\sqrt{2}-2\sqrt{6}\right)a^2 = \left(6\sqrt{6}-10\sqrt{2}\right)a^2$$

I, el volum del prisma és:

$$V_{prisma} = \left(6\sqrt{6}-10\sqrt{2}\right)\left(2\sqrt{3}-3\right)a^3 = \left(66\sqrt{2}-38\sqrt{6}\right)a^3$$

La proporció entre els volums és:

$$\frac{V_{prisma}}{V_{octaedre}} = \frac{66\sqrt{2}-38\sqrt{6}}{\frac{\sqrt{2}}{3}} = 6\left(33-19\sqrt{3}\right)$$

Juny 10-11: A l'interior d'un cub s'ha inscrit una dipiràmide hexagonal regular. Determinar la proporció entre els volums de la dipiràmide i el cub. Determinar la proporció entre les àrees de la dipiràmide i el cub

Solució: Siga $\overline{AB} = a$, l'aresta del cub. El volum i l'àrea del cub són:

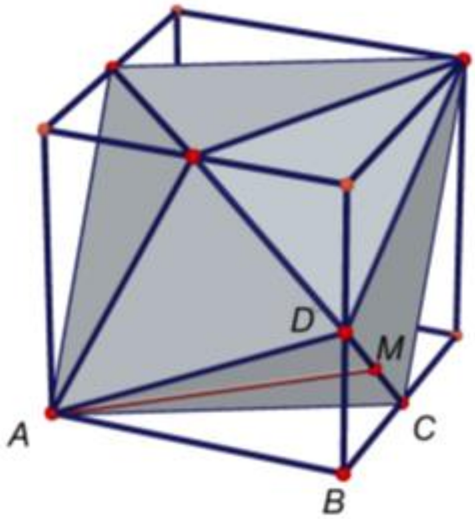
$$V_{cubo} = a^3,\ \ S_{cubo} = 6a^2$$

El volum de la dipirámide es igual al volum del cub menys 6 tetraedres ABCD.

$$V_{dipiràmide} = a^3 - 6 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}a \cdot \frac{1}{2}a \cdot \frac{1}{2}a = \frac{3}{4}a^3$$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{BCD}$:

$$\overline{CD} = \frac{\sqrt{2}}{2}a$$



Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{ABC}$

$$\overline{AC} = \frac{\sqrt{5}}{2}a$$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{ACM}$:

$$\overline{AM} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2} = \frac{3\sqrt{2}}{4}a$$

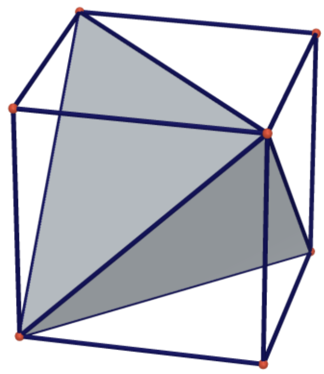
L'àrea de la dipiràmide es igual a 12 vegades l'àrea del triangle $\overset{\Delta}{ACD}$

$$S_{\text{dipirámide}} = 12 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} a \cdot \frac{3\sqrt{2}}{4} a = \frac{9}{2} a^2$$

Per tant:

$$\frac{V_{\text{dipirámide}}}{V_{\text{cubo}}} = \frac{3}{4}, \quad \frac{S_{\text{dipirámide}}}{S_{\text{cubo}}} = \frac{\frac{9}{2} a^2}{6a^2} = \frac{3}{4}$$

<u>Juny 14-15:</u> En un cub s'ha inscrit un tetraedre, com indica la figura. Calcular l'àrea del tetraedre i la proporció entre el volum del tetraedre i el volum del cub



<u>Solució 1:</u> Siga a l'aresta del cub. El seu volum serà:

$$V_{\text{cub}} = a^3$$

El volum del tetraedre es igual al volum del cub menys el volum de quatre tetraedres que tenen tres arestes del cub perpendiculars

$$V_{\text{tetraedre}} = a^3 - 4\left(\frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot a\right) = \frac{a^3}{3}$$

La proporció de volums és:

$$\frac{V_{\text{tetraedre}}}{V_{\text{cub}}} = \frac{1}{3}$$

<u>Solució 2:</u> Siga a l'aresta del cub. El seu volum serà:

$$V_{\text{cub}} = a^3$$

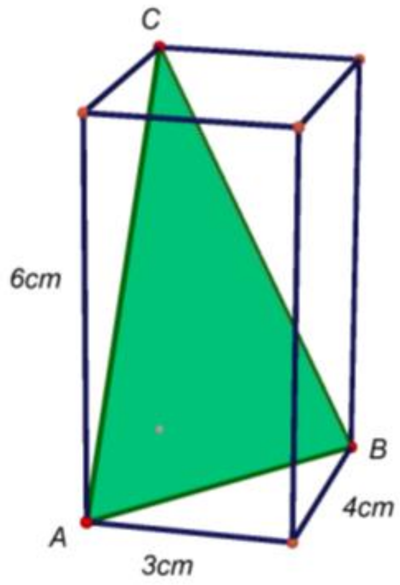
El tetraedre és regular d'aresta $a\sqrt{2}$. I, de ací, que el seu volum siga:

$$V_{\text{tetraedro}} = \frac{x^3\sqrt{2}}{12} = \frac{\left(a\sqrt{2}\right)^3\sqrt{2}}{12} = \frac{a^3}{3}$$

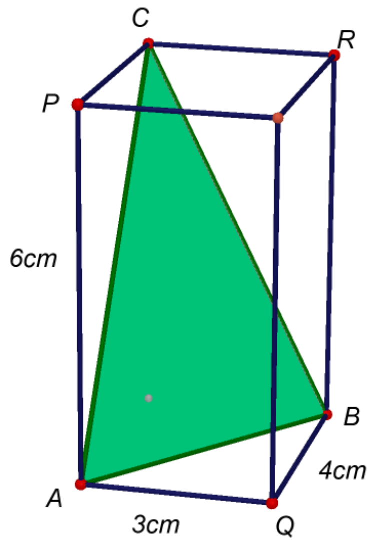
La proporció de volums és:

$$\frac{V_{\text{tetraedre}}}{V_{\text{cub}}} = \frac{1}{3}$$

Juny 17-24: Amb els vèrtexs de l'ortoedre de la figura, s'ha dibuixat el triangle ΔABC. Calcular la mesura dels costats del triangle ΔABC. Calcular els angles del triangle ΔABC. Calcular l'àrea del triangle ΔABC



Solució: Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle $\overset{\Delta}{APC}$



$$\overline{AC} = 2\sqrt{13}$$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle $\overset{\Delta}{AQB}$

$$\overline{AB} = 5$$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle $\overset{\Delta}{BRC}$

$$\overline{BC} = 3\sqrt{5}$$

Aplicant el teorema del cosinus al triangle $\overset{\Delta}{ABC}$

$$\left(3\sqrt{5}\right)^2 = 5^2 + \left(2\sqrt{13}\right)^2 - 2 \cdot 5 \cdot 2\sqrt{13} \cdot \cos A,$$

$$\cos A = \frac{8}{5\sqrt{13}}, A = \arccos\frac{8}{5\sqrt{13}} \approx 63°39'21"$$

$$5^2 = \left(3\sqrt{5}\right)^2 + \left(2\sqrt{13}\right)^2 - 2 \cdot 3\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{13} \cdot \cos C, \quad \cos C = \frac{6}{\sqrt{65}}, \quad C = \arccos\frac{6}{\sqrt{65}} \approx 41°54'32"$$

$$B = 180° - (A + C) \approx 74°26'7"$$

Finalment, per a l'àrea:

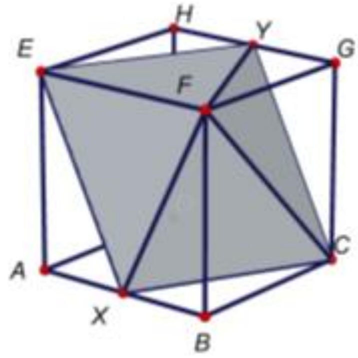
$$S_{ABC} = \frac{1}{2}bc \cdot \sin A = \frac{1}{2}2\sqrt{13} \cdot 5 \cdot \sin 63°39'21" \approx 16.16 \text{ cm}^2$$

O, utilitzant la fórmula de Herón:

$$S_{ABC} = \sqrt{s \cdot (s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c)}$$

$$= \sqrt{\frac{2\sqrt{13}+5+3\sqrt{5}}{2} \cdot \frac{-2\sqrt{13}+5+3\sqrt{5}}{2} \cdot \frac{2\sqrt{13}-5+3\sqrt{5}}{2} \cdot \frac{2\sqrt{13}+5-3\sqrt{5}}{2}} = 3\sqrt{29}$$

Juny 18-19: Siga ABCDEFGH un cub d'aresta a. Sean X e Y els punts mitjans de les arestes AB i GH, respectivament. Es construeix la piràmide de base XCYE i vèrtex F. Calcular la mesura del segment XY, l'àrea de la base XCYE i el volum de la piràmide XCYEF

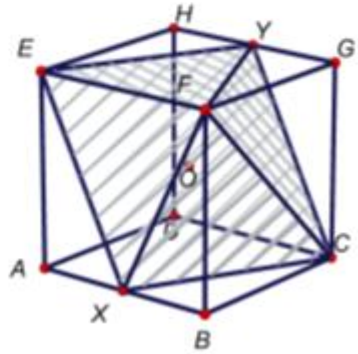


Solució: Siga O el centre del cub. El punt O pertany a la base XCYE de la piràmide. Tindrem:

$$\overline{XY} = \overline{BG} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$$

després d'aplicar Pitàgores al triangle ΔBCG.

L'àrea de la base és el doble de l'àrea del triangle ΔCEX. En aplicar Pitàgores al triangle ΔAEC:



$$\overline{CE} = \sqrt{\left(\sqrt{2}a\right)^2 + a^2} = a\sqrt{3}$$

$$\overline{OX} = \frac{1}{2} \cdot \overline{XY} = a\frac{\sqrt{2}}{2}$$

L'àrea de la base XCYE és:

$$S_{XCYE} = 2\left(\frac{1}{2} \cdot \overline{CE} \cdot \overline{OX}\right) = \frac{\sqrt{6}}{2}a^2$$

Per al volum de la piràmide XCYEF, tindrem:

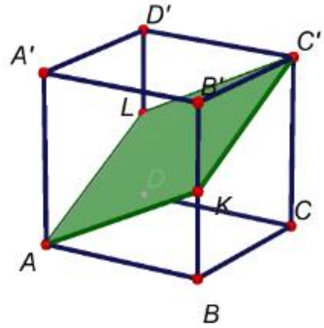
$$X\left(\frac{a}{2}, 0, 0\right); \quad C(a, a, 0); \quad Y\left(\frac{a}{2}, a, a\right); \quad E(0, 0, a); \quad F(a, a, 0)$$

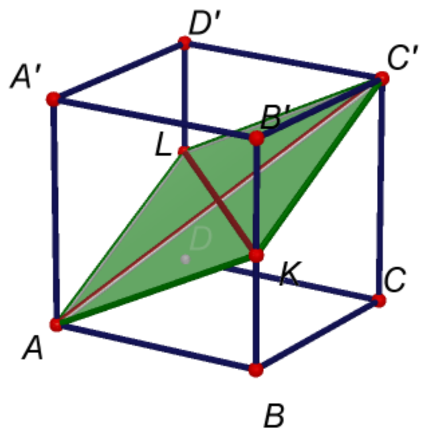
$$\text{Equació del pla que passa per X, C, Y y E: } \pi \equiv 2x - y + z = a$$

$$\text{altura de la piràmide} = d(\pi, F) = \frac{|2 \cdot 0 - 0 + a - a|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 1^2}} = \frac{2a}{\sqrt{6}}$$

$$V_{XCYEF} = \frac{1}{3} \cdot S_{XCYE} \cdot d(\pi, F) = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{6}}{2}a^2 \cdot \frac{2a}{\sqrt{6}} = \frac{a^3}{3}$$

Juny 21-28: Siga ABCDA’B’C’D’ un cub d'aresta unitat. Siga K el punt mitjà de l'aresta BB’. El pla C’CA talla a l'aresta DD’ en L. Trobar l'angle que formen el pla AKC’ i la cara ABCD del cub. Calcular l'àrea del quadrilàter AKC’L





Solució: Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle i isòsceles ΔABC, tindrem:

$$\overline{AC} = \sqrt{2}$$

L'angle que forma el pla AKC' i la cara ABCD del cub és:

$$\alpha = \angle C'AC.$$

Aplicant raons trigonomètriques al triangle rectangle $\overset{\Delta}{ACC'}$:

$$\alpha = \text{arctg}\frac{\overline{CC'}}{\overline{AC}} = \text{arctg}\frac{\sqrt{2}}{2} \approx 35°15'52"$$

Calculem l'àrea del quadrilàter AKC'L. Tindrem, L es el punt mitjà de l'aresta $\overline{DD'}$. AKC'L es un rombe en el qual:

$$\overline{KL} = \overline{AC} = \sqrt{2}$$

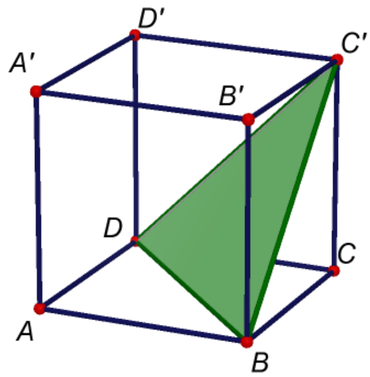
I al aplicar el teorema de Pitàgores al triangle rectangle ΔACC':

$$\overline{AC'} = \sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2 + 1^2} = \sqrt{3}$$

L'àrea del rombe AKC'L és:

$$S_{AKC'L} = \frac{1}{2}\overline{AC} \cdot \overline{KL} = \frac{\sqrt{6}}{2} \approx 1.22$$

Juny 22-23: Siga ABCDA'B'C'D' un cub d'aresta unitat. Considerem el pla que passa per BDC'. Trobar l'angle que forma el pla que passa per BC'D i la cara ABCD del cub. Calcular àrea i perímetre del triangle ΔDBC'



Solució: Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle i isòsceles $\overset{\Delta}{BCD}$:

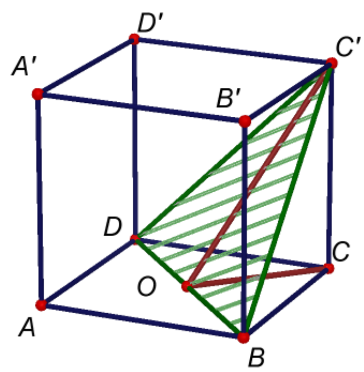
$$\overline{AC} = \sqrt{2}$$

Siga O el centre del quadrat ABCD. L'angle que forma el pla BC'D i la cara ABCD del cub és:

$$\alpha = \angle C'OC, \quad \overline{OC} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Aplicant raons trigonomètriques al triangle rectangle $\overset{\Delta}{OCC'}$:

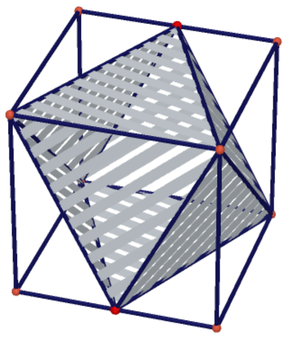
$$\alpha = \text{arctg}\frac{\overline{CC'}}{\overline{OC}} = \text{arctg}\sqrt{2} \approx 54°44'8"$$



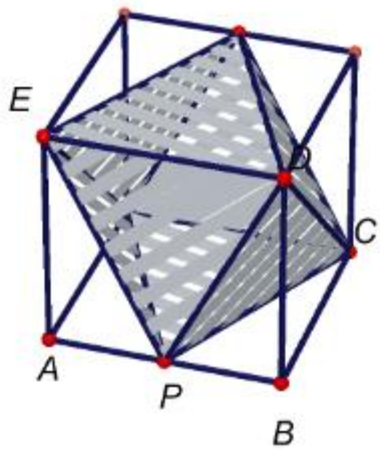
Com el triangle $\overset{\Delta}{BC'D}$ és equilàter (tres costats iguals), la seua àrea és:

$$S_{BC'D} = \frac{\sqrt{3}}{4}\left(\sqrt{2}\right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0.87$$

Juny 25-26: En un cub s'ha inscrit un octaedre. Determinar la proporció entre els seus volums i entre les seues àrees



Solució: Siga $\overline{AB} = a$, l'aresta del cub. El volum del cub és $V_{cub} = a^3$. El volum de l'octaedre es igual al volum del cub menys quatre piràmides triangulars de base el triangle rectangle $\overset{\Delta}{PBC}$ i altura $\overline{BD} = a$.



$$V_{octaedre} = a^3 - 4\left(\frac{1}{3}\frac{1}{2}\frac{1}{2}a \cdot a \cdot a\right) = \frac{2}{3}a^3$$

La proporció entre els volums és:

$$\frac{V_{octaedre}}{V_{cub}} = \frac{2}{3}$$

L'àrea del cub és $S_{cub} = 6a^2$

L'àrea de l'octaedre és igual a quatre vegades l'àrea d'un triangle $\overset{\Delta}{PCD}$, de costats

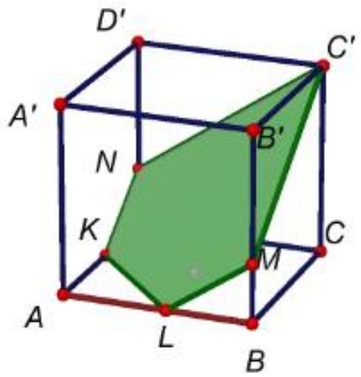
$$\overline{PC} = \overline{PD} = \frac{\sqrt{5}}{2}a, \overline{CD} = \sqrt{2}a$$

més quatre vegades l'àrea d'un triangle $\overset{\Delta}{PDE}$. L'altura sobre la base $\overline{CD}$ del triangle $\overset{\Delta}{PCD}$, mesura $\frac{\sqrt{3}}{2}a$

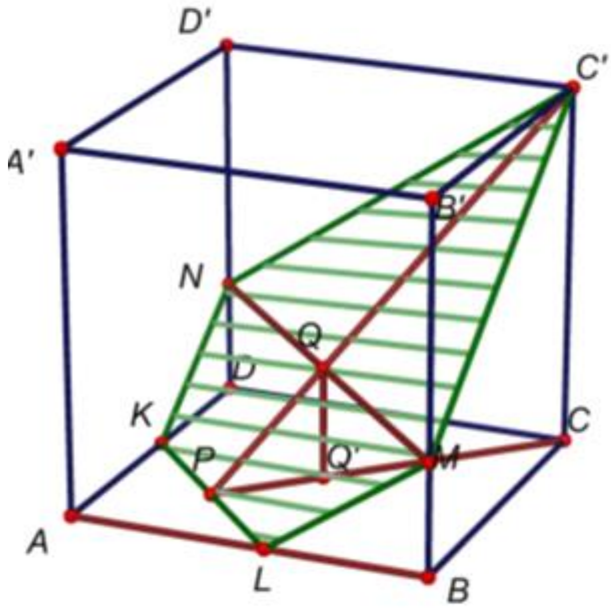
$$S_{octaedre} = 4\left(\frac{1}{2}a\sqrt{2}\frac{\sqrt{3}}{2}a\right) + 4\left(\frac{1}{2}a^2\right) = \left(2 + \sqrt{6}\right)a^2$$

La proporció entre els volums és:

$$\frac{S_{octaedro}}{S_{cubo}} = \frac{2 + \sqrt{6}}{6}$$



Juny 29-30: Siga ABCDA’B’C’D’ un cub d'aresta unitat. Siguen K i L els punts mitjans de les arestes AD i AB. El pla C’KL talla a les arestes BB’ i DD’ en M i N, respectivament. Calcular l'angle que formen el pla KLC’ i la cara ABCD del cub. Calcular l'àrea del pentàgon KLMC’N



Solució: Siguen P i Q els punts mitjans dels segments $\overline{\mathrm{KL}}, \overline{\mathrm{NM}}$, respectivament. L'angle que formen el pla KLC’ i la cara ABCD del cub és:

$$\alpha = \angle \mathrm{C'PC}$$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle i isòsceles $\overset{\Delta}{\mathrm{APL}}$:

$$\overline{\mathrm{AP}} = \frac{\sqrt{2}}{4}, \qquad \overline{\mathrm{KL}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle i isòsceles $\overset{\Delta}{\mathrm{ABC}}$

$$\overline{\mathrm{AL}} = \frac{1}{2}, \qquad \overline{\mathrm{AC}} = \sqrt{2}, \qquad \overline{\mathrm{PC}} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$$

Aplicant raons trigonomètriques al triangle rectangle $\overset{\Delta}{\mathrm{PCC'}}$:

$$\alpha = \mathrm{arctg}\frac{\overline{\mathrm{CC'}}}{\overline{\mathrm{PC}}} = \mathrm{arctg}\frac{2\sqrt{2}}{3} \approx 43°18'50"$$

Per altra part:

$$\overline{\mathrm{MN}} = \sqrt{2}.$$

La projecció Q’ del punt Q sobre la cara ABCD és el centre d’aquesta cara:

$$\overline{\mathrm{PQ'}} = \overline{\mathrm{AP}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

Aplicant el teorema de Tales als triangles semblants $\overset{\Delta}{\mathrm{PCC'}}, \overset{\Delta}{\mathrm{PQ'Q}}$:

$$\frac{\overline{\mathrm{QQ'}}}{1} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{4}}{\frac{3\sqrt{2}}{4}}, \quad \overline{\mathrm{MB}} = \overline{\mathrm{QQ'}} = \frac{1}{3}$$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{\mathrm{PCC'}}$:

$$\overline{\mathrm{PC'}} = \sqrt{1^2 + \left(\frac{3\sqrt{2}}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{34}}{4}$$

Aplicant el teorema de Tales als triangles semblants $\overset{\Delta}{\mathrm{PCC'}}, \overset{\Delta}{\mathrm{PQ'Q}}$:

$$\frac{\overline{\mathrm{PQ}}}{\frac{\sqrt{34}}{4}} = \frac{1}{3}, \qquad \overline{\mathrm{PQ}} = \frac{\sqrt{34}}{12}, \qquad \overline{\mathrm{QC'}} = \frac{\sqrt{34}}{6}$$

L'àrea del pentàgon KLMC'N és igual a la suma de les àrees del trapezi KLMN i del triangle $\overset{\Delta}{\mathrm{NMC'}}$

$$\mathrm{S_{KLMC'N}} = \frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{2}\right)\frac{\sqrt{34}}{12} + \frac{1}{2}\sqrt{2}\frac{\sqrt{34}}{6} = \frac{7\sqrt{17}}{24} \approx 1.20$$