SOLUCIONS JULIOL 2021

VACANCES. PROBLEMES PER A NO PERDRE EL “TOC”. AUTORS: COL·LECTIU “CONCURSO DE PRIMAVERA”. RICARD PEIRÓ I ESTRUCH

https://www.concursoprimavera.es/#concurso

Juliol 1: Com sempre lletres iguals (diferents) corresponen a dígits iguals (diferents)

N O T A R
x 4
R A T O N

Solució: Fixem-nos en l'última multiplicació (Fig. 1). Tindrem:

$$4\cdot N + (\text{portem}) = R \Rightarrow N = 1 \text{ o } 2.$$

Però, N = 1 és impossible perquè cap múltiple de 4 acaba en 1 (Fig. 2).

Fig. 1
N O T A R
x 4
R A T O N

Fig. 2
1 O T A R
x 4
R A T O 1

Per tant, ha de ser N = 2. A més en aquesta última multiplicació no portem cap de l'anterior multiplicació (Fig. 3) perquè si portem una (Fig. 4) tenim que 9·4 no acaba en 2

Fig. 3
2 O T A 8
x 4
8 A T O 2

Fig. 4
2 O T A 9
x 4
9 A T O 2

Fixem-nos ara en la penúltima multiplicació (Fig. 5)

$4\cdot O + (\text{portem}) = A \Rightarrow O = 1$ o 2. Però $O \neq 2 = N \Rightarrow O = 1$

Fig. 5
2 O T A 8
x 4
8 A T O 2

Fig. 6
2 1 T A 8
x 4
8 A T 1 2

Fixem-nos ara en la segona multiplicació (Fig. 7). Tindrem (portem 3 de la primera multiplicació):

$4\cdot A + 3 = 10x + 1 \Rightarrow 4\cdot A = 10x - 2 \Rightarrow 4\cdot A$ acaba en 8.

D'ací, que, A = 2 o 7. Però $A \neq 2 = N \Rightarrow A = 7$ (Fig. 8)

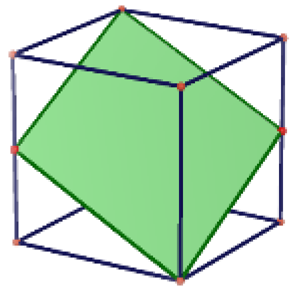
Fig. 7
2 1 T A 8
x 4
8 A T 1 2

Fig. 8
2 1 T 7 8
x 4
8 7 T 1 2

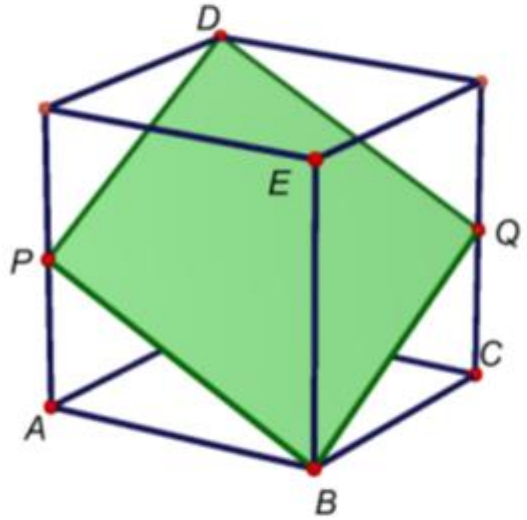
Finalment (portem 3 de la segona multiplicació i necessitem portar 3 per a la quarta multiplicació):

$$4\cdot T + 3 = 30 + T \Rightarrow 3T = 27 \Rightarrow T = 9 \text{ (Fig. 9)}$$

Fig. 9
2 1 9 7 8
x 4
8 7 9 1 2



Juliol 2-3: El cub de la figura té aresta la unitat. El quadrilàter ombrejat té dos vèrtexs oposats en vèrtexs del cub i els altres dos vèrtexs en punts mitjans d'arestes del cub. Classificar el quadrilàter, trobar els seus angles i costats i la seua àrea



Solució: Siga $\overline{\mathrm{AB}} = 1$ l'aresta del cub. $\overline{\mathrm{AP}} = \frac{1}{2}$.
Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{\mathrm{PAB}}$:

$$\overline{\mathrm{PB}} = \overline{\mathrm{BQ}} = \overline{\mathrm{DQ}} = \overline{\mathrm{DP}} = \frac{\sqrt{5}}{2}.$$

Per tant, el quadrilàter PBQD és un rombe.
Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{\mathrm{ABE}}$:

$$\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{PQ}} = \sqrt{2}.$$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{\mathrm{BED}}$:

$$\overline{\mathrm{BD}} = \sqrt{3}.$$

$\overline{\mathrm{BD}} \neq \overline{\mathrm{PQ}}$, i per tant, PBQD no és un quadrat.

Siga $\alpha = \angle\mathrm{BPD} = \angle\mathrm{BQD}$. Aplicant el teorema dels cosinus al triangle $\overset{\Delta}{\mathrm{PBD}}$:

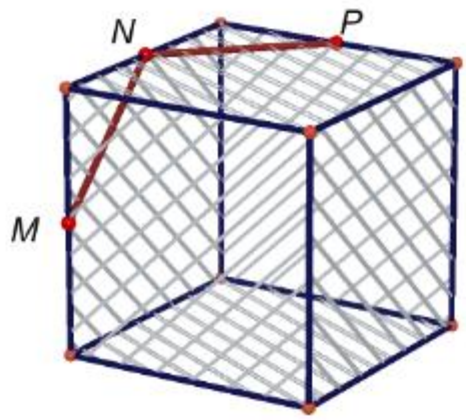
$$\left(\sqrt{3}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 - 2\cdot\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)\cos\alpha, \quad \cos\alpha = \frac{-1}{5}, \quad \alpha = \arccos\frac{-1}{5} = 101°32'13"$$

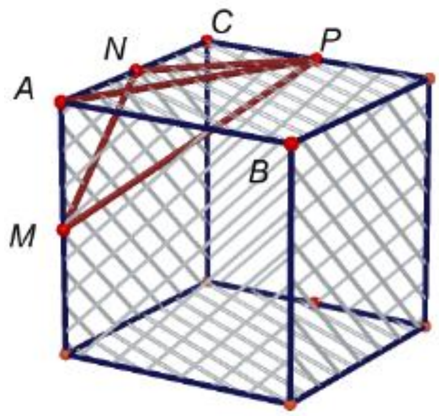
$$\angle\mathrm{PBQ} = \angle\mathrm{PDQ} = 180° - \alpha = 78°27'47"$$

L'àrea del rombe PBQD és:

$$S_{\mathrm{PBQD}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{PQ}}\cdot\overline{\mathrm{BD}} = \frac{1}{2}\sqrt{2}\cdot\sqrt{3} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

Juliol 5: Siguen M, N i P els punts mitjans de tres arestes consecutives d'un cub. Trobar l'angle $\angle$MNP





Solució: Siga $\overline{\mathrm{AB}} = \mathrm{a}$, l'aresta del cub. $\alpha = \angle\mathrm{MNP}$. Obviament:

$$\overline{\mathrm{MN}} = \overline{\mathrm{NP}} = \frac{\sqrt{2}}{2}\mathrm{a}$$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{\mathrm{ACP}}$.

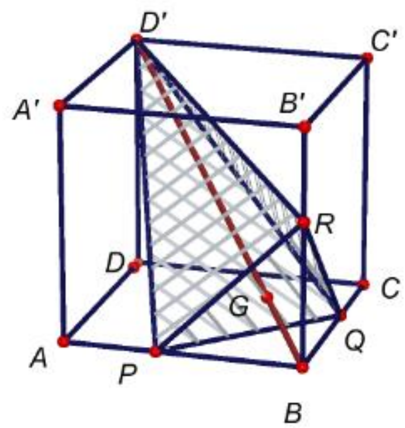
$$\overline{\mathrm{AP}} = \frac{\sqrt{5}}{2}\mathrm{a}$$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{\mathrm{MAP}}$.

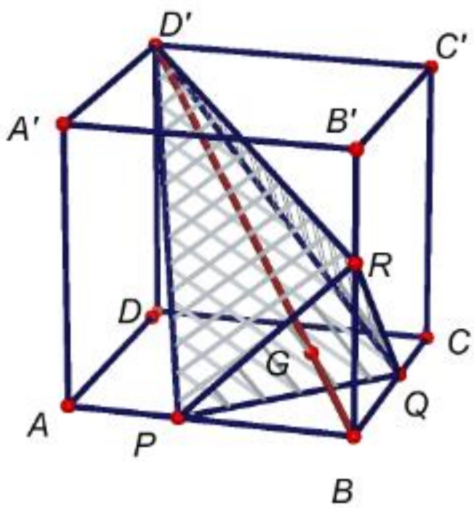
$$\overline{\mathrm{MP}} = \frac{\sqrt{6}}{2}\mathrm{a}$$

Aplicant el teorema dels cosinus al triangle $\overset{\Delta}{\mathrm{MNP}}$

$$\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\mathrm{a}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\mathrm{a}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\mathrm{a}\right)^2 - 2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\mathrm{a}\right)^2 \cos\alpha, \quad \cos\alpha = -\frac{1}{2}, \quad \alpha = \angle\mathrm{MNP} = 120°$$



Juliol 6-7: Siga ABCDA'B'C'D' un cub d'aresta a. Siguen P, Q i R punts de les arestes AB, BC i BB', respectivament, tals que BP = BQ = BR = x. Determineu el volum del tetraedre PQRD' en funció de x i a.



Solució: Aplicant el teorema de Pitàgores als triangles ΔADB, ΔDBD', ΔPBQ, ΔPBR y ΔRBQ, arribem a:

$$\overline{\mathrm{PQ}} = \overline{\mathrm{QR}} = \overline{\mathrm{PR}} = \mathrm{x}\sqrt{2}, \qquad \overline{\mathrm{DB}} = \mathrm{a}\sqrt{2}, \qquad \overline{\mathrm{BD'}} = \mathrm{a}\sqrt{3}$$

Siga G el baricentre del triangle equilàter ΔPQR. Siga $\mathrm{h} = \overline{\mathrm{GB}}$ l'altura del tetraedre PBQR sobre la base ΔPQR. El volum del tetraedre PBQR és:

$$\mathrm{V}_{\mathrm{PBQR}} = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot \mathrm{x}^3 = \frac{1}{3}\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\left(\mathrm{x}\sqrt{2}\right)^2\right)\cdot \mathrm{h}$$

Aïllant h, pleguem a:

$$\mathrm{h} = \frac{\sqrt{3}}{3}\mathrm{x}$$

Per tant, l'altura del tetraedre PQRD' sobre la base ΔPQR és:

$$\overline{\mathrm{GD'}} = \mathrm{a}\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}\mathrm{x}$$

I, el volum del tetraedre PQRD’ és:

$$V_{PQRD'} = \frac{1}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot\left(x\sqrt{2}\right)^2\cdot\left(a\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{3}x\right) = \frac{1}{2}\cdot x^2\cdot\left(a-\frac{1}{3}x\right) = \frac{1}{6}\cdot(3a-x)\cdot x^2$$

Juliol 8-15: Carmen es jubila aquest curs i els seus alumnes han decidit regalar-li cadascun un pentàgon o un hexàgon. Carmen ha comptat 282 arestes i 49 polígons. Si els que li van regalar hexàgons li hagueren regalat pentàgons i els que li van regalar pentàgons li hagueren regalat hexàgons, quantes arestes tindria?

Solució: Siga x (y) el nombre de pentàgons (hexàgons). De la informació de l'enunciat, tenim:

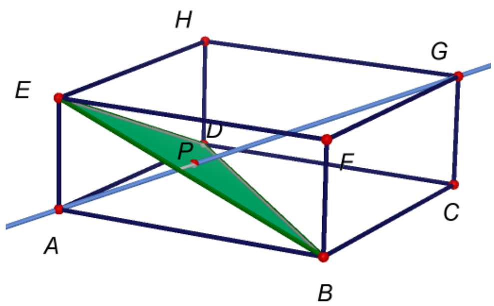
$$\left.\begin{array}{l} 5x+6y=282 \\ x+y=49 \end{array}\right\}$$

De la segona equació aïllem y i substituïm en la primera amb el que:

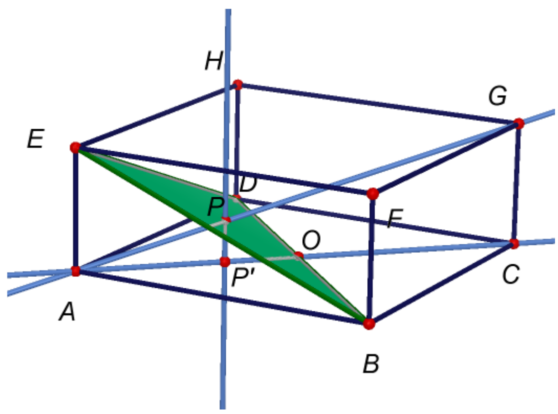
$$5x+6(49-x)=282,\quad x=12,\quad y=49-12=37$$

La contestació a la pregunta plantejada, és: 6·12 + 5·37 = 257

Juliol 9-10: Donat l'ortoedre ABCDEFGH, la diagonal AG talla al triangle ΔBDE en el punt P. Demostrar que P és el baricentre del triangle ΔBDE



Solució 1: Siguen $\overline{AB}=a, \overline{BC}=b, \overline{AE}=c$ les arestes de l'ortoedre. Siga O el centre de la cara ABCD. O és el punt mitjà de les diagonals del rectangle ABCD. Siga P’ la projecció de P sobre la cara ABCD. Els punts E, A, P, P’, O, C, G són coplanaris. Els punts E, P, O estan alineats.



Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{ABC}$

$$\overline{AC}=\sqrt{a^2+b^2}$$

Siga $x=\overline{AP'}$

$$\overline{OP'}=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2}-x$$

Els triangles rectangles $\overset{\Delta}{APP'}$, $\overset{\Delta}{ACG}$ són semblants. Aplicant el teorema de Tales:

$$\frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{\overline{PP'}}{x}\quad(1)$$

Els triangles rectangles $\overset{\Delta}{EAO}$, $\overset{\Delta}{PP'O}$ són semblants. Aplicant el teorema de Tales:

$$\frac{2c}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{\overline{PP'}}{\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2}-x} \quad (2)$$

Dividint les expressions ((1) : (2)):

$$\frac{1}{2}=\frac{\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2}-x}{x}$$

Resolent l'equació:

$$x=\frac{1}{3}\sqrt{a^2+b^2}$$

Aplicant el teorema de Tales als triangles rectangles $\overset{\Delta}{EAO}$, $\overset{\Delta}{PP'O}$

$$\frac{\overline{EP}}{\overline{OP}}=\frac{\overline{AP'}}{\overline{OP'}}=\frac{\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{3}}{\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{2}-\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{3}}=\frac{\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{3}}{\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{6}}=2$$

Per tant, P és el baricentre del triangle $\overset{\Delta}{BDE}$

Solució 2 (Nick Kalapodis @NickKalapodis): Siguen A(0, 0, 0); B(a, 0, 0); C(a, b, 0); D(0, b, 0), E(0,0,c); F(a, 0, c); G(a, b, c) y H(0, b, c). L'equació del plànol que passa per E(0,0,c); B(a, 0, 0) i D(0, b, 0) és:

$$\begin{vmatrix} x-0 & y-0 & z-c \\ a-0 & 0-0 & 0-c \\ 0-0 & b-0 & 0-c \end{vmatrix}=0 \;\Rightarrow\; \begin{vmatrix} x & y & z-c \\ a & 0 & -c \\ 0 & b & -c \end{vmatrix}=0 \;\Rightarrow x\begin{vmatrix} 0 & -c \\ b & -c \end{vmatrix}-a\begin{vmatrix} y & z-c \\ b & -c \end{vmatrix}=0$$

$$\Rightarrow\; bcx+cay+abz=abc \;\Rightarrow\; \frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1 \quad (1)$$

L'equació de la recta que passa per A(0, 0, 0) i G(a, b, c) és:

$$\frac{x-0}{a-0}=\frac{y-0}{b-0}=\frac{z-0}{c-0} \;\Rightarrow\; \frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c} \quad (2)$$

Les coordenades del punt que pertany al plànol (1) i a la recta (2) és

$$P\left(\frac{a}{3},\frac{b}{3},\frac{c}{3}\right)$$

El centre de gravetat del triangle ΔBDE és:

$$G\left(\frac{a+0+0}{3},\frac{0+b+0}{3},\frac{0+0+c}{3}\right)=\left(\frac{a}{3},\frac{b}{3},\frac{c}{3}\right)=P$$

Juliol 12-13: Els tutors de 1D i 1E han rebut cromos per a repartir entre els seus tutoritzats. Tocaven a 25 cromos per alumne i sobraven 8. Com 4 alumnes no van voler agafar cromos, es van repartir els cromos sobrants i van tocar a 3 cromos més. Quants alumnes van agafar cromos?

Solució: Com quatre alumnes no van voler cromos, els cromos que van sobrar van ser: 4·25 + 8 = 108. Aquests es van repartir entre els x alumnes dels dos grups que si van voler cromos tocant a cadascun d'ells 3 cromos més. Per tant:

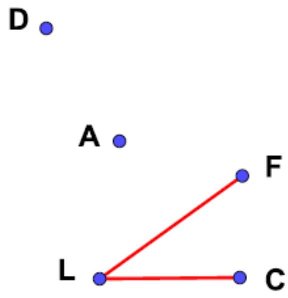
$$x=\frac{108}{3}=36$$

Juliol 14: Per a omplir la copa a la meitat d'altura del seu contingut hem tardat 1 segon, quant tardarem a omplir tota la copa?

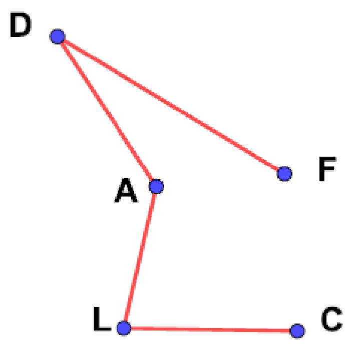
Solució: Els triangles generats per la secció del con generades per un pla que passa per un diàmetre de la base del con i pel vèrtex del con són semblants, de raó de proporcionalitat 1:2. Per tant, el volum del con gran és (2^3) huit vegades el volum del con xicotet.

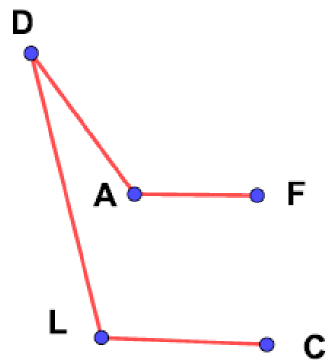
Per tant, tardarem set segons més a omplir tota la copa

Juliol 16: En un comitè de 5 persones, Laia, Dani i Aitana coneixen a dues persones, mentre que Carles i Ferran coneixen només a una. Si Laia i Carles es coneixen, és possible que Laia i Ferran es coneguen?



Solució: Si suposem que es coneixen Laia i Ferran tindrem el següent graf adjunt que hauria de completar-se amb dues línies arribant a A i dues línies arribant a D (notem que en L, F i C ja estan totes les línies exigides en l'enunciat) i això és impossible. Els únics grafs possibles complint-se l'enunciat són els de baix i en ells no es connecten L i F





Juliol 17: Si augmentem els costats d'un quadrat en un cert percentatge, la seua àrea augmenta un 96%. En quin percentatge hauria disminuït la seua àrea si en comptes d'allargar els costats, els acurte en aquest percentatge?

Solució: Siga x el costat del quadrat. Si augmentem els costats un r% la seua longitud passa de x $\left(1+\frac{\mathrm{r}}{100}\right)\mathrm{x}$ i la seua àrea passa de x^2 a $\left(1+\frac{\mathrm{r}}{100}\right)^2 \mathrm{x}^2$. De l'enunciat tenim:

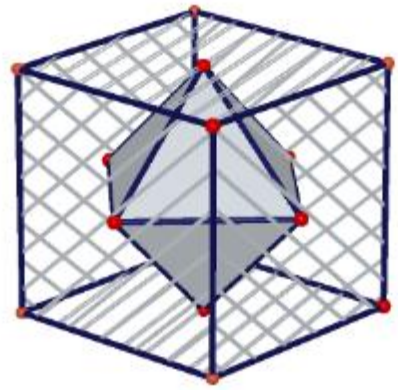
$$\left(1+\frac{\mathrm{r}}{100}\right)^2 = 1{,}96; \quad 1+\frac{\mathrm{r}}{100} = \sqrt{1{,}96}; \quad \mathrm{r} = \ 40$$

Si disminuïm els costats del quadrat un 40% la seua longitud passa de x a ser $\left(1-\frac{40}{100}\right)x = 0{,}6 \cdot x$ i la seua àrea passa de x^2 a $0{,}6^2 \cdot x^2$. D'ací:

$$0{,}6^2 = \left(1-\frac{s}{100}\right); \quad 0{,}36 = 1-\frac{s}{100}; \quad s = 64$$

És a dir, la seua àrea disminueix en un 64%

Juliol 19-20: L'octaedre que té els vèrtexs en els centres de les cares d'un cub es denomina poliedre dual del cub. Calcular la proporció entre els volums del cub i del seu octaedre dual



Solució: Siga c l'aresta del cub. La diagonal de l'octaedre regular és igual a l'aresta del cub. L'aresta de l'octaedre és

$$\frac{\sqrt{2}}{2}c$$

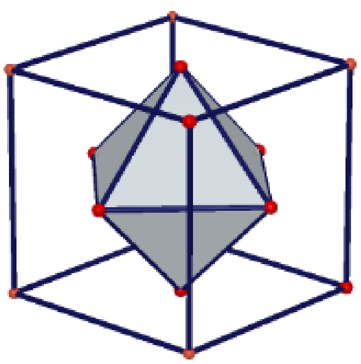
El volum de l'octaedre és igual a dues vegades el volum d'una piràmide quadrangular regular d'aresta de la base $\frac{\sqrt{2}}{2}c$ i altura $\frac{1}{2}c$:

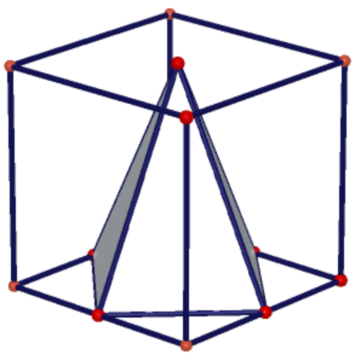
$$V_{octaedre} = 2 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}c\right)^2 \frac{1}{2}c\right) = \frac{1}{6}c^3$$

La proporció entre els volums de l'octaedre i del cub és:

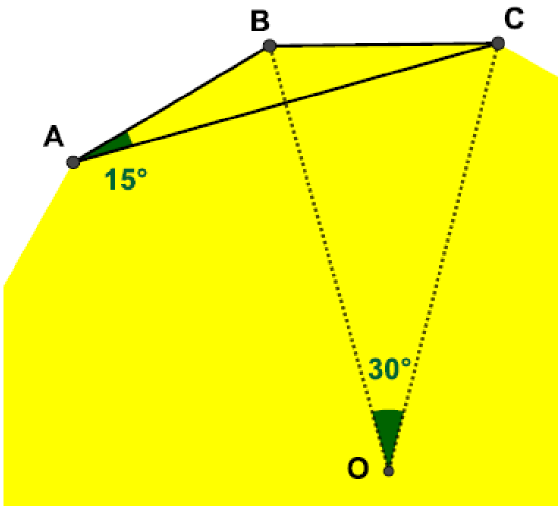
$$\frac{V_{octaedre}}{V_{cub}} = \frac{\frac{1}{6}c^3}{c^3} = \frac{1}{6}$$

Notem que el volum de l'octaedre és igual al volum de la piràmide de base un quadrat que té els vèrtexs en els punts mitjans d'una cara i altura igual a l'aresta del cub.





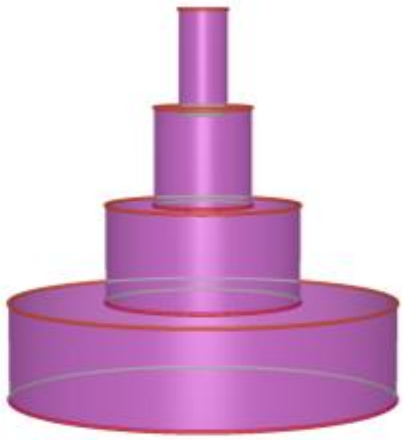
Juliol 21: Es té un polígon regular. Si AB i BC són dues arestes consecutives i $\angle BAC = 15°$, quants costats té el polígon?



Solució: Siga n el nombre de costats del polígon regular. De l'enunciat $\angle BAC = 15°$. Siga O el centre del polígon regular (el centre de la circumferència circumscrita). Per la relació entre angle inscrit en una circumferència i angle central tindrem que, $\angle BOC = 30°$. Però:

$$30° = \frac{360°}{n} \Rightarrow n = \frac{360°}{30°} = 12$$

És a dir, es tracta d'un dodecàgon



Juliol 22-29: En la figura, el cilindre inferior té radi 1 i altura 1. Els cilindres superiors tenen la meitat del radi que l'inferior i altura 1. Determinar el volum dels 4 cilindres. Calcular el volum en el cas que hi haguera 10 cilindres. Calcular el volum en el cas que hi haguera infinits cilindres

Solució: Per al volum dels quatre cilindres:

$$V_4 = \pi \cdot 1^2 \cdot 1 + \pi\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 1 + \pi\left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot 1 + \pi\left(\frac{1}{8}\right)^2 \cdot 1 = \pi\left(1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64}\right) = \frac{85}{64}\pi \approx 4.172427743$$

Els volums dels cilindres formen una progressió geomètrica de primer terme π i raó $\frac{1}{4}$. La suma dels 10 primers termes és:

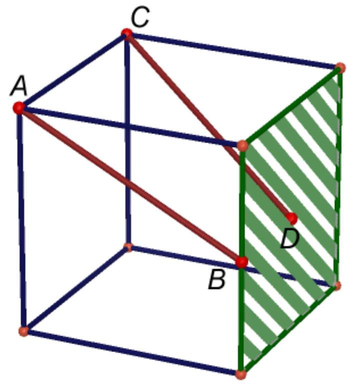
$$V_{10} = \frac{\pi\left(1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{10}\right)}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{349525}{262144}\pi \approx 4,18878621$$

La suma dels infinits termes d'una progressió geomètrica de primer terme π i raó $\frac{1}{4}$ és:

$$V_{inf} = \frac{\pi}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{4}{3}\pi \approx 4.188790205 .$$

Nota: La suma dels infinits volums dels cilindres és igual al volum d'una esfera de radi 1.

Juliol 23-24: En la figura, A i C són vèrtexs d'un cub d'aresta 1, B és el punt mitjà de l'aresta i D és el centre de la cara ombrejada. Les rectes que passa per A i B i la que passa per C i D, es tallen? En cas afirmatiu, en quin punt? Calcular l'àrea del quadrilàter ABCD.

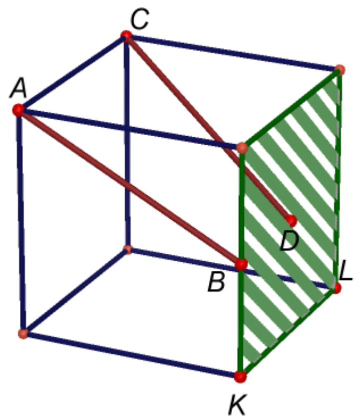


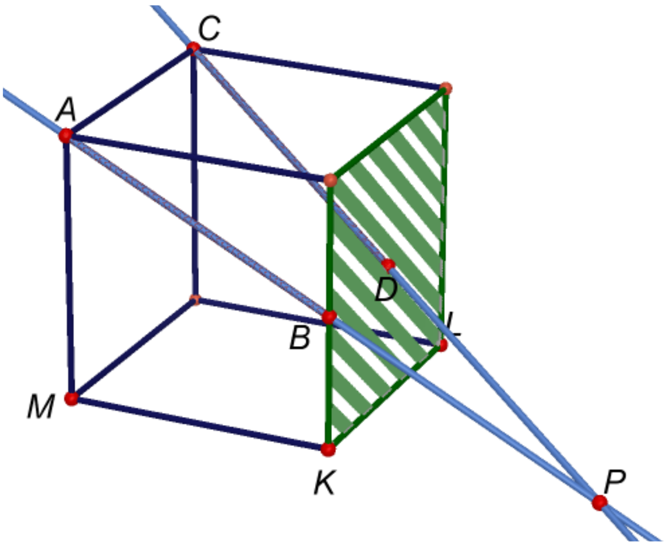
Solució: Els segments $\overline{\mathrm{AC}}$ i $\overline{\mathrm{BD}}$ són paral·lels ja que les arestes $\overline{\mathrm{AC}}$ i $\overline{\mathrm{KL}}$ són paral·leles i $\overline{\mathrm{KL}}$ y $\overline{\mathrm{BD}}$ són paral·leles. Llavors, A, B, C, i D són coplanaris. Per tant, les rectes AB i CD són assecants. Òbviament:

$$\overline{\mathrm{BD}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{AC}}$$

Siga P la intersecció de les rectes AB i CD. $\overline{\mathrm{BD}}$ és paral·lela mitjana del triangle $\overset{\Delta}{\mathrm{ACP}}$. P pertany al pla que formen els punts ABK.

$$\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{BP}}$$





Llavors, P pertany a la recta MK i $\overline{\mathrm{MP}} = 2 \cdot \overline{\mathrm{MK}}$

ABDC és un trapezi rectangle $\angle\mathrm{CAB} = 90°$.

$$\overline{\mathrm{AB}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

L'àrea del trapezi ABDC és:

$$\mathrm{S_{ABDC}} = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{2}\right)\frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{3\sqrt{5}}{8}$$

Juliol 26: Quantes xifres té el número:

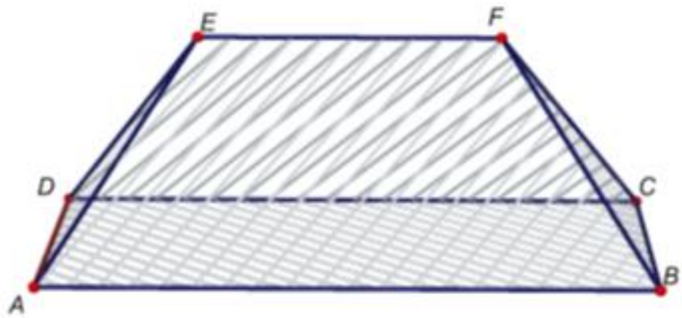
$$16^{505} \cdot 3125^{404}\ ?$$

Solució: Tindrem:

$$\mathrm{N} = (2^4)^{505} \cdot (5^5)^{404} = 2^{2020} \cdot 5^{2020} = (2 \cdot 5)^{2020} = 10^{2020}$$

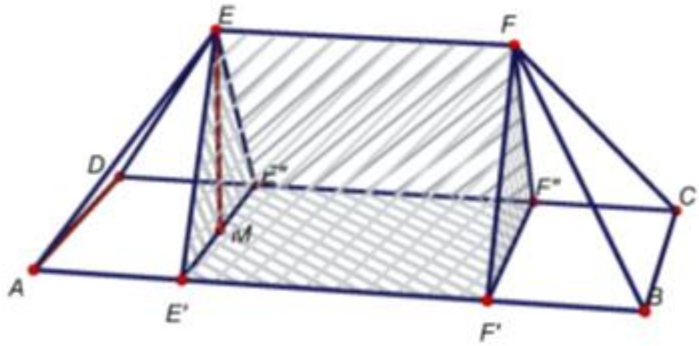
Es a dir, N té 2021 xifres: un 1 seguit de 2020 zeros.

Juliol 27-28: En la figura ABCD és un rectangle amb AB = 20 i BC = 10. Els triangles ΔADE i ΔCBF són iguals i equilàters. Si EF = 10 i EF//AB, calculeu el volum del cos.



Solució: Siga E' la projecció de E sobre $\overline{AB}$. Siga F' la projecció de F sobre $\overline{AB}$. Siga E" la projecció de E sobre $\overline{CD}$. Siga F" la projecció de F sobre $\overline{CD}$. Òbviament:

$$\overline{AE'} = \overline{DE''} = \overline{BF'} = \overline{CF''} = \frac{\overline{AB} - \overline{EF}}{2} = 5$$



Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle ΔAE'E:

$$\overline{EE'} = \sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3}\,.$$

Siga M el punt mitjà del segment $\overline{E'E''}$.

$$\overline{E'M} = \frac{1}{2}\overline{BC} = 5\,.$$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle ΔE'EM:

$$\overline{EM} = \sqrt{\left(5\sqrt{3}\right)^2 - 5^2} = 5\sqrt{2}\,.$$

El volum de la figura és igual a la suma del volum del prisma EE'E''F'F"F de base triangular més dues vegades el volum de la piràmide AE'E"DE de base rectangular.

El volum del prisma EE'E"FF'F" és:

$$V_{EE'E''FF'F''} = \frac{1}{2}\overline{E'E''}\cdot\overline{EM}\cdot\overline{EF} = \frac{1}{2}10\cdot 5\sqrt{2}\cdot 10 = 250\sqrt{2}\,.$$

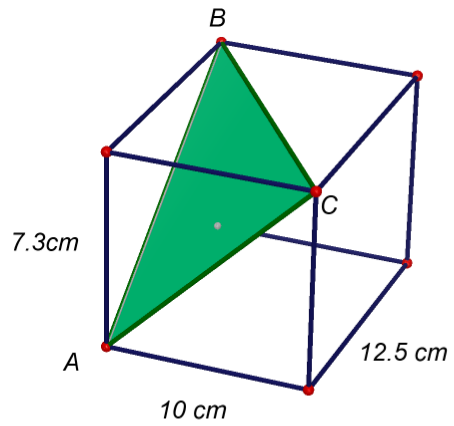
El volum de la piràmide AE'E"DE és:

$$V_{AE'E''DE} = \frac{1}{3}\overline{AE'}\cdot\overline{E'E''}\cdot\overline{EM} = \frac{1}{3}5\cdot 10\cdot 5\sqrt{2} = \frac{250}{3}\sqrt{2}\,.$$

El volum de la figura és:

$$V = 250\sqrt{2} + 2\left(\frac{250}{3}\sqrt{2}\right) = \frac{1250}{3}\sqrt{2}\,.$$

Juliol 30-31: Un ortoedre té arestes de 12,5 cm, 10 cm, i 7,3 cm. Calcular l'àrea del triangle ΔABC



Solució: Aplicant tres vegades el teorema de Pitàgores:

$\overline{AB}^2 = 12.5^2 + 7.3^2 = 209.54$ $\quad\overline{AC}^2 = 10^2 + 7.3^2 = 153.29$ $\quad\overline{BC}^2 = 12.5^2 + 10^2 = 256.25$

$\overline{AB} = \sqrt{12.5^2 + 7.3^2} \approx 14.48 \text{ cm}$ $\quad\overline{AC} = \sqrt{10^2 + 7.3^2} \approx 12.38 \text{ cm}$ $\quad\overline{BC} = \sqrt{12.5^2 + 10^2} \approx 16.01 \text{ cm}$

Aplicant el teorema del cosinus:

$A = \arccos\left(\frac{256.25 - 209.54 - 153.29}{-2\sqrt{209.54}\sqrt{153.29}}\right) \approx 72º42'$ $\qquad B = \arccos\left(\frac{153.29 - 209.54 - 256.25}{-2\sqrt{209.54}\sqrt{256.25}}\right) \approx 47º36'$

$C = 180º - (A + B) \approx 59º42'$.

L'àrea del triangle és:

$$S_{ABC} = \frac{\sqrt{209.54}\sqrt{153.29}\,\sin(72º42')}{2} \approx 85.56 \text{ cm}^2 .$$