

CALENDARIO MATEMÀTICO

2021-2022

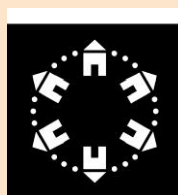


La Sociedad de Educación Matemática de la Comunidad Valenciana Al-Khwarizmi es una sociedad de profesoras y profesores de Matemáticas. Los objetivos de la Sociedad son, de acuerdo con sus estatutos:

1. Difundir las matemáticas y las diversas corrientes de pensamiento matemático.
2. Transmitir innovaciones educativas en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.
3. Impulsar el desarrollo y difusión de investigaciones en Educación Matemática.
4. Fomentar todas aquellas actividades encaminadas a superar los obstáculos a la difusión de las matemáticas generados por motivos culturales o de género.
5. Colaborar e intercambiar información con Asociaciones y Sociedades de similar carácter y finalidad.
6. Colaborar con instituciones y entidades para la realización de estudios y actividades relacionados con las Matemáticas y la Educación Matemática.
7. Realizar estudios, críticas y propuestas curriculares para cualquier de los niveles educativos.

Si consideras que estos objetivos son importantes ponte en contacto con nosotros en la página

<http://www.semcv.org/>.



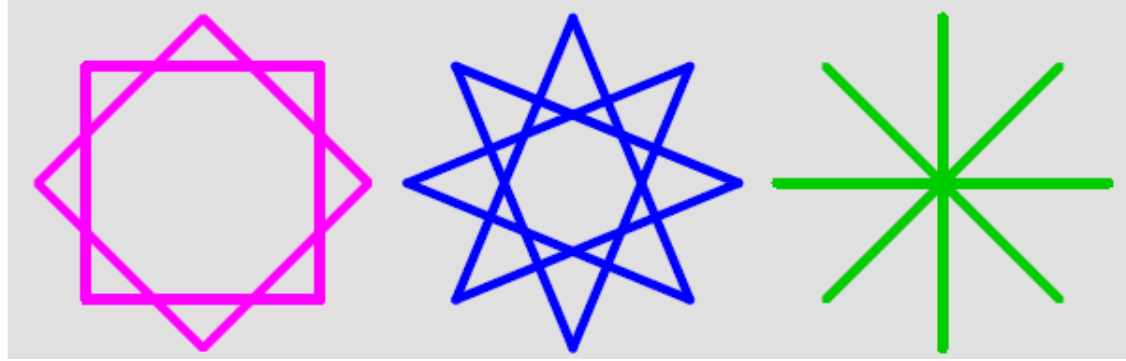
DIPUTACIÓ
D
CASTELLÓ

S E P T I E M B R E	LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES	SÁBADO	DG.
			1 Tres semicircunferencias con centro en el segmento AC. Relaciona el área de la zona roja y el área del círculo negro 	2 Semicírculo, cuerda de longitud 10 y rectángulo. Halla área del rectángulo 	3 Semicírculo, tres cuadrados de áreas 1, x² y 4 y triángulo. Halla x 	4 Tres círculos iguales, de radio 1, tangentes entre sí, T punto de tangencia. Halla BC 	5
	6 Dos cuadrados y un círculo. Halla el área del círculo 	7 Dos semicircunferencias con diámetros en AB base. Si la línea fucsia mide π, halla el perímetro del rectángulo 	8 Dos circunferencias con centro en AB. Si BC = 4 cm, halla el área encerrada entre los círculos 	9 Dos círculos tangentes y un rectángulo de base x y altura 8. Si AB = 6. halla x 	10 Un cuadrante, un círculo y dos semicircunferencias, todas tangentes entre sí. Halla la relación entre radios 	11 Un cuadrante, un semicírculo, un rectángulo, T es un punto de tangencia. Halla el área del rectángulo 	12
	13 Halla R en función de a, b y c 	14 Halla R 	15 Un cuadrado y un círculo. ¿Cuál de los dos tiene el perímetro más grande? 	16 Un cuadrado de lado 8, un rectángulo y un círculo. Halla el área del círculo y el rectángulo 	17 Un triángulo rectángulo de hipotenusa 13. Círculo inscrito de radio 2. Halla el área del triángulo 	18 Círculo y tres cuerdas, dos de ellas paralelas. Halla x 	19
	20 Un cuadrante y un triángulo rectángulo de catetos 3 y 4. Halla el área del cuadrante 	21 Un círculo de diámetro BC y un cuadrante. Área de la zona sombreada 4. Halla el área del círculo 	22 Cuadrante de radio 25 y triángulo rectángulo de hipotenusa 30. Halla los catetos del triángulo 	23 Un cuadrante, un semicírculo y una cuerda tangente. Halla x 	24 Cuadrado de lado 20, semicírculo y cuerda tangente. Halla x 	25 Cuatro cuadrados de áreas 100, 25, 16 y x. Halla x y el área del círculo 	26
	27 TEOREMA DE FAURE: En una circunferencia de radio R y dos cuerdas perpendiculares: $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 4R^2$ 	28 Halla el radio de la circunferencia 	29 TEOREMA DE LAS CUERDAS: $a \cdot b = c \cdot d$ 	30 POTENCIA DE UN PUNTO: Círculo, secante y tangente. Prueba que: $PA^2 = PB \cdot PC$ 			

LUNES

MARTES

MIÉRCOLES



4

Sea n un entero positivo fijo. A cualquier elección de n números reales que cumplan $0 \leq x_i \leq 1$ ($i \in \{1, 2, \dots, n\}$) les hacemos corresponder la suma

$$\sum_{1 \leq i < j \leq n} |x_i - x_j| = |x_1 - x_2| + |x_1 - x_3| + \dots + |x_1 - x_n| + |x_2 - x_3| + \dots + |x_2 - x_n| + \dots + |x_{n-1} - x_n|$$

Halla el mayor valor posible de esta suma

5

6

Simplifica:

$$\sqrt[3]{\frac{1 \cdot 2 \cdot 4 + 2 \cdot 4 \cdot 8 + \dots + n \cdot 2n \cdot 4n}{1 \cdot 3 \cdot 9 + 2 \cdot 6 \cdot 18 + \dots + n \cdot 3n \cdot 9n}}$$

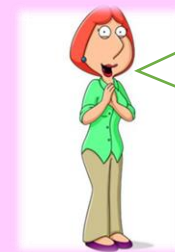


11

Sean A, B, C y D cuatro puntos consecutivos de una circunferencia y P, Q, R y S los puntos medios de los arcos AB, BC, CD y DA . Prueba que $PR \perp QS$.



12



Para cada real r , se define:

$$[r] = \max \{z \in \mathbb{Z} \mid z \leq r\}$$

(e. g. $[6] = 6$; $[\pi] = 3$; $[-1,5] = -2$). Dibuja en el plano (x, y) el conjunto de puntos:

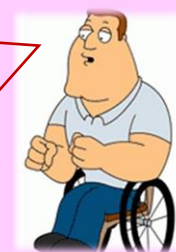
$$[x]^2 + [y]^2 = 4$$

13

18

Tenemos una cantidad ilimitada de sellos de 8 centavos y de 15 centavos. Algunas cantidades de franqueo postal no se pueden obtener exactamente, e. g. 7 centavos o 29 centavos. ¿Cuál es la cantidad más grande que no se puede obtener exactamente, i. e. la cantidad de franqueo que no se puede alcanzar exactamente, mientras que todas las cantidades mayores son alcanzables?

19



20

Sea dado un círculo y AB uno de sus diámetros. Sea C un punto fijo de AB y Q un punto variable sobre la circunferencia del círculo. Sea P un punto de la línea determinada por Q y C para el que:

$$\frac{AC}{CB} = \frac{QC}{CP}$$

Describe el lugar geométrico del punto P

27



25



Supongamos:

$n \cdot (n+1) \cdot a_{n+1} = n \cdot (n-1) \cdot a_n - (n-2) \cdot a_{n-1}$ para todo entero positivo $n \geq 1$. Si $a_0 = 1$ y $a_1 = 2$, halla:

$$\sum_{i=0}^{50} \frac{a_i}{a_{i+1}} = \frac{a_0}{a_1} + \frac{a_1}{a_2} + \dots + \frac{a_{50}}{a_{51}}$$

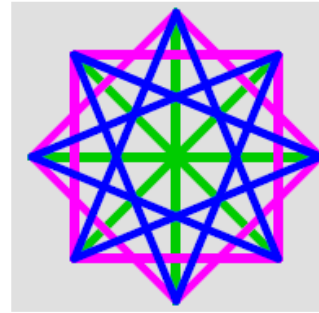
26

JUEVES

VIERNES

SÁBADO

DO.



1

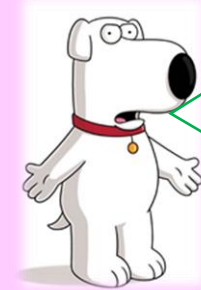


2

1.- Si $x = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ e $y = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}$ comparar x^y con y^x
2.- Prueba que, para todo entero positivo n :
 $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots + (-1)^n \cdot (n-1)^2 + (-1)^{n+1} \cdot n^2 = (-1)^{n+1} \cdot (1 + 2 + \dots + n)$

3

7



Una función $y = f(x)$ se dice periódica si existe un número real positivo p tal que $f(x+p) = f(x)$ para todo x . Por ejemplo, $y = \sin x$ es periódica de periodo 2π . ¿Es periódica la función:

$$y = \sin(x^2)?$$

Demuestra tu afirmación.

8

9

Una sucesión a_1, a_2, a_3, \dots cumple que $a_1 = \frac{1}{2}$ y $a_1 + a_2 + \dots + a_n = n^2 \cdot a_n$, para cualquier n . Determina el valor de a_n



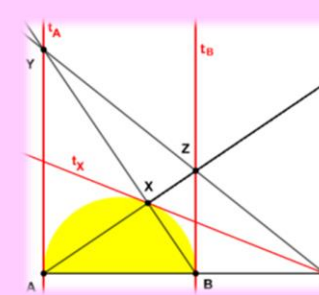
10

14

Dados cuatro pesos que están en progresión aritmética y una balanza de dos brazos, muestra como hallar el peso más grande utilizando la balanza únicamente dos veces



15

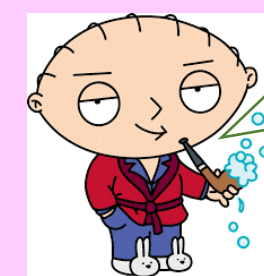


16

Dado un círculo de diámetro AB y un punto X diferente de A y de B , sean t_A, t_B y t_X las tangentes al círculo en A, B y X . Sea Z la intersección de AX con t_B e Y la intersección de BX con t_A . Prueba que las tres rectas AB, t_X y ZY son concurrentes o paralelas

17

21



22

Demuestra que, si un número es racional, la parte decimal, la parte entera y el número no pueden estar en progresión geométrica. Halla un número positivo tal que su parte decimal, su parte entera y el número estén en progresión geométrica

23

Sea n un entero positivo. Prueba que si n es una potencia de 2 entonces n no se puede poner como suma de enteros positivos consecutivos



24

28

Sea $ABCD$ un rectángulo con $BC = 3 \cdot AB$. Prueba que si P y Q son puntos de BC con $BP = PQ = QC$, entonces:
 $\angle DBC + \angle DPC = \angle DQC$



29

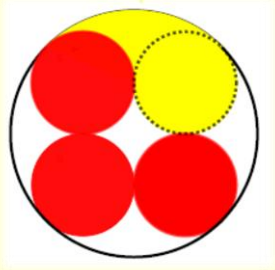






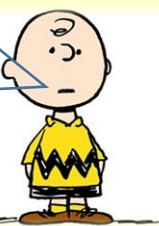






A dos estudiantes de séptimo grado se les permitió jugar en un torneo de ajedrez para estudiantes de octavo grado. Cada pareja de participantes jugó una vez entre sí y cada uno de los participantes recibió un punto por ganar cada partida, medio por hacer tablas y cero puntos por partida perdida. Los dos estudiantes de séptimo grado recibieron un total de ocho puntos y los estudiantes de octavo grado obtuvieron, todos ellos, la misma cantidad de puntos. ¿Cuántos estudiantes de octavo grado participaron en el torneo? ¿Es la solución única?

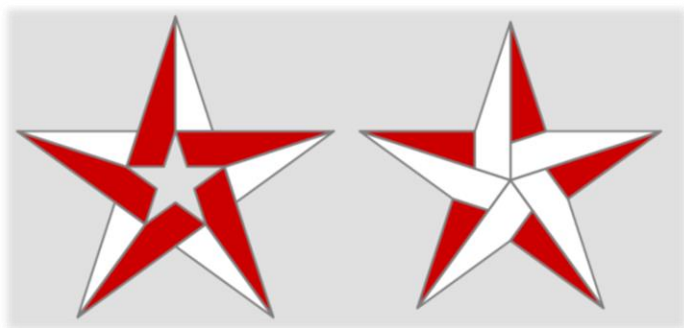

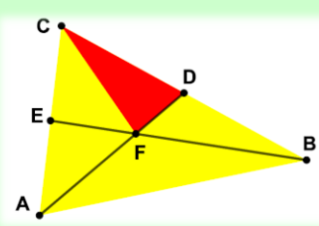


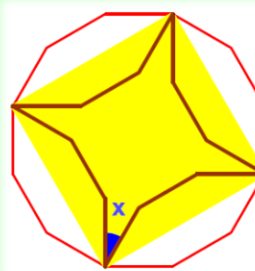
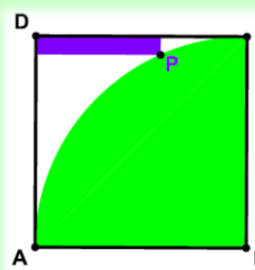


30

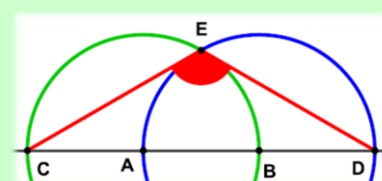



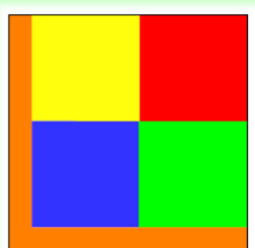

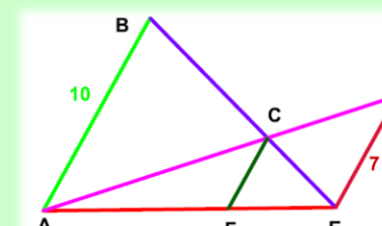



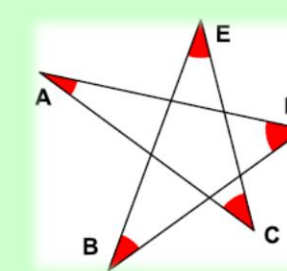



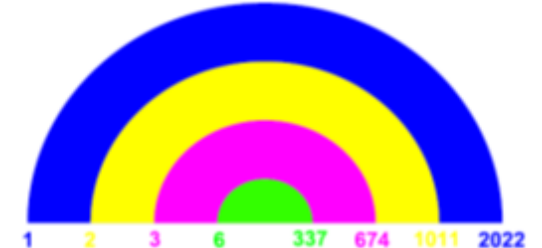
31

NOVIEMBRE

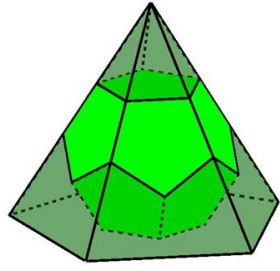
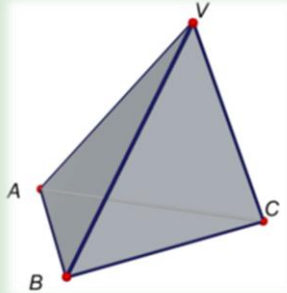
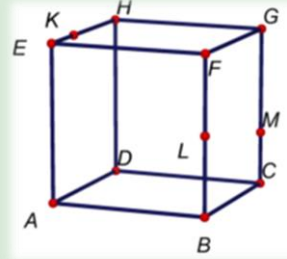

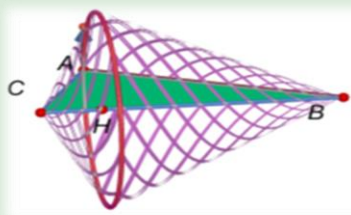
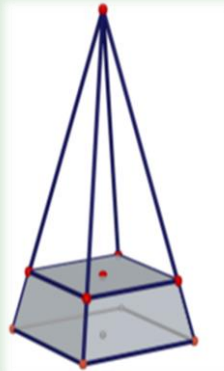
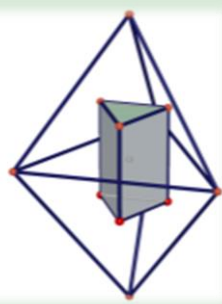
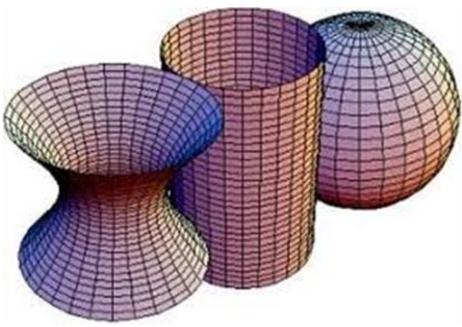
LUNES		MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES	SÁBADO	DO.
1	2	3		4	5	6	7
En la figura se muestran cuatro círculos de radio 1 inscritos en un círculo más grande. ¿Cuál es el área de la zona de color amarillo?				Desde lo alto de un faro situado a 127,5 m sobre el nivel del mar, se ve el horizonte, ¿a qué distancia se encuentra éste del faro, sabiendo que una vuelta al mundo son 40.000 km?	 <p>Tenemos 12 monedas de 50 céntimos de euro y una moneda de un euro. Las colocamos en un círculo. Empezando por la moneda que se quiera hay que contar 13 monedas hacia la derecha y la que haya en ese lugar se elimina. Volvemos a contar 13 monedas empezando por la siguiente, a nuestra derecha, de la que acabamos de retirar. Repetimos esta operación hasta dejar solo una moneda. ¿Por qué moneda debemos empezar a contar para que la última que retiremos sea la moneda de un euro?</p>		
8	9	10		11	12	13	14
¿Cuál es el menor natural que dividido por 2, 3, 4, 5 y 6 da, respectivamente el resto 1, 2, 3, 4 y 5?	Halla los naturales de manera que todos sus divisores, excepto el 1, sean pares.			Cuatro soldados heridos tienen que cruzar un puente, seriamente dañado, por la noche para escapar del enemigo. El puente solo soporta el peso de dos soldados a la vez. Cuando lo cruzan dos soldados deben hacerlo a la velocidad del más lento. Los cuatro soldados solo tienen una linterna que ha de ser utilizada cada vez que cruzan el puente. Individualmente tardan 1, 2, 4 y 6 minutos en cruzar el puente. ¿Cuál es el mínimo tiempo que se necesita para que los cuatro lo crucen?	Los participantes de un concurso de TV tienen que contestar 30 preguntas. Si aciertan reciben un punto. Si fallan se resta medio punto. Si no contestan reciben cero puntos. Si un concursante recibió seis puntos detalla sus contestaciones	Una persona tiene una silla de montar valorada en 50 € y dos caballos. Si coloca la silla en el primero su valor es el doble del segundo. Si coloca la silla en el segundo su valor es el triple del primero. ¿Cuál es el valor de cada caballo?	
15	16	17		18	19	20	21
Cada uno de dos palos verticales de diferentes alturas situados en un terreno plano, tiene un aparato, en su parte superior, que dirige un rayo láser a la base del otro palo. Si los rayos se cruzan a una altura de 24 m del suelo y si el menos alto de los palos tiene una altura de 40 m, ¿cuál es la altura del palo más alto?	 <p>Tengo dos monedas. Una tiene un 7 en una cara y la otra tiene un 10. Si lanzamos las dos monedas al aire y sumamos los resultados que aparecen en sus caras superiores, obtenemos: 11, 12, 16 y 17. ¿Qué números pueden ser los números de las dos monedas?</p>				Dos ascensores parten del sexto piso de un edificio a las dos de la tarde y ambos van bajando. El más rápido tarda un minuto de ir de un piso a otro, mientras que el más lento tarda dos minutos. El primer ascensor que llega a un piso tendrá que parar tres minutos para abrir puertas, subir y bajar pasajeros y cerrar puertas. ¿Qué ascensor llega antes al primer piso? ¿A qué hora llegará cada ascensor a la planta baja?		
22	23	24	25		26	27	28
	Halla los naturales tales que la mitad de sus divisores sean pares y la otra mitad impares	Halla las parejas de capicúas de cuatro cifras cuya suma sea un capicúa de cinco cifras	En casa tengo un reloj despertador que atrasa dos minutos cada hora, mientras que mi reloj de muñeca adelanta un minuto cada hora. Cierta día pongo en hora los dos relojes y salgo de casa. Al volver el reloj de mi muñeca marca las 12 de la noche y en cambio, en el despertador eran las 11 de la noche. ¿Cuánto tiempo estuve fuera de casa? ¿Cuál era la hora exacta cuando entre en casa?			El producto de un número de dos cifras por sus propias cifras da 1950. Hallar dicho número	
29	30						
Coloca 1 o -1, en cada casilla de una cuadrícula 4x4 para que el producto de todos los números de una fila o una columna sea siempre -1. ¿Cuál es la mínima y máxima cantidad de -1 que debemos poner? ¿Cuáles serían estas cantidades en una cuadrícula nxn?							

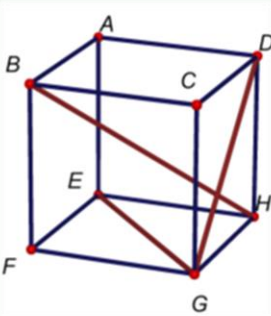
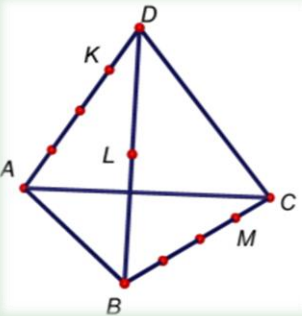
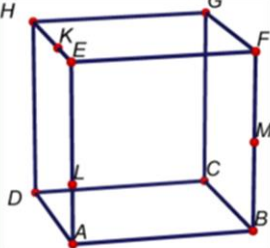
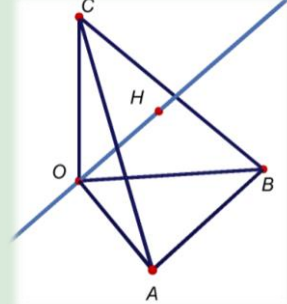
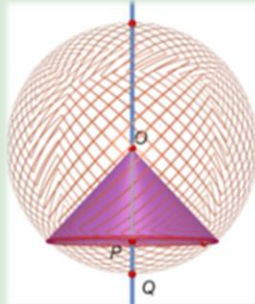
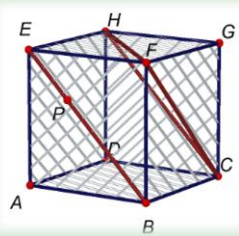
D
I
C
I
E
M
B
R
E

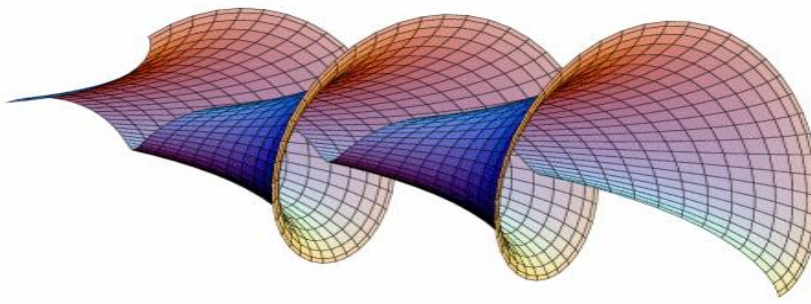
LUNES	MARTES	MIÉRCOLES												
		1 La suma de tres dígitos da 15. Si uno de ellos se reemplaza por 3, el producto de los nuevos dígitos da 36. ¿Qué dígitos había al principio? 												
6 	7 Sea dado el triángulo $\triangle ABC$, sean BE y AD dos medianas cuya intersección es F. Supongamos que $A_{\triangle FDC} = 3$. Halla el área de los triángulos $\triangle EAB$ y $\triangle AFB$ y el área del cuadrilátero EFDC	8 Halla los naturales menores que 100 con mayor número de divisores 												
13 Halla los naturales cuyo cuadrado y el propio número termina en los dos mismos dígitos y en el mismo orden 	14 	15 En un dodecágono regular hemos inscrito un cuadrado, como se observa en la figura. Además, hemos dibujado los simétricos de los lados del dodecágono con eje de simetría los lados del cuadrado. Halla la medida del ángulo x y el área de la estrella si el lado del dodecágono mide 1												
20 	21 Se tiene un cuadrado ABCD y un cuadrante de radio CB y centro B. P es un punto del cuadrante que dista 8 unidades del lado DA y una unidad del lado DC. Halla el lado del cuadrado	22 Del natural N se sabe que es múltiplo de p pero no es múltiplo de 2p. Halla el resto de N al ser dividido por 2p 												
27 Dos lados de un cuadrilátero miden 4 y 1. Una de las diagonales, de longitud 2, divide al cuadrilátero en dos triángulos isósceles. Calcula el perímetro del cuadrilátero 	28 <table border="1" data-bbox="682 1659 1009 1911"> <tr> <td>2</td> <td>4</td> <td></td> <td>2</td> </tr> <tr> <td></td> <td>3</td> <td>3</td> <td></td> </tr> <tr> <td>6</td> <td></td> <td>1</td> <td></td> </tr> </table>	2	4		2		3	3		6		1		29 Rellena las celdas de la matriz adjunta con dígitos de manera que todas las filas sumen lo mismo, que todas las columnas sumen lo mismo, aunque la suma de una fila pueda ser diferente de la suma de una columna
2	4		2											
	3	3												
6		1												


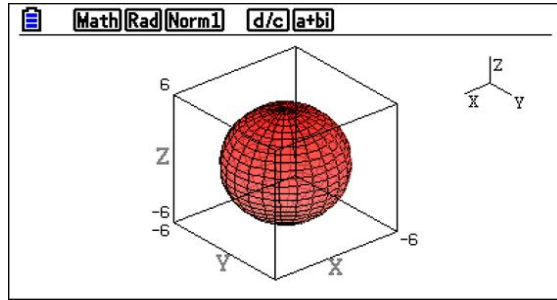

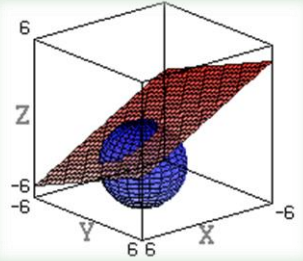
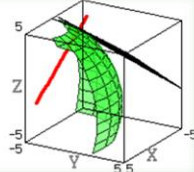
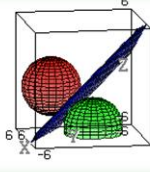
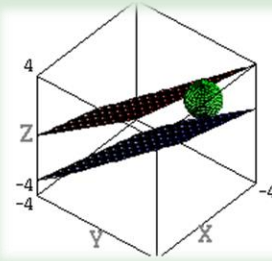
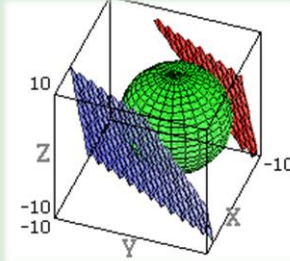
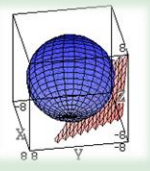
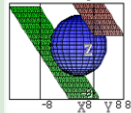
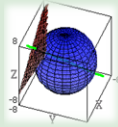
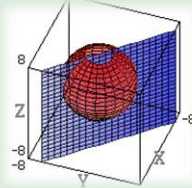
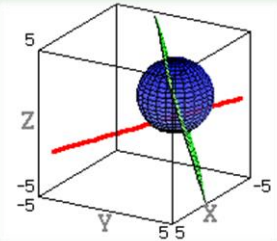
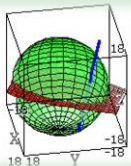
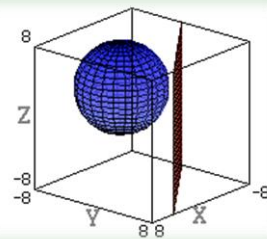
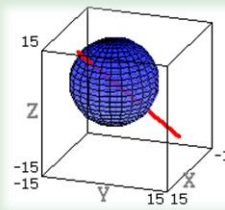
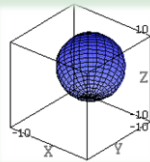
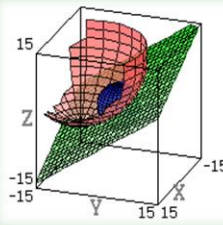
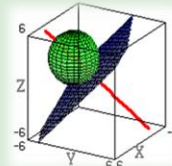
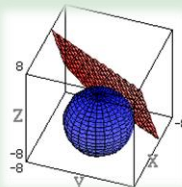
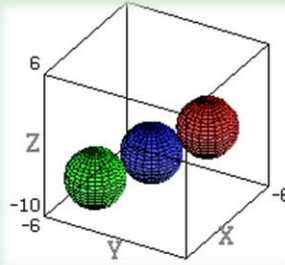
JUEVES	VIERNES	SÁBADO	DO.
2 	3 En la imagen hay dos circunferencias iguales de centros A y B. Cada una de ellas pasa por el centro de la otra y la recta que pasa por A y B corta a las circunferencias en C y D. Si E es la intersección de las dos circunferencias, halla $\angle CED$	4 En un examen de matemáticas, si cada chico hubiese obtenido tres puntos más de los que obtuvo, la media de toda la clase habría sido 1,2 puntos más alta de lo que fue. Halla el porcentaje de chicas que hay en la clase 	5 
9 Tengo dos dados, uno rojo y otro azul. Si lanzo los dos a la vez, ¿cuál es la probabilidad de que el número que muestra el dado rojo sea mayor que el número que muestra el dado azul? 	10 	11 Dividimos un cuadrado de 125 cm^2 de área en cinco regiones, cuatro cuadrados y un polígono en forma de L, todas ellas de igual área. ¿Cuál es la longitud, en cm, del lado más corto del polígono en forma de L?	12 
16 	17 En la figura adjunta los segmentos AB, CF y ED son paralelos. Si la longitud de AB es 10 y la longitud de ED es 7, halla la longitud del segmento CF	18 Con los dígitos 1, 2, 3, 4 y 5 escritos en algún orden formamos el número PQRST. Si PQR es múltiplo de 4, QRS es múltiplo de 5 y RST es múltiplo de 3, halla el número PQRST 	19 
23 Inscribimos una semicircunferencia en un triángulo isósceles de base 16 y altura 15, como muestra la figura. Halla el radio de la semicircunferencia 	24 	25 ¿Cuánto vale la suma de la medida de los ángulos A, B, C, D y E de la estrella de la figura adjunta?	26 
30 Calcula el resto de dividir $x^{100} - 2x^{99} + 4$ entre $x^2 - 3x + 2$ 	31 Una bolsa contiene 3 bolas rojas y 2 verdes. Sacamos, una a una y sin devolución, bolas de la bolsa hasta que hayamos sacado todas las de un mismo color. ¿Cuál es la probabilidad de que hayamos sacado las 3 bolas rojas? 		

E N E R O	LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES	SÁBADO	DO.
						1 <div>¿Cuántos números menores que 100 son el producto de tres números primos?</div> 	2
	3 En la figura hay un octógono regular de lado 4 cm. Halla el área de la estrella octogonal 	4 Una bolsa contiene m bolas blancas y n negras. Extraemos una bola al azar y la devolvemos añadiendo k bolas del mismo color que la extraída. Sacamos otra bola al azar, ¿cuál es la probabilidad de que la segunda bola extraída sea blanca? 	5 ¿Cuánto vale la suma de todos los productos de dos naturales distintos tomados del 1 al n? 	6 Los puntos A, B y C de la figura dividen a cada lado del triángulo ΔMNP en dos trozos que están en la relación 1:3. Halla la fracción del área del triángulo ΔMNP coloreada de rojo 	7	8 ¿Para qué valores de x la expresión: $\frac{\sin^3 x \cdot \cos x}{1 + \tan^2 x}$ alcanza su mayor valor y cuál es este? 	9
	10 Si $x^2 + x \cdot y + y^2 = 84$ $x - (x \cdot y)^{1/2} + y = 6$ halla x·y 	11 El dibujo muestra un cuadrante de radio s y dos semicircunferencias tangentes. Halla el radio de la semicircunferencia pequeña. 	12 En un triángulo rectángulo la bisectriz de un ángulo agudo corta al cateto opuesto en dos trozos de longitud 1 y 2: ¿Cuál es la longitud del segmento de bisectriz interior al triángulo? 	13 Consideremos los naturales con nueve cifras. ¿Cuántos números hemos de extraer para asegurar que al menos dos de ellos tiene la misma cifra en las decenas de millar? 	14 Resuelve $f(f(f(x))) = 0$, donde: $f(x) = \begin{cases} x + 4 & \text{sii } x \leq -2 \\ -x & \text{sii } -2 < x < 0 \\ x & \text{sii } x \geq 0 \end{cases}$ 	15 De la función f(x) se sabe que es periódica de periodo 5 y que en $[3, 8[$ verifica: $f(x) = x^2 - 10x + 25$ Halla $f(2022)$ 	16
	17 ¿Cuántas parejas de enteros (x, y) con $x \leq y$, verifican que su producto es igual a cinco veces su suma? 	18 ¿Cuál es el resto de la división de $P(x) = x^{200} - 2x^{199} + x^2 + x + 1$ entre $D(x) = x^2 - 3x + 2$? 	19 Se tienen diez naturales consecutivos. La suma de nueve de ellos da 2022. ¿Qué número no hemos sumado? 	20 Los puntos A y B son puntos de la gráfica de $y = x^2 - 7x - 1$ Halla la longitud del segmento AB si (0, 0) es su punto medio 	21 	22 El círculo y el rectángulo de la figura tienen el mismo centro. Las dimensiones del rectángulo son 6x12 y los lados pequeños del rectángulo son tangentes al círculo, ¿cuál es el área de la región común al círculo y al rectángulo?	23
	24/31 	25 En el dibujo EF//DG//AB. Las zonas sombreadas tienen igual área y CD = 4·DA. Halla la razón entre CE y EA	26 Resuelve en \mathbb{R} $x^2 + y^2 = x + y $ 	27 Si el cociente entre el radio del sector circular y el radio del círculo es tres, ¿cuál es el cociente entre sus áreas? 	28 Si la base mayor de un trapecio isósceles mide igual que la diagonal y la base menor mide igual que la altura del trapecio, halla el cociente entre la longitud de la base menor y la de la base mayor 	29 Un cuadrado tiene un vértice en el punto P(1, 2) y otro en la recta $y = 3x + 4$. ¿Cuál es el menor valor posible para su área? 	30 

	LUNES	MARTES	MIÉRCOLES
FEBRERO		<div>1</div> <div>2<p>La base de un tetraedro es un triángulo equilátero, y las tres caras laterales desplegadas y puestas en un plano forman un trapecio de lados 10, 10, 10 y 14 unidades de longitud. Calcula la suma de las longitudes de todas las aristas del tetraedro y también determina su área. KöMaL C1559.</p></div>	
	<div>7 e-day</div> <div>8<p>Sea ABCDEFGH un cubo de arista $\overline{AB} = 1$. Sea K de la arista \overline{EH} tal que $\overline{HK} = 2 \cdot \overline{EK}$. Sea L el punto medio de la arista \overline{BF}. Sea M de la arista \overline{CG} tal que $\overline{GM} = 2 \cdot \overline{CM}$. Determina los lados de la sección del cubo que genera el plano que pasa por los puntos K, L, M.</p></div>	<div>9</div> <div>14<p>La hipotenusa de un triángulo rectángulo es 5. Halla los catetos sabiendo que los volúmenes engendrados por el triángulo al girar alrededor de los catetos son uno el doble que el otro. Calcula el volumen de los dos conos. Determina el volumen del doble cono engendrado por el triángulo al girar sobre la hipotenusa</p></div> <div>15</div> <div>16<p>Dos tetraedros regulares están unidos por una cara. Determina la proporción entre el volumen del prisma de vértices los puntos medios de las aristas de los tetraedros y la suma de los volúmenes de los dos tetraedros.</p></div>	
	<div>21</div> <div>22<p>Dado el doble tetraedro regular, determina la proporción entre los volúmenes del poliedro dual (prisma de vértices los centros de las 6 caras) y del doble tetraedro regular</p></div> <div>23</div> <div>28<p>La altura de una cara lateral de una pirámide regular cuadrangular es el doble que la arista de la base. Qué porcentaje de esta altura de la pirámide (contando desde la base) tenemos que cortar con un plano paralelo a la base de forma que el área total de la superficie lateral más el cuadrado superior del tronco de pirámide resultante sea igual a la mitad de la superficie lateral de la pirámide original.</p></div> <div>29</div>		












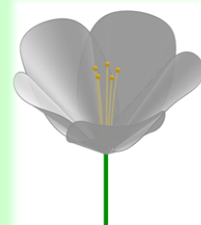
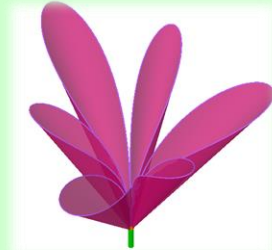

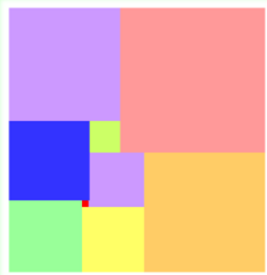
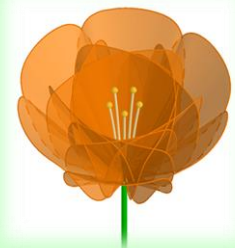

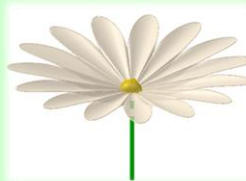

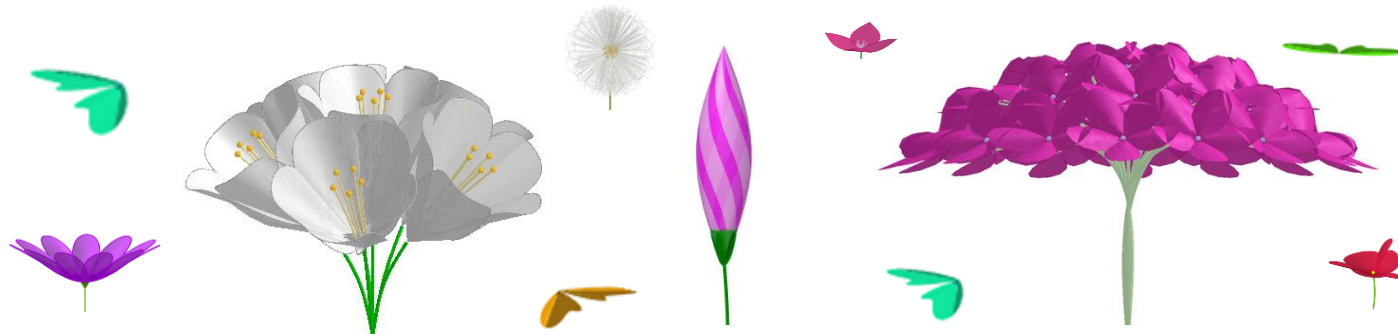
JUEVES	VIERNES	SÁBADO	DO.
<div>3</div> <div></div>	<div>4</div> <div>Sea el cubo ABCDEFGH, de arista 1. Prueba que \overline{BH} es perpendicular a \overline{EG}. Prueba que \overline{BH} es perpendicular a \overline{GD}. Prueba que \overline{BH} es perpendicular al plano EDG. Calcula la intersección de \overline{BH} y el plano EDG. Calcula la distancia de \overline{BH} al plano EDG</div>	<div>5</div> <div></div>	<div>6</div>
<div>10</div> <div>Sea ABCDEFGH un cubo de arista $\overline{AB} = 1$ Sea K de la arista \overline{EH} tal que $\overline{HK} = 2 \cdot \overline{EK}$ Sea L de la arista \overline{AE} tal que $\overline{EL} = 2 \cdot \overline{AL}$ Sea M el punto medio de la arista \overline{BF}. Determina el perímetro y el área de la sección del cubo que determina el plano que pasa por los puntos K, L, M.</div>	<div>11</div> <div></div>	<div>12</div> <div>Sea el tetraedro ABCD de arista 1. Sea K el punto de la arista \overline{AD}, tal que $\overline{AK} = 3 \cdot \overline{DK}$. Sea L el punto medio de la arista \overline{BD}. Sea M el punto de la arista \overline{BC} tal que $\overline{BM} = 3 \cdot \overline{CM}$. Calcula el área de la sección del tetraedro determinada por el plano que pasa por los puntos K, L, M.</div>	<div>13</div>
<div>17</div> <div></div>	<div>18</div> <div>Una esfera de radio r tiene inscrito un cono que tiene el vértice en el centro de la esfera y un ángulo 2α en el vértice. Determina el área y el volumen de la zona de la esfera que corta el cono. <i>Problema propuesto por Joan Galiana, alumno y matemático</i></div>	<div>19</div> <div></div>	<div>20</div>
<div>24</div> <div>Las aristas que salen del vértice O del tetraedro OABC son perpendiculares dos a dos. Demuestra que la proyección ortogonal H de O sobre la cara $\triangle ABC$ es el ortocentro del triángulo $\triangle ABC$. Prueba que $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}.$ Demuestra que el simétrico de O respecto del baricentro del tetraedro es el centro de la esfera circunscrita al tetraedro.</div>	<div>25</div> <div></div>	<div>26</div> <div>Sea ABCDEFGH un cubo de arista 1. Sea P un punto del segmento \overline{BE} tal que $\overline{EP} : \overline{BE} = 1 : 3$. Calcula la distancia del punto P al plano que determinen los vértices C, F, H del cubo.</div>	<div>27</div>



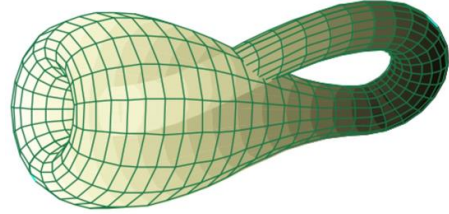
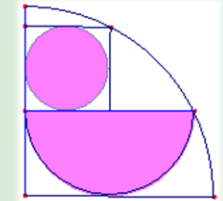
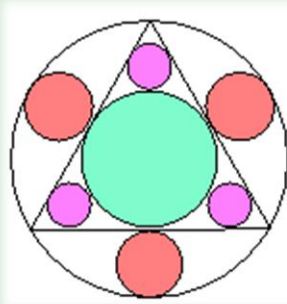
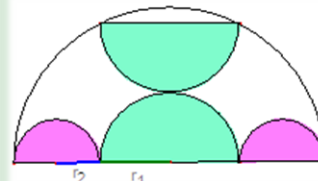
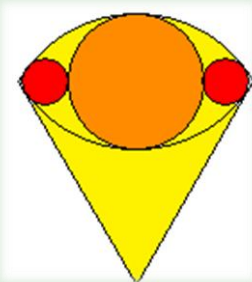
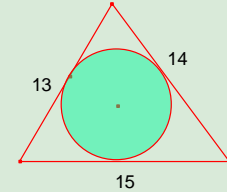
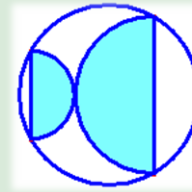
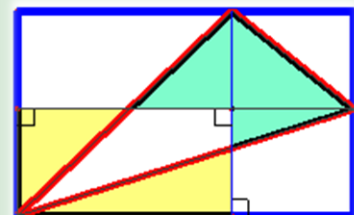

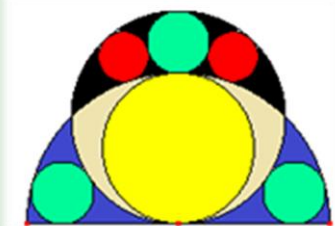
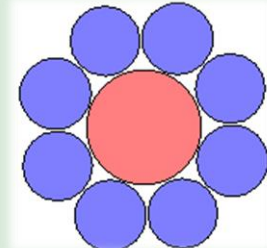
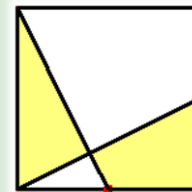
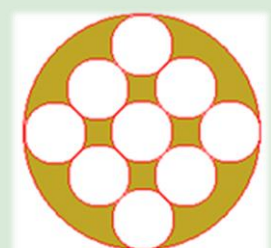
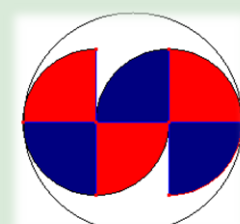
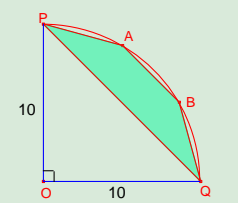
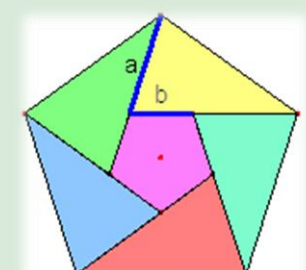
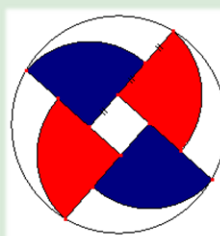
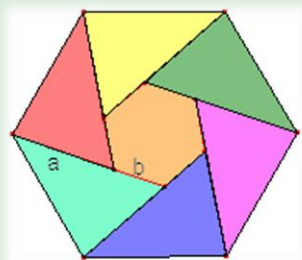
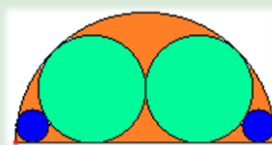
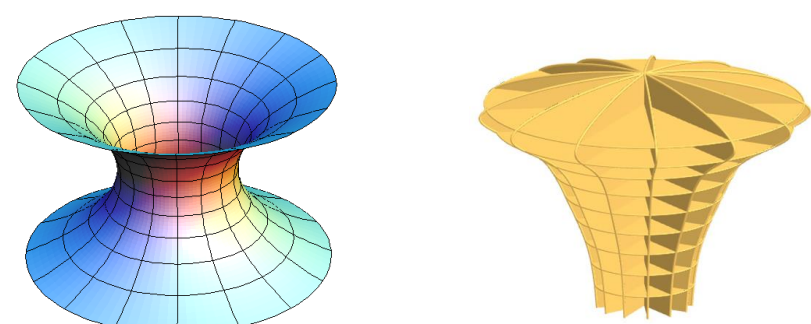
A B R I L	LUNES		MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES	SÁBADO	DO.
						<p>1</p> <p>Sea la esfera de ecuación: $E \equiv x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6z = 0$. Determina las coordenadas del centro y la medida del radio. Verifica si el plano: $\Pi \equiv 3x - 2y + 6z + 1 = 0$ y la esfera son secantes. Determina el radio de la circunferencia intersección de E, Π. Determina el centro de la circunferencia intersección de E, Π.</p>	<p>2</p> 	<p>3</p>
	<p>4</p> <p>Halla la ecuación de la esfera de centro $C(3, -5, -2)$ tangente al plano: $2x - y - 3z + 11 = 0$</p> 	<p>5</p> <p>Halla la ecuación de la esfera de radio 3, que es tangente al plano $x + 2y + 2z + 3 = 0$ en el punto $A(1, 1, -3)$</p> 	<p>6</p> 		<p>7</p> <p>Determina la ecuación de la esfera que es tangente a los planos: $\Pi \equiv 6x - 3y - 2z - 35 = 0$ $\Omega \equiv 6x - 3y - 2z + 63 = 0$ sabiendo que el punto $M(5, -1, -1)$ es un punto de tangencia en uno de los planos.</p> 	<p>8</p>	<p>9</p> <p>Determina la ecuación del plano tangente a la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 49$ en el punto $M(6, -3, -2)$</p> 	<p>10</p>
	<p>11</p>  <p>Determina las ecuaciones de los planos tangentes a la esfera $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 25$ paralelos al plano $4x + 3z - 17 = 0$</p> <p>Demuestra que el plano $2x - 6y + 3z - 49 = 0$ es tangente a la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 49$ Calcula las coordenadas del punto de tangencia</p> 	<p>12</p>		<p>13</p> <p>Una esfera tiene el centro en la recta $r \equiv \begin{cases} 2x + 4y - z - 7 = 0 \\ 4x + 5y + z - 14 = 0 \end{cases}$ y es tangente a los planos $\Pi \equiv x + 2y - 2z - 2 = 0$ $\Omega \equiv x + 2y - 2z + 4 = 0$ Determina su ecuación.</p>	<p>14</p> <p>Determina la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos $A(3, -1, -2)$, $B(1, 1, -2)$ y $C(-1, 3, 0)$</p> 	<p>15</p> <p>Determina la posición relativa de la recta $r \equiv \begin{cases} x = 2 - 2\alpha \\ y = -\frac{7}{2} + 3\alpha \\ z = -2 + \alpha \end{cases}$ y la esfera $E \equiv x^2 + y^2 + z^2 + x - 4y - 3z + \frac{1}{2} = 0$</p>	<p>16</p> 	<p>17</p>
	<p>18</p> <p>Determina la ecuación de la esfera de centro $O(2, 3, -1)$ que corta a la recta $s \equiv \begin{cases} 5x - 4y + 3z + 20 = 0 \\ 3x - 4y + z - 8 = 0 \end{cases}$ con una cuerda de longitud igual a 16.</p> 	<p>19</p> <p>En la esfera de ecuación $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (x - 3)^2 = 25$ determina el punto M más próximo al plano $\Pi \equiv 3x - 4y + 19 = 0$ y calcula la distancia del punto M a este plano.</p> 	<p>20</p>		<p>21</p> <p>Calcula la distancia más corta del punto $A(1, -1, 3)$ a la esfera $E \equiv x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 10z - 62 = 0$ ¿En qué punto de la esfera se consigue la distancia más corta?</p> 	<p>22</p>	<p>23</p> <p>Determina la ecuación de la esfera que pasa por los puntos $A(3, 1, -3)$; $B(-2, 4, 1)$; $C(-5, 0, 0)$ y tiene el centro en el plano: $\Pi \equiv 2x + y - z + 3 = 0$</p> 	<p>24</p>
<p>25</p> <p>Sean las esferas de ecuaciones: $E_1 \equiv x^2 + y^2 + z^2 = 25$ $E_2 \equiv x^2 + y^2 + z^2 - 10x + 15y - 25z = 0$ Prueba que las dos esferas son secantes. Determina el plano que contiene la intersección de las dos esferas. Determina el centro y el radio de la circunferencia intersección.</p> 	<p>26</p>	<p>27</p> <p>Prueba que el punto $T(1, 0, 1)$ pertenece al plano: $\pi \equiv x - 2y + 2z = 3$ Determina la ecuación de la esfera que pasa por el punto $P(1, 0, 5)$ y es tangente en T al plano π.</p> 		<p>28</p> <p>Determina la ecuación del plano tangente a la esfera: $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = 24$ que pasa por el punto $M(-1, 3, 0)$</p> 	<p>29</p> <p>Sea la esfera: $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y + 8z + 20 = 0$ Calcula la esfera de igual radio, tangente exterior en el punto $A(1, 4, -3)$ de la esfera. Calcula la esfera de igual radio, tangente exterior en el punto diametralmente opuesto al punto A de la esfera.</p> 	<p>30</p>		

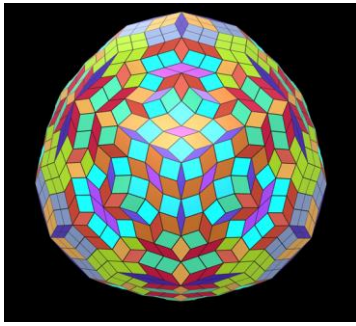
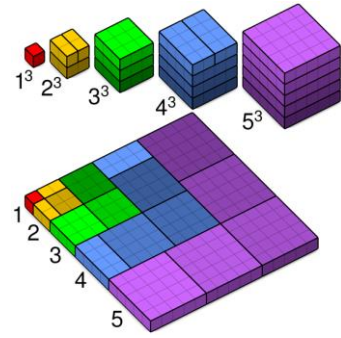
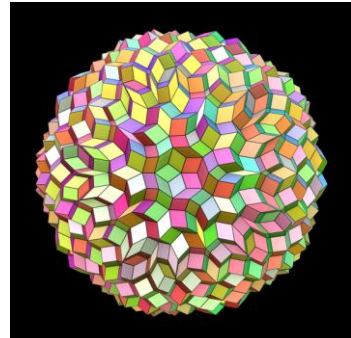
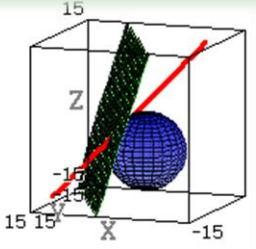
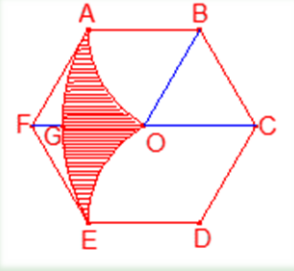
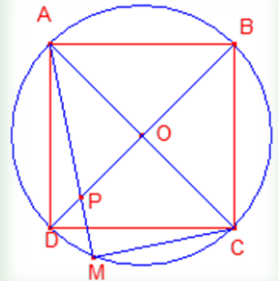
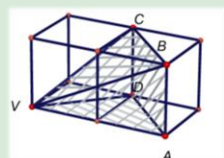
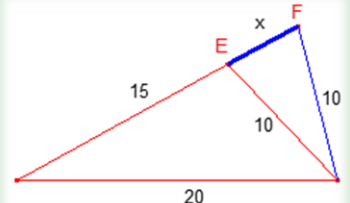
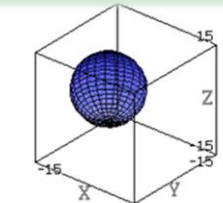

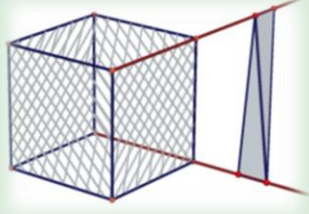
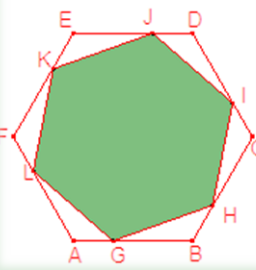
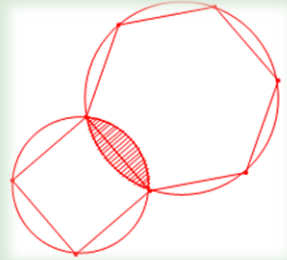
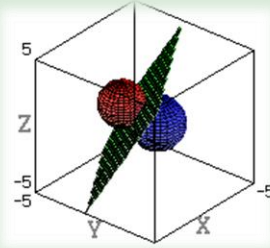
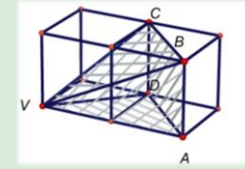
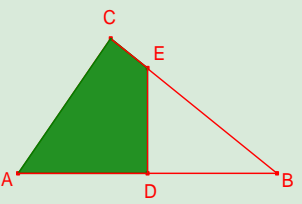
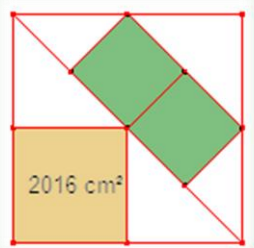
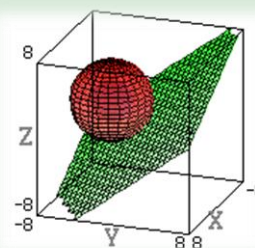
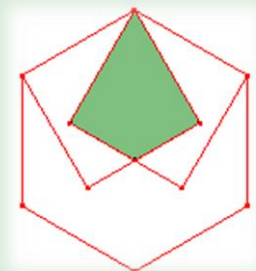
AUTOR: RICARD PEIRÓ I ESTRUCH. IES "Abastos". València

17

MAYO	LUNES		MARTES		MIÉRCOLES		JUEVES		VIERNES		SÁBADO		DO		
	2		3		4		5		6		7		1/8		
			Las hermanas Laia y Aitana escriben sus edades, una a continuación de la otra, y obtienen un número de cuatro dígitos que es el cuadrado de la edad de su padre. Nueve años más tarde vuelven a escribir sus edades de la misma forma y vuelve a ocurrir que es el cuadrado de la edad de su padre. ¿Cuál es la edad de Laia, Aitana y su padre?						El pueblo de Benirredrà tiene un conjunto muy extraño de límites de velocidad. A un kilómetro del centro del pueblo hay un aviso que reza 120 Km/h, a ½ kilómetro del centro, un aviso dice 60 km/h, a 1/3 de km del centro hay un aviso que anuncia 40 km/h, a ¼ de km del centro hay una señal que dice 30 km/h, a 1/5 del centro un aviso de 24 km/h y a una distancia de 1/6 de km el aviso dice 20 Km/h. Si se viaja siempre al límite de velocidad ¿cuánto tiempo se tardará en llegar al centro del pueblo desde el primer anuncio?						
	9		10		11		12		13		14		15		
	Hace un mes un 10% de una población tenía una enfermedad y un 90% no la tenía. Pasado el mes, un 10% de las personas enfermas se curan y un 10% de las personas que no la tenían pasaron a estar enfermas. ¿Qué % de la población no tiene la enfermedad?				Un caballo y un mulo caminaban juntos, llevando sobre sus lomos, pesados sacos. Lamentábase el jamelgo de su enojosa carga, a lo que el mulo le dijo: ¿De qué te quejas? Si yo te tomara un saco, mi carga sería el doble que la tuya. En cambio, si te doy un saco, tu carga se igualaría a la mía. ¿Cuántos sacos lleva cada uno?						En cada estación de una red ferroviaria se venden tantos billetes distintos como estaciones a las que se puede ir o desde las que se puede venir (los billetes de ida y de vuelta son distintos). Se inaugura una nueva línea con varias estaciones y eso obliga a imprimir 34 nuevos billetes ¿Cuántas estaciones había y cuántas se han inaugurado?				
16		17		18		19		20		21		22			
		Dos jugadores A y B, juegan por turnos al siguiente juego: Se tiene un montón de 2021 piedras. En su primer turno A escoge un divisor de 2021 y retira ese número de piedras del montón. A continuación, B escoge un divisor del número de piedras que quedan y retira ese número de piedras del montón y así, sucesivamente. Pierde el jugador que retira la última piedra. Demostrar que uno de los jugadores tiene una estrategia ganadora y describir dicha estrategia				En cubolandia, los planetas son cubos. Aitana tiene uno de arista 1 km. Si su atmósfera tiene 500 m de altura en todos sus puntos, ¿cuál es el volumen de la atmósfera?				El precio de venta de un abrigo era menor en un 40% al precio sugerido por el fabricante. Laia compró el abrigo por la mitad del precio de venta. ¿En qué porcentaje es menor el valor que pagó Laia por el abrigo con respecto al precio sugerido por el fabricante?					
23		24		25		26		27		28		29			
Halla, si es posible, el mayor y menor natural cuya suma de cifras es 2022				El rectángulo de la figura está dividido en nueve cuadrados. Calcula su altura y su longitud sabiendo que el cuadrado más pequeño es de lado 2 cm		Una persona tiene 500 € en una cuenta corriente de un banco. Puede hacer dos movimientos indefinidamente, mientras tenga dinero en la cuenta: sacar 300 € o depositar 198 €. ¿Cuál es la máxima cantidad de dinero que puede sacar de su cuenta?				En los vértices de un cuadrilátero está escrito con tinta invisible un número secreto y con tinta visible la suma de los números invisibles de los otros tres vértices ¿Puedes dar una regla para calcular los números invisibles a partir de los números visibles?					
30		31													
		Un club de básquet tiene una sección masculina y una sección femenina. La media aritmética del peso de los chicos de la sección masculina es de 90 kilos, la media aritmética del peso de las chicas de la sección femenina es de 65 kilos. La media aritmética del peso de todos los componentes del club es de 75 kilos. ¿Hay más chicas que chicos? ¿Qué proporción de chicas hay entre todos los jugadores del club?													

ORGANIZACIÓN: JOSÉ COLÓN LAGALE. Profesor jubilado. FLORES: DEBORA PEREIRO GARRAJO (@dchero_pereiro) 19

J U N I O	LUNES		MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES	SÁBADO	DO.
				1  Calcula la proporción entre el área sombreada y el área del cuadrante	2 En una circunferencia de radio R se ha inscrito un triángulo equilátero. Se han dibujado siete circunferencias. Calcula el radio de las circunferencias. <i>Sangaku. Prefectura de Chiba</i>	3 	4  En la figura, calcula: $\frac{r_1}{r_2}$	5
	6 	7 En la figura, el radio del arco superior es el diámetro de la circunferencia naranja. Determina la proporción entre los radios de las circunferencias naranja y roja. <i>Sangaku. Prefectura Tochigi</i>	8 Los lados de un triángulo miden 13, 14, 15. Calcula el radio del círculo inscrito. 	9 Los diámetros de los semicírculos son paralelos. Calcula la proporción entre el área sombreada y el área del círculo. 	10 El área del triángulo rojo es la tercera parte del rectángulo exterior azul. Calcula la proporción entre el área pintada de verde y la pintada de amarillo.	11 	12	
	13 Las dos circunferencias tienen radio 4. Calcula el radio de la semicircunferencia 	14 	15 En la figura, el radio de la semicircunferencia es R=1. Calcula el radio de los cuatro tipos de circunferencia. <i>Prefectura de Fukushima</i>	16 Ocho circunferencias son tangentes exteriores dos a dos y todas son tangentes exteriores a otra. Calcula la proporción entre los radios de los dos tipos de circunferencias y la proporción entre las áreas de la suma de las ocho azules y la roja 	17	18 Los puntos señalados son los puntos medios de los lados del cuadrado. Calcula la proporción de las áreas de la región sombreada y el cuadrado 	19	
	20 	21 Nueve circunferencias iguales y tangentes dos a dos, están en el interior de otra circunferencia. Calcula la proporción entre las áreas de la suma de las nueve circunferencias y la circunferencia exterior. <i>Prefectura Shisouka</i>	22  Calcula la proporción entre el área de la zona sombreada y el área del círculo exterior	23  Sea el cuadrante de radio 10. Sean A, B los puntos del arco tales que PA=AB=QB. Calcula el área del cuadrilátero PABQ	24 El pentágono regular de la figura se ha dividido en cinco triángulos y un pentágono regular. Las seis regiones tienen la misma área. Calcula $\frac{a}{b}$	25 	26	
27 Calcula la proporción entre el área de la zona sombreada y el área del círculo exterior 	28 	29 Las siete regiones de la figura tienen la misma área. Calcula: $\frac{a}{b}$	30  Dado el semicírculo de radio R calcula los radios de las otras circunferencias.					

JULIO		LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES	SÁBADO	DO.
J U L I O						<p>1</p> <p>Por los puntos intersección de la recta</p> $r \equiv \begin{cases} x = -5 + 3t \\ y = -11 + 5t \\ z = 9 - 4t \end{cases}$ <p>y de la esfera de ecuación</p> $E \equiv (x + 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 5)^2 = 49$ <p>se han trazado planos tangentes a la esfera. Determina sus ecuaciones.</p>	<p>2</p> 	3
		<p>4</p> 	<p>5</p> <p>Sea ABCDEF un hexágono regular de centro O y lado c. Desde B y D y con radio c se dibujan dos arcos: AO y EO. Con centro en C y radio AC se dibuja el arco AGE. Halla el área de la zona sombreada</p>	<p>6</p> 	<p>7</p>  <p>Sean dos cubos iguales unidos por una cara. Determina la proporción entre el volumen de la pirámide ABCDV y la suma de los volúmenes de los dos cubos</p>	<p>8</p> <p>En la figura, calcula la medida del segmento EF</p> 	<p>9</p> <p>En un hexágono regular ABCDEF se inscribe otro hexágono regular GHIJKL tal que:</p> $\overline{AG} = \frac{1}{3} \overline{AB}$ <p>Calcula la proporción entre las áreas de los hexágonos</p>	10
		<p>11</p>  <p>Determina la ecuación de la esfera que pasa por los puntos A(1,-2,-1); B(-5,10,-1); C(4,1,11) y D(-8,-2,2)</p>	<p>12</p>  <p>La figura está formada por un cubo de arista a y dos pirámides de base cuadrada y de altura a. Determina área y volumen del cuerpo</p>	<p>13</p> <p>El cuadrado ABCD está inscrito en una circunferencia de radio 30. La cuerda AM mide 50 y corta a la diagonal BD en el punto P. Halla la medida del segmento AP</p>	<p>14</p> 	<p>15</p> <p>Dos aristas que se cruzan de un cubo, se extienden. En cada extensión se cogen segmentos de longitud 1. ¿Dónde deben estar situados estos segmentos para que el volumen del tetraedro formado por los cuatro extremos de los segmentos sea máximo?</p>	<p>16</p> 	17
		<p>18</p> 	<p>19</p> <p>Dadas las esferas:</p> $E_1 \equiv 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 3x - 2y + z - 5 = 0$ $E_2 \equiv x^2 + y^2 + z^2 - x + 3y - 2z + 1 = 0$ <p>determina la posición relativa de E₁ y E₂. Si son secantes, halla el plano donde se cortan. Determina en centro y radio intersección de las esferas</p>	<p>20</p> 	<p>21</p> <p>Sea dada la esfera:</p> $x^2 + y^2 + z^2 + 6y - 4z + 9 = 0$ <p>Calcula la ecuación de la esfera concéntrica con ella que sea tangente al plano:</p> $2x - 3y + 2z + 4 = 0$	<p>22</p>  <p>Sean dos cubos iguales unidos por una cara. Halla el área total de la pirámide ABCDV</p>	<p>23</p> <p>ΔABC es un triángulo rectángulo en C. D es el punto medio de AB y DE ⊥ AB. Si AC=12 y AB=20, calcula el área de ADEC</p> 	24
		<p>25</p> <p>Sobre un lado de un hexágono regular de lado c se ha dibujado un cuadrado. Halla el área de la intersección de las dos circunferencias circunscritas a los polígonos regulares</p>	<p>26</p> 	<p>27</p> <p>Un cuadrado se ha dividido en dos triángulos por la diagonal. En el triángulo inferior se ha inscrito un cuadrado de área 2016 cm² y en el triángulo superior se han inscrito dos cuadrados iguales. Halla el área de uno de esos cuadrados</p>	<p>28</p> 	<p>29</p> <p>En dos lados consecutivos de un hexágono regular se han dibujado, hacia el interior, dos cuadrados. Determina la proporción entre el área de la zona común a los dos cuadrados y el área del hexágono inicial</p>	<p>30</p> 	31