CALENDARIO MATEMÀTICO 2022-2023

Societat d'Educació Matemàtica Comunitat Valenciana Al-Khwarizmi

La Sociedad de Educación Matemática de la Comunidad Valenciana Al-Khwarizmi es una sociedad de profesoras y profesores de Matemáticas. Los objetivos de la Sociedad son, de acuerdo con sus estatutos:

1. Difundir las matemáticas y las diversas corrientes de pensamiento matemático.
2. Transmitir innovaciones educativas en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.
3. Impulsar el desarrollo y difusión de investigaciones en Educación Matemática.
4. Fomentar todas aquellas actividades encaminadas a superar los obstáculos a la difusión de las matemáticas generados por motivos culturales o de género.
5. Colaborar e intercambiar información con Asociaciones y Sociedades de similar carácter y finalidad.
6. Colaborar con instituciones y entidades para la realización de estudios y actividades relacionados con las Matemáticas y la Educación Matemática.
7. Realizar estudios, críticas y propuestas curriculares para cualquier de los niveles educativos.

Si consideras que estos objetivos son importantes ponte en contacto con nosotros en la página

http://www.semcv.org/.

DIPUTACIÓ DE CASTELLÓ

CONCURSO DE RESOLUCIÓN DE ACTIVIDADES

CONVOCATORIA

1. **A LA SOLUCIÓN MÁS INGENIOSA:** Podrá participar cualquier estudiante de ESO, Bachillerato o F. P. que dé respuesta (solución/comentario) a una actividad planteada un día cualquiera. Cada centro seleccionará las mejores soluciones de sus alumnos enviando sólo una por cada día e incluyendo: nombre completo del estudiante, curso y nivel, centro, dirección, teléfono y correo electrónico. Los premiados recibirán el correspondiente diploma acreditativo.

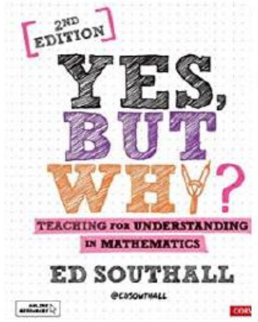
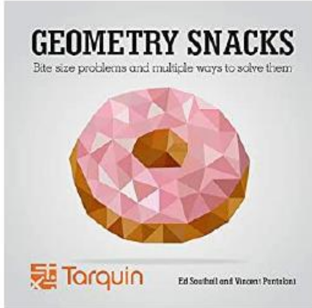
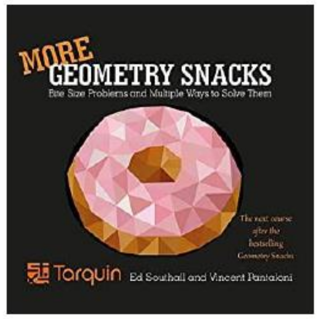
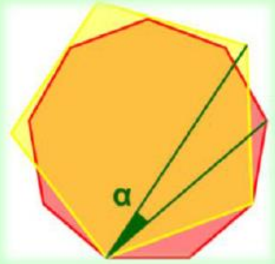
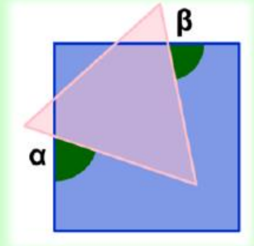
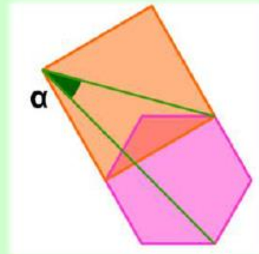
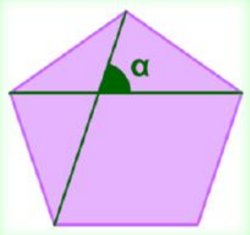
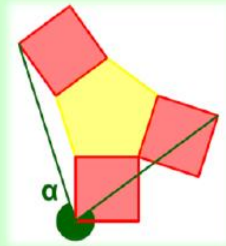
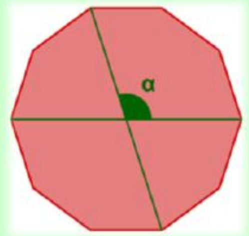
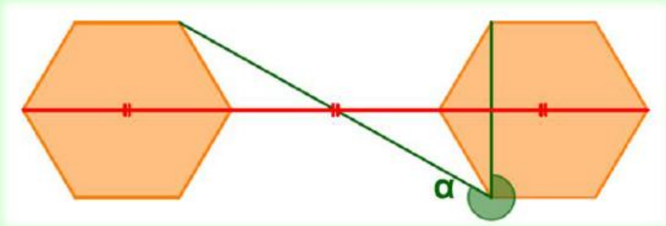
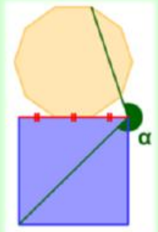
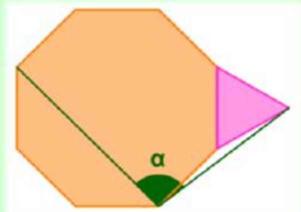
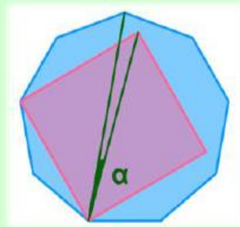
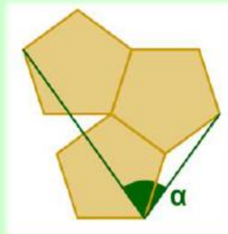
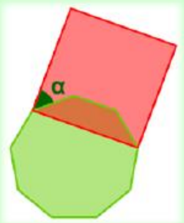
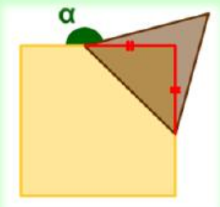
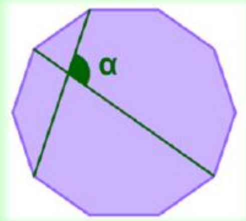
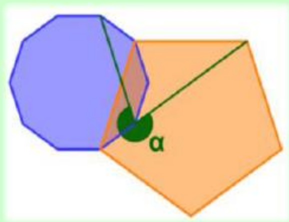
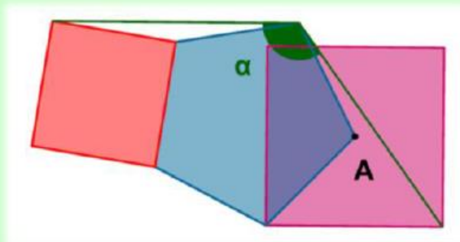
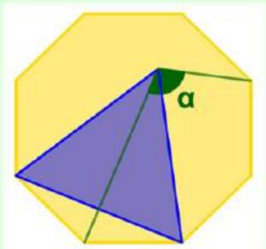
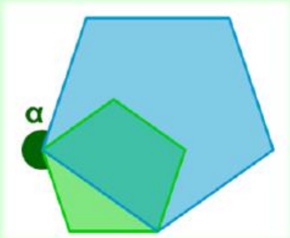
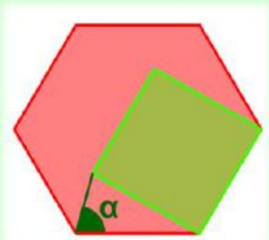
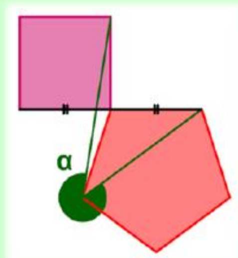
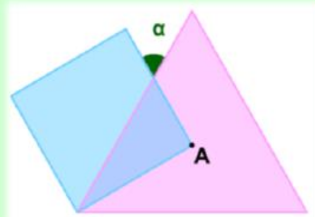
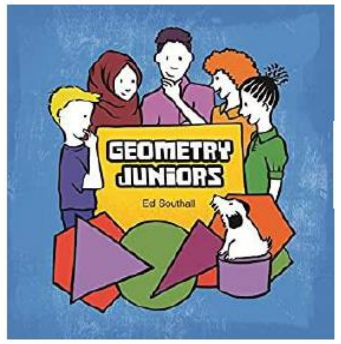
2. **AL TRABAJO EN GRUPO:** Podrá participar un solo grupo de cualquier centro de ESO y/o Bachillerato y/o F. P. que dé respuesta (solución/comentario) a todas las actividades planteadas un mes cualquiera. Deberá indicarse el nombre completo del centro, dirección, teléfono y correo electrónico, así como el nombre de todos los estudiantes que lo integran y del profesor/a que lo coordina. Los agraciados recibirán el correspondiente diploma acreditativo.

3. **PRESENTACIÓN Y SELECCIÓN:** El plazo de recepción terminará el último día del mes siguiente al que correspondan las actividades. Las soluciones deben dirigirse a calendari@semcv.org

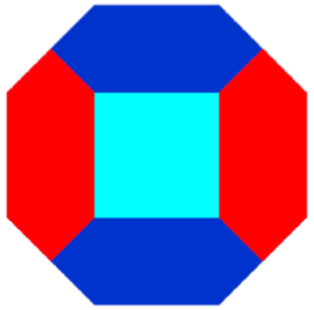
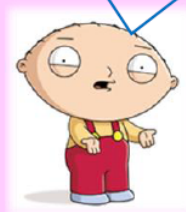
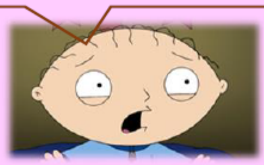
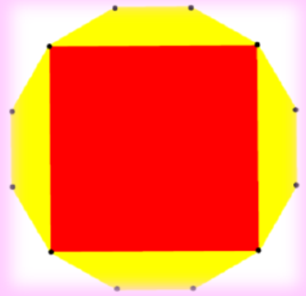
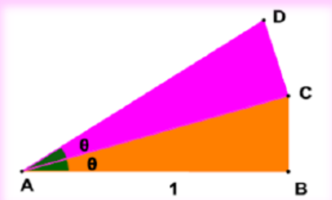
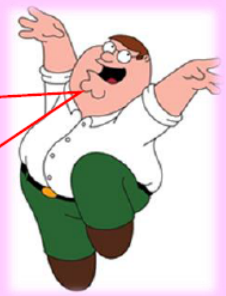
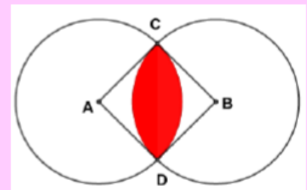
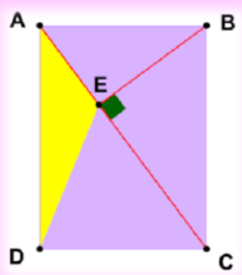
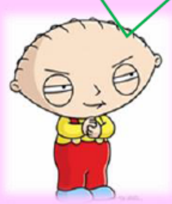
   Las soluciones presentadas pueden publicarse cuando la comisión seleccionadora lo considere oportuno

calendari@semcv.org

S E P T I E M B R E

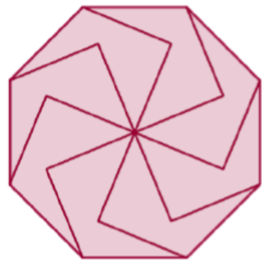
LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES	SÁBADO	DO.
			**1** Pentágono y eneágono regular. Hallad razonadamente α 	**2** Cuadrado y triángulo equilátero. Hallad razonadamente α + β 	**3** Hexágono regular y cuadrado. Hallad razonadamente α 	**4**
5 Pentágono regular. Hallad razonadamente α 	**6** Triángulo equilátero, cuadrado y hexágono regular. Hallad razonadamente α 	**7** Octógono regular y triángulo equilátero. Hallad razonadamente α 	**8** Octógono regular y cuadrado. Hallad razonadamente α 	**9** Pentágono regular y tres cuadrados. Hallad razonadamente α 	**10** Decágono regular. Hallad razonadamente α 	**11**
12 Hexágonos regulares 	**13** Hallad razonadamente α	**14** Decágono regular y cuadrado. Hallad razonadamente α 	**15** Octógono regular y triángulo equilátero. Hallad razonadamente α 	**16** Eneágono regular y cuadrado. Hallad razonadamente α 	**17** Tres pentágonos regulares. Hallad razonadamente α 	**18**
19 Eneágono regular y cuadrado. Hallad razonadamente α 	**20** Cuadrado y triángulo equilátero. Hallad razonadamente α 	**21** Decágono regular. Hallad razonadamente α 	**22** Decágono y pentágono regulares. Hallad razonadamente α 	**23** 	**24** Dos cuadrados y un pentágono regular. El vértice A es el centro del cuadrado. Hallad razonadamente α	**25**
26 Octógono regular y triángulo equilátero. Hallad razonadamente α 	**27** Dos pentágonos regulares. Hallad razonadamente α 	**28** Hexágono regular y cuadrado. Hallad razonadamente α 	**29** Cuadrado y pentágono regular. Hallad razonadamente α 	**30** Triángulo equilátero de baricentro A y cuadrado. Hallad razonadamente α 	 solvemymaths ·	

OCTUBRE

LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES	SÁBADO	DO.
					**1** Sean m y n impares con m > n, ¿cuál es el mayor entero que divide a $m^2 - n^2$? 	**2**
3 Resolver en $\mathbb{N}$: $a\log 2 + b\log 3 + c\log 5 = 2022$ 	**4** Sean a, b∈ℝ | a > 1, b ≠ 0. Si $ab = a^b$ y $\frac{a}{b} = a^{3b}$ Calcular b^{-a} 	**5** En un concurso quedan tres cuestiones de opción múltiple con tres respuestas cada cuestión de las que solo una es correcta. Un concursante contesta al azar, ¿cuál es la probabilidad de que acierte al menos dos? 	**6** Dos de las medianas de un triángulo son ⊥ y miden 8 y 12 cm. Hallar el área del triángulo 	**7** ¿Cuál es el área del dodecágono (doce lados) regular circunscrito a un cuadrado de área 2 dm²?	**8** 	**9**
10 En la figura adjunta hallar AD en función de θ. 	**11** Dos semirrectas que parten desde O forman entre ellas un ángulo de 30°. Los puntos A y B están, cada uno de ellos, en cada una de las semirrectas, cumpliéndose que AB = 1. ¿Cuál es la máxima longitud posible de OB?	**12** 	**13** Resolver en $\mathbb{N}$: $n^4 + 6n < 6n^3 + n^2$ 	**14** A Dani le quedan por contestar tres preguntas para terminar un examen. Cada pregunta tiene cinco alternativas de las que sólo una es correcta. Si contesta al azar estas tres preguntas ¿cuál es el número de aciertos más probable?	**15** ¿Cuántos enteros positivos menores que 2023 verifican que alguna de sus cifras es cero? 	**16**
17 La clave que puse en la cerradura de mi taquilla tiene cuatro cifras y solo dos son impares ¿Cuántas claves cumplen estos requisitos? 	**18** Hallar el mayor natural menor que 1000, con cuatro divisores primos diferentes. 	**19** Tengo 18 tarjetas y en cada una he escrito un 4 o un 5. La suma de todos los números escritos es divisible por 17. ¿En cuántas está escrito el 4? 	**20** Resolver en $\mathbb{R}$: $\left.\begin{array}{l} ab = 26 \\ ac = 128 \\ bc = 52 \end{array}\right\}$ 	**21** 	**22**  Dos circunferencias de radio 2 y centros A y B se intersectan en C y D. Si ACBD es un cuadrado, hallar el área de la zona roja	**23**
24/31 En el rectángulo de la figura el segmento AB mide 3cm y el segmento BC mide 4 cm. Si E es el pie de la perpendicular desde el punto B a la diagonal AC, ¿cuál es el área del triángulo ΔAED?	**25** 	**26** Hallar los números de dos cifras que cumplen que el producto de sus cifras más la suma de ambas coincide con el número. 	**27** Dos de las alturas de un triángulo escaleno miden 4 y 12 cm. Si la longitud de la tercera altura es un natural, ¿cuál es el máximo valor de ella? 	**28** Un polígono convexo tiene exactamente tres ángulos obtusos. ¿Cuál es el máximo número de lados de dicho polígono? 	**29** Resolver en $\mathbb{R}$: $\lvert x - \lvert 2x+1 \rvert \rvert = 3$ 	**30**

NOVIEMBRE

LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES	SÁBADO	DO.



1

2

Dani tiene sesenta canicas y sus hermanas Laia y Aitana ninguna. Dani decide coger seis canicas y dar tres a cada una. El cree que repitiendo esta operación varias veces llegará un momento en que cada uno de los tres tendrá la misma cantidad de canicas. ¿Tiene razón o hay que hacer algún pequeño arreglo?

3

La media de ocho impares consecutivos es 42. Calcular la media de todos los naturales que hay entre el impar más pequeño y el más grande

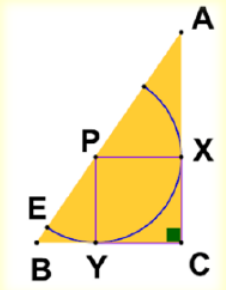
4

5

La calificación de Laia en una determinada asignatura es la media aritmética de doce controles que realiza a lo largo del curso. Tras los primeros ocho controles tiene una nota media de 4. ¿Qué media debe obtener en los cuatro últimos controles para que la media de todos los doce controles sea mayor o igual a cinco? Si en los controles noveno y décimo saca un seis y un cinco, ¿qué media ha de sacar en los dos últimos controles para sacar una media en todos los controles mayor o igual a cinco?

6

7



8

Sea ∆ABC un triángulo rectángulo en C. Sea P un punto de AB tal que PXCY es un cuadrado de lado 8 cm. Con centro en P se traza una circunferencia de radio 8 que corta al segmento PB en E. Si BE = 2 cm, hallar el área y el perímetro de ∆ABC

9

Sea $R = \underbrace{8888..88}_{200} - \underbrace{4343...43}_{140}$

¿Es R un cuadrado perfecto?

10

11

En una división entera el divisor es 49 unidades mayor que el resto y el cociente es 182. Si aumentamos 2372 unidades el dividendo y mantenemos inalterado el divisor el cociente aumenta 28 unidades y el resto es el máximo permitido. Hallar la primera división entera

12

Calcula cuántos capicúas de cinco o menos cifras existen. Si se ordenaran de menor a mayor, ¿qué capicúa ocuparía la posición 195?

13

14

Dado un natural n, se define S_n (P_n) como la suma (producto) de los dígitos de n. Hallar los naturales n tales que:

$P_n \cdot S_n = 3 + P_n$

15

16

Dani, Laia y Aitana participan en una de las actividades de las fiestas patronales de su pueblo: la vuelta alrededor de Benirredrá. Una carrera campo a través de 5,3 km. Aitana sale a las 10:00 horas a una velocidad de 3 km/h. Diez minutos más tarde sale Laia que corre a una velocidad de 5 km/h. Veinte minutos más tarde sale Dani a una velocidad de 6 km/h. Si ninguno de ellos se para ni altera su velocidad, averigua el orden de llegada de los tres hermanos y el tiempo que transcurre entre la llegada de ellos.

17

Dado un natural n, se define S_n (P_n) como la suma (producto) de los dígitos de n. Hallar los naturales n tales que:

$P_n \cdot S_n = 30$

18

19

Consideremos el natural R:

$R = \underbrace{999 \cdots 999}_{200} - 1\,\underbrace{333 \cdots 333}_{x}$

Hallar los valores de x que hacen que R sea múltiplo de tres

20

21

			37
			38
			25
33	55	12	

22

Colocar en la rejilla adjunta los primeros nueve números primos sin repetir ninguno para que el total de cada línea (fila o columna) sea el indicado al margen de la rejilla. ¿Es única la solución?

23

Dani nació cuando, Rafael, su padre tenía 32 años. Ahora, la edad de Dani más la de su padre excede en 20 años la de Gregori, que es 52 años. ¿Qué edad tiene ahora Laia que nació cuando la suma de edades de Dani, Rafael y Gregori era 79 años?

24

25

Leo es aficionado al campo través con bicicleta. Tres veces por semana sube desde el cementerio hasta la ermita cargando con la bicicleta y baja por el mismo camino, pero pedaleando con la bicicleta. Si Leo sube a 12 Km/h:

1.- a qué velocidad debe bajar para tener una velocidad media en todo el trayecto de 15 km/h.

2.- ¿qué velocidad media en todo el trayecto es la máxima que puede alcanzar?

26

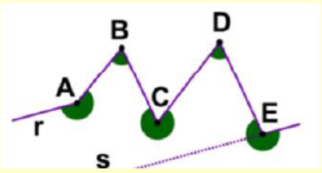
Sea dado el número:

$N = \left(\underbrace{66 \cdots 66}_{n}\right)^2 + \left(\underbrace{33 \cdots 33}_{n}\right)^2$

¿Es N múltiplo de 3? ¿Es un cuadrado perfecto?

27

28 (dedicated to Professor Smudge)



Si r//s, hallar el valor de la suma de los ángulos en A, B, C, D y E

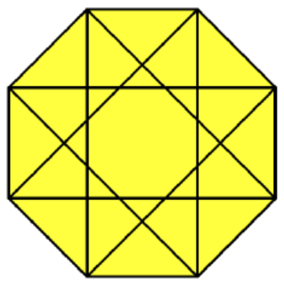
29

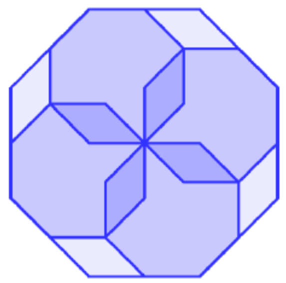
30

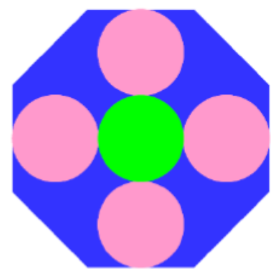
De tres dígitos, no necesariamente diferentes, a, b y c se sabe:

$\overline{abc} + \overline{acb} + \overline{bac} + \overline{bca} = 633$

Donde $\overline{xyz}$ representa el número con el dígito x en las centenas, el dígito y en las decenas y el dígito z en las unidades. Hallar a, b y c

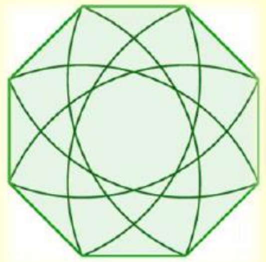
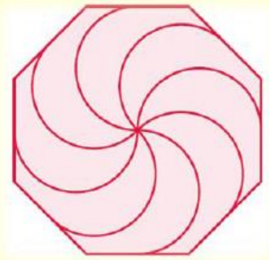




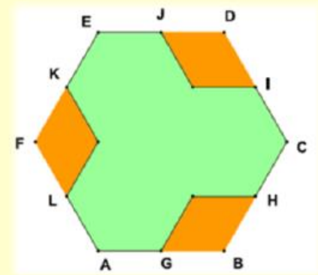


DICIEMBRE

LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES	SÁBADO	DO.

1



2 Sean G, H, I, J, K y L los puntos medios de los lados del hexágono regular ABCDEF, con área 36 cm². Hallar el área del dodecágono de color verde con lados paralelos cuatro a cuatro

3 ¿A qué exponente hay que elevar 8 para obtener 16^{21}?

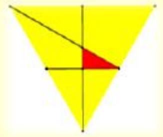
4

5

6 Una escalera de 25 m de longitud está apoyada en una pared vertical, de forma que el pie de la escalera dista 7 m de la pared. Si la volvemos a colocar, estando ahora el punto más alto de la escalera, 4 m más bajo que antes, ¿a qué distancia estará ahora el pie de la escalera, de la pared?

7 En la figura hay un hexágono regular ABCDEF de área 180 cm². M y N son los puntos medios de AF y ED, respectivamente. Además, MO||AB; OP||BC; PN||CD y MO = MF = PN. Hallar el área del octógono ABCDNPOM

8 En el triángulo equilátero de la figura, hemos marcado los puntos medios de los lados. ¿Qué fracción del triángulo ocupa el triángulo rojo?

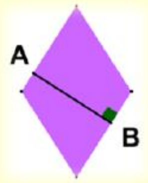


9

10 Dani juega con 5 cartas ABCDE a desordenarlas de la siguiente manera. Cambio 1: coge la carta del centro y la pone la primera: CABDE. Cambio 2: coge la última carta y la pone en medio: CAEBD. El cambio 3 es igual al cambio 1. El cambio 4 es igual al cambio 2, y así sucesivamente. Al realizar el cambio 2022, ¿cómo han quedado ordenadas las cartas?

11

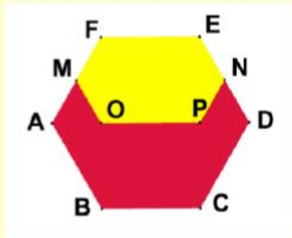
12



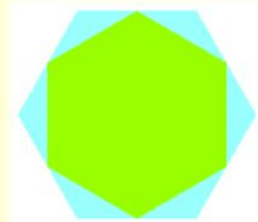
El perímetro y área del rombo es 24 cm y 24 cm². Calcular la longitud del segmento AB

13 Calcular el menor n∈ℕ tal que $2^8 + 2^{11} + 2^n$ es un cuadrado perfecto

14

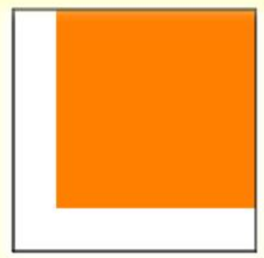


15



16 Inscribimos en un hexágono regular otro hexágono regular cuyos vértices son los puntos medios de los lados del primero. ¿Cuál es el cociente entre las áreas de los hexágonos?

17



18

19 El triángulo acutángulo ΔABC tiene el ángulo en B de 58° y en C de 42°. Además, la bisectriz en A corta al lado opuesto en P. En el triángulo ΔAPC, la bisectriz en P corta al lado opuesto en D. Hallar la medida del ángulo ∠PDA

20

21 Dos corredores A y B parten, a la vez, de una ciudad X hacia otra Y, que está a 30 km. El corredor A va a una velocidad de 4 km/h menos que el B. Cuando B llega a Y, da la vuelta y encuentra a A a 6 km de Y. ¿Cuál es la velocidad del corredor A?

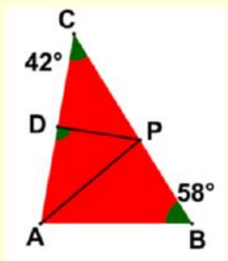
22 El padre de Dani tiene triple edad que Dani. Si sumamos las dos cifras de la edad del padre con las dos cifras de la edad de Dani obtenemos la edad de Dani. Además, la suma de las dos cifras de la edad del padre es igual a la suma de las dos cifras de la edad de Dani. Calcula la edad de ambos.

23 De los naturales a y b se sabe que **a + b** termina en 1 y que $\mathbf{a^2 + b^2}$ termina en 3. ¿En qué cifra termina $\mathbf{a^{2022} + b^{2022}}$?

24 Sobre un cuadrado blanco ha caído encima uno naranja cuyo lado mide 2 cm menos que el blanco, tal como indica la figura. Si la superficie de la zona blanca de la figura, es de 36 cm², ¿cuántos cm mide el cuadrado de color naranja?

25

26



27 Las letras x, y y z representan dígitos diferentes de cero. Halla el número xyz sabiendo que la suma está bien hecha.

$$\begin{array}{r} x\ x \\ y\ y \\ +\ z\ z \\ \hline z\ y\ x \end{array}$$

28 Tenemos 8 tarjetas con los números 2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6 y 2^7. Laia coge unas cuantas y Aitana el resto. La suma de las de Laia supera en 31 a la suma de Aitana. ¿Cuántas tarjetas cogió Laia?

29

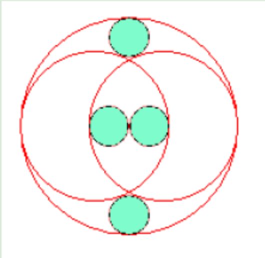
30 Aitana tarda 24 minutos en realizar una determinada tarea, mientras que su sobrino Noa, tarda 3 horas. Si trabajan juntos, ¿cuánto tiempo tardaran en hacer 51 veces la tarea?

31 Cuando un barril está lleno al 30%, tiene 30 litros menos que cuando le falta el 30% para estar lleno. ¿Cuántos litros contiene el barril lleno?

ENERO

LUNES | MARTES | MIÉRCOLES | JUEVES | VIERNES | SÁBADO | DO.

2

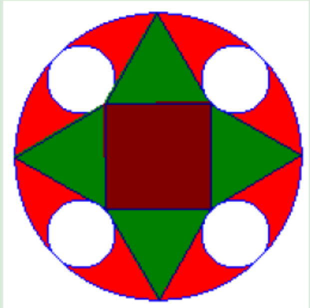


3

En una circunferencia exterior de radio R se han dibujado dos circunferencias medianas iguales y cuatro circunferencias pequeñas. Calculad el radio de las circunferencias.

Jefatura de Ishikawa

4

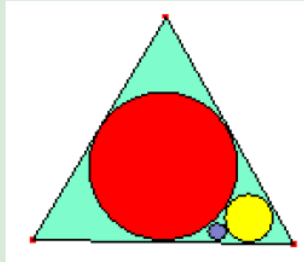


5

Una circunferencia de radio R contiene cuatro circunferencias iguales y otras dos iguales. Calculad el radio de todas las circunferencias.

Jefatura de Fukushima

6 Φ, φ DAY



7

Dado un triángulo equilátero se ha inscrito una circunferencia de radio r.
Otra circunferencia es tangente exterior a la inscrita y a dos lados del triángulo.
Una tercera circunferencia es tangente a un lado y tangente exterior a las dos circunferencias anteriores.
Calculad el radio de las circunferencias.

Jefatura de Saitama

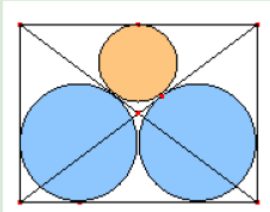
1/8

9

Dos circunferencias de igual radio r son tangentes y cada una de ellas es tangente a dos lados de un rectángulo y a una diagonal. Calculad la medida de los lados del rectángulo y el radio de la circunferencia tangente exterior a las anteriores y tangente al rectángulo.

Jefatura Fukushima

10

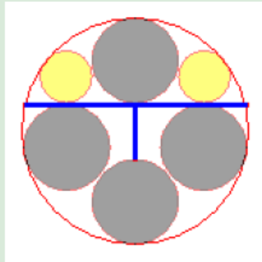


11

Dentro de una circunferencia de radio R se ha dibujado un cuadrado, 4 triángulos equiláteros sobre los lados del cuadrado y 4 circunferencias tangente a la circunferencia exterior y tangente a los lados del triángulo. Calculad el radio de estas 4 circunferencias.

Jefatura Okayama.

12

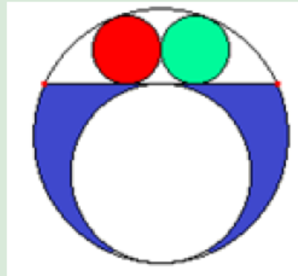


13

En la figura hay dos circunferencias pequeñas de radio r y una grande de radio s en el interior de una circunferencia.
Calculad el diámetro de la circunferencia exterior.

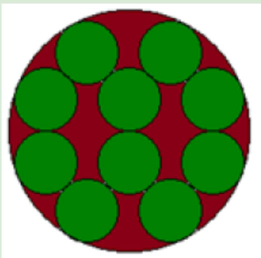
Jefatura de Nagasaki

14



15

16

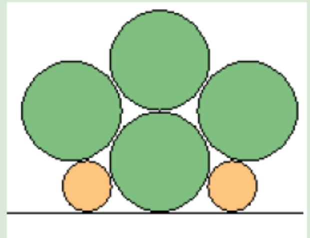


17

La figura tiene seis circunferencias tangentes tres a tres. Hay cuatro grandes iguales y dos pequeñas iguales. Las dos pequeñas y una de grande son tangentes a una recta. Calculad la proporción entre los radios de los dos tipos de circunferencias.

Jefatura de Nagano.

18

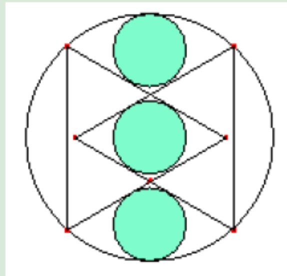


19

En una circunferencia de radio R se han dibujado dos triángulos equiláteros iguales con los lados paralelos. En la intersección de los dos triángulos y en el exterior de los dos triángulos se han dibujado tres circunferencias de igual radio.
Calculad el radio de las tres circunferencias.

Jefatura de Ishikawa

20



21

Dada una recta y dos arcos iguales de radio r tangentes entre ellos y tangentes a la recta, se han dibujado tres cuadrados.
Calculad la medida de los lados de los cuadrados.

Jefatura Fukushima

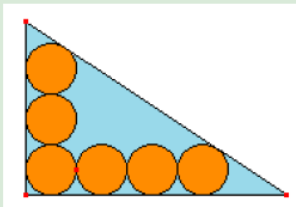
22

23

En una circunferencia se han inscrito diez circunferencias iguales. Determinad la proporción entre el radio de una pequeña y el radio de la circunferencia exterior.

Jefatura Shisouka

24

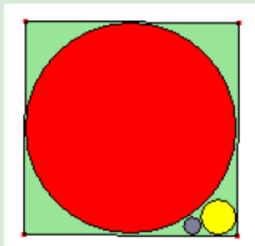


25

En un triángulo rectángulo se han inscrito seis circunferencias iguales y tangentes entre si de radio r.
Calculad la proporción de los catetos.
Calculad la medida de los catetos.

Jefatura de Fukushima

26

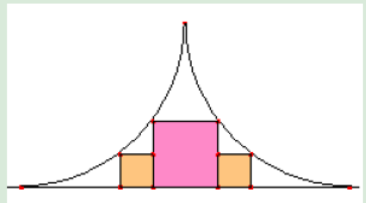


27

Dado un cuadrado se ha inscrito una circunferencia de radio r. Otra circunferencia es tangente exterior a la inscrita y a dos lados del cuadrado. Una tercera circunferencia es tangente a un lado y tangente exterior a las dos circunferencias anteriores Calculad el radio de las circunferencias.

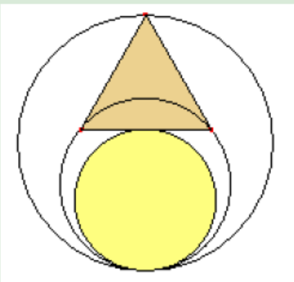
Jefatura de Saitama

28



29

30

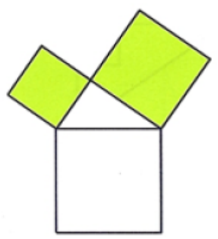


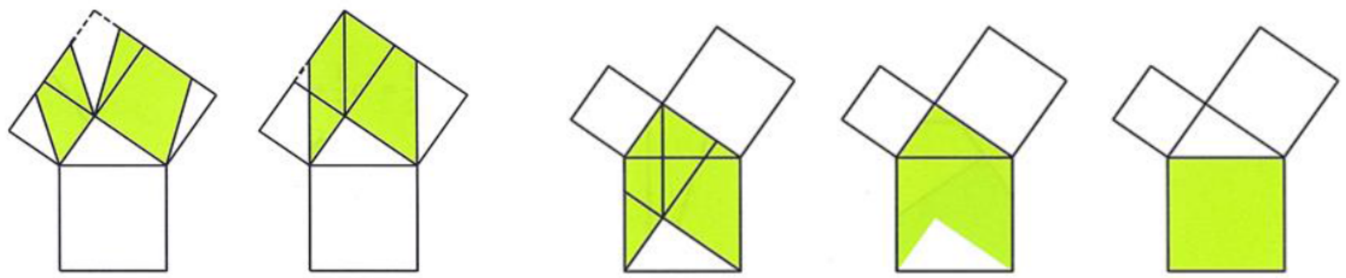
31

En una circunferencia de radio R se han inscrito dos circunferencias tangentes interiores en el mismo punto de tangencia.
El radio de la circunferencia pequeña es r.
Un triángulo equilátero es tangente a la circunferencia pequeña y tiene dos vértices en la circunferencia mediana y el otro en la circunferencia exterior.
Calculad el radio de la circunferencia mediana.

Jefatura Nagasaki

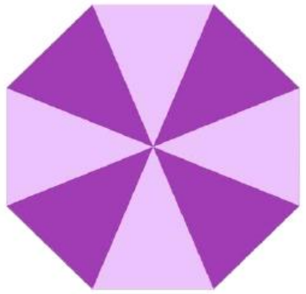
PITÁGORAS VISUAL





FEBRERO

LUNES | MARTES | MIÉRCOLES | JUEVES | VIERNES | SÁBADO | DO.



1 Encontrar el término del desarrollo del binomio $\left(\frac{3}{4}\sqrt[3]{a^2}+\frac{2}{3}\sqrt{a}\right)^{12}$ que contiene a^7

2 ¿Para qué valor de x el quinto término del desarrollo de $\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{1}{2}\right)^{10}$ es igual a 105?

3

4 Encontrad el término central de $\left(\sqrt[-7]{\frac{1}{a}}\cdot\sqrt{a}-\sqrt[7]{\frac{a^{-2}}{\sqrt{a}}}\right)^{n}$, sabiendo que el coeficiente del quinto término es al coeficiente del tercer término como 11 es a 1.

5

6 En el desarrollo del binomio $\left(x^3+\frac{1}{x}\right)^n$ los coeficientes de los términos cuarto y decimoctavo son iguales. Encontrar el término donde aparece x^4

7 e-day

8 En la expresión $\left(\frac{\sqrt[3]{m^2}}{\sqrt[x+1]{m^x}}+m\sqrt[x]{m^{x-2}}\right)^{10}$ Encontrar x para que el término séptimo sea $210m^6$.

9 Encontrad para qué valor de x, la suma del segundo y cuarto término en el desarrollo de $\left(\sqrt{2^{x+1}}+\frac{1}{\sqrt{2^x}}\right)^m$ es igual a $\frac{129}{2}\sqrt{2}$, sabiendo que la suma de los coeficientes binómicos de los tres últimos términos es igual a 11.

10

11 La suma de todos los coeficientes del desarrollo del binomio $\left(\sqrt[3]{x}+\sqrt[-2]{\frac{1}{x}}\right)^m$ es 64. Encontrad el término donde el exponente de x es $\frac{5}{2}$

12

13 El cuarto término del desarrollo del binomio $\left(\frac{\sqrt[3]{5}}{(\sqrt[3]{x})^{10\log x}}+x\cdot\sqrt[\log x^3]{x}\right)^6$ es 100. Encontrar x.

14

15 Encontrar el valor de x en el desarrollo $\left(\sqrt[4]{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^8$, sabiendo que el término que contiene x elevado a un exponente que es $\frac{5}{2}$ el exponente del término siguiente, es 144 unidades más grande que el último término mencionado.

16

17 Encontrad el noveno término de una progresión geométrica, cuyo segundo término es el complejo $\frac{2}{i}$ y la razón $2+i$.

18 Los sistemas $\begin{cases}x-y=a\\2y-x=b\end{cases}$ i $\begin{cases}x+2y=c\\x+y=22\end{cases}$ tienen las mismas soluciones. Encontrad a, b y c sabiendo que a, b y c estan en progresión geométrica.

19

20 Sean a, b y c las longitudes de tres lados de un triángulo. Sabemos que a y b son las raíces del polinomio $x^2-(c+6)x+6(c+3)$. Encontrar el ángulo más grande del triángulo.

21

22 En una progresión geométrica el primer término es el coeficiente del sexto término del desarrollo de $(x+y)^8$, y el quinto término (de la progresión) es el logaritmo de la raíz cuadrada de 2187 en base 3. Calcular:

a) la suma de los diez primeros términos.

b) la suma de toda la serie.

23

24 La distancia entre el Pont de Suert y Vilaller son x Km. Si expresamos esta distancia, sucesivamente, en Km, Hm, Dm, m, dm, cm y mm y sumamos todos estos números obtenemos 12.222.221. Encontrad x.

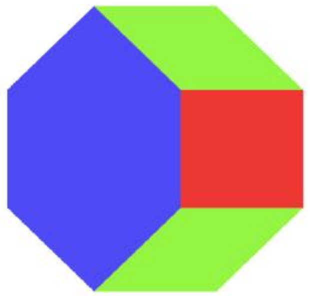
25

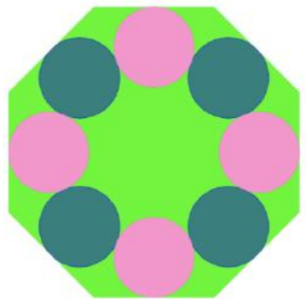
26

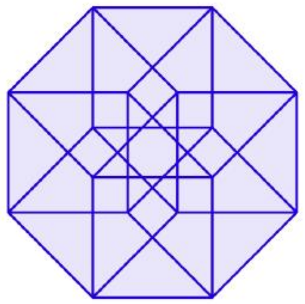
27

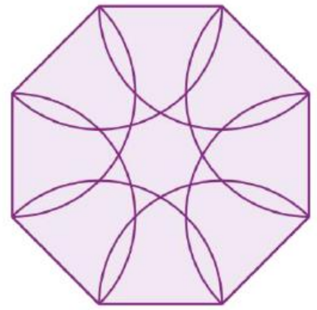
28 Encontrar el coeficiente de x^{13} en esta expresión

$$(x^3+1)^2\left(x^2-\frac{2}{x}\right)^8$$





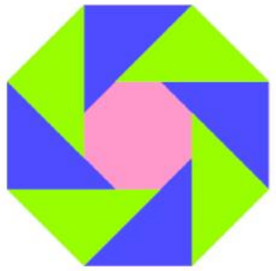


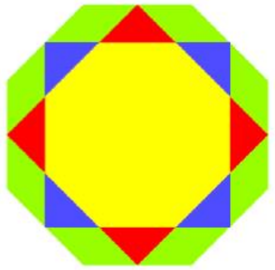


AUTOR: MARIO MESTRE (IES PONT DE SUERT)

MARZO

LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES	SÁBADO	DO.



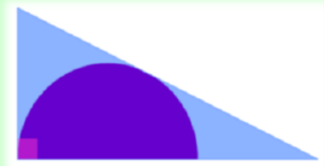


1 Sean a y b naturales. Si a + b y $a^3 + b^3$ terminan en 3, ¿en qué cifra termina $a^2 + b^2$?

2

3 Rafael tiene tres hijos que lo llaman por teléfono regularmente: uno cada tres días, otro cada cuatro días y el último cada cinco días. El último día del 2022 lo llamaron los tres hijos. ¿Cuántos días de 2023 no recibirá ninguna llamada telefónica de ellos?

4



En un triángulo rectángulo de catetos 5 y 12 cm, inscribimos una semicircunferencia como en la figura, ¿cuál es su radio?

5

6 Un triángulo y un trapecio tienen la misma área y altura. Si la base del triángulo mide 18 cm, ¿cuánto mide la longitud de la paralela media del trapecio?

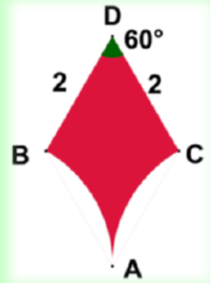
7 Si a, b y c son reales no nulos tales que a + b + c = 0, hallar los valores posibles de:

$$\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}+\frac{c}{|c|}+\frac{abc}{|abc|}$$

8 ¿Cuántos triángulos escalenos hay, de perímetro menor que 13, que tengan la medida de sus lados números enteros?

9 ¿Cuántos trapecios existen que cumplan que su área sea 1400 cm^2, su altura 50 cm y sus bases múltiplos de 8?

10



11 En la figura adjunta DB = DC = 2 cm, ∠BDC = 60°, la longitud de los arcos BA y CA son la sexta parte de la longitud de una circunferencia de radio 2 cm. Hallar el área de la zona coloreada.

12

13 En cada caja de la figura está escrito un número de forma que cada uno de los tres centrales es la media aritmética de los dos que tiene a su lado. Hallar los números escritos en cada caja.

14 π day-1

	26			8

15 ¿Cuál es el mayor natural n tal que 5^n es divisor de **98! + 99! + 100!**?

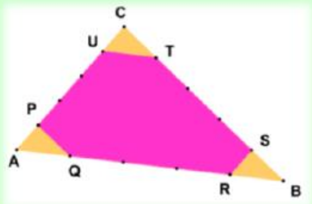
16 La mediana de una lista de cinco naturales es 1 más que la moda y 1 menos que la media. ¿Cuál es la mayor diferencia posible entre dos números de la lista?

17 Tenemos varios naturales. El producto de los dos más pequeños es 16 y el de los dos más grandes 225. ¿Puedes hallarlos?

18 En el rectángulo de la figura, las rectas r y s que pasan por los vértices A y C son perpendiculares a la diagonal BD y dividen a BD en tres segmentos de longitud 1 cada uno. Hallar el área del rectángulo ABCD

19

20



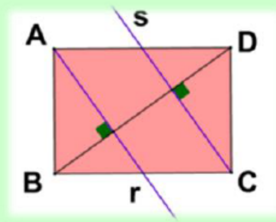
21 Generamos un número de seis cifras N, repitiendo dos veces un número de tres cifras. ¿Es N múltiplo de 143?

22 ¿Para cuántos naturales n, menores que 100, se verifica que n^n es un cuadrado perfecto?

23

24 Consideremos 2023 puntos algunos de color azul y los demás verdes. Asignamos a cada punto una fracción cuyo numerador es el número de puntos del otro color y el denominador es el número de puntos de su color (incluido él), ¿Cuál es la suma de las 2023 fracciones?

25



26

27 Se tiene un triángulo ΔABC. Cada lado se ha dividido en cinco partes iguales (utilizando el procedimiento de Tales). Hallar la proporción entre el área de ΔABC y la del hexágono PQRSTU

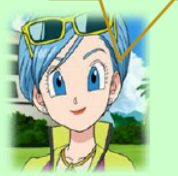
28

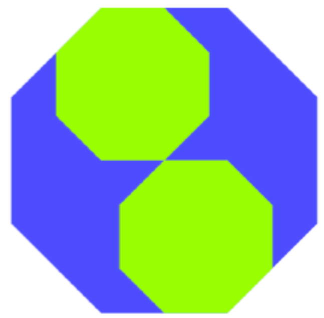
29 Dani, algunas tardes, ayuda a repartir mercancías junto a su padre. Una tarde tienen previsto recorrer 210 km. Al final resulta que han alcanzado una velocidad media 5 km/h más de la que habían previsto y han llegado una hora antes de lo esperado. ¿Qué velocidad media han alcanzado?

30

En la figura: AB = AC; ∠BAD = 30°; AE = AD. Hallar x

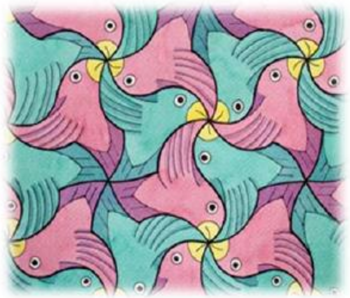
31 ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número que sea impar y con todos sus dígitos diferentes, si elegimos al azar un número entre 1000 y 9999?

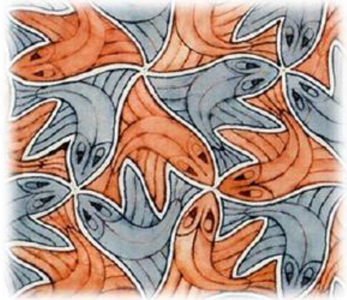




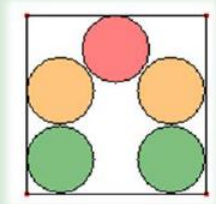
ABRIL

LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES	SÁBADO	DO.





1

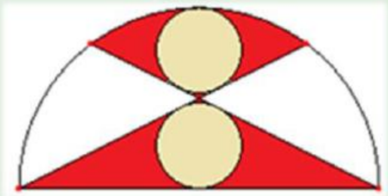


Cinco circunferencias iguales, de radio r están en el interior de un cuadrado de lado c. Calculad r/c. *Jefatura de Hyogo*

2

3 **4**

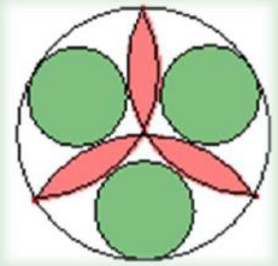
En un semicírculo de radio R se han inscrito dos circunferencias iguales (ver figura). Calculad el radio de las circunferencias.
Jefatura de Aichi



5

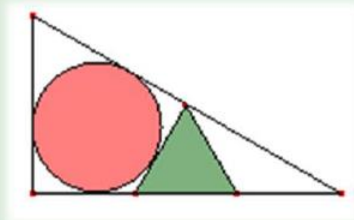
Un triángulo rectángulo está inscrito en una circunferencia. Se han dibujado tres circunferencias tangentes a la circunferencia anterior y a los lados del triángulo. Sean r_1, r_2 los radios de las circunferencias tangentes a los catetos. Sea R el radio de la circunferencia tangente a la hipotenusa.
Determinad la relación entre los tres radios.
Jefatura Nagasaki

6



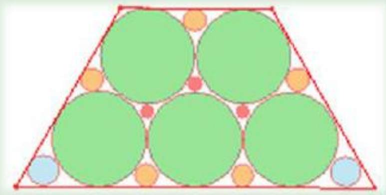
7 **8**

El cateto pequeño del triángulo rectángulo es c. Calculad el radio de la circunferencia y el lado del triángulo equilátero.
Jefatura Ehime



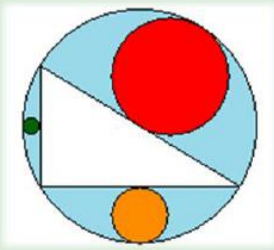
9

10 **11**



El radio de las cinco circunferencias verdes tangentes a los lados del trapecio es r, calculad el radio de los otros tres tipos de circunferencias.
Jefatura de Gunma

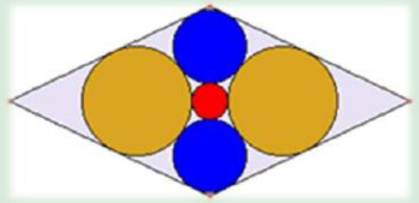
12



13

En la figura las tres circunferencias verdes son iguales y tangentes cada una de ellas a una circunferencia exterior y a dos arcos. Determinad la proporción entre los radios de los dos tipos de circunferencias.
Jefatura de Yamagata

14 **15**



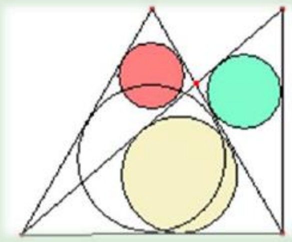
Cuatro circunferencias de radios R y r son tangentes a los lados de un rombo. Una quinta circunferencia de radio s es tangente a las cuatro anteriores. Calculad el valor del radio R en función de los radios r y s
Jefatura de Nagano

16

17

Calculad la proporción entre las áreas de la suma de los seis círculos iguales tangentes a doce arcos iguales de circunferencia y el área del círculo exterior.
Jefatura Nagasaki

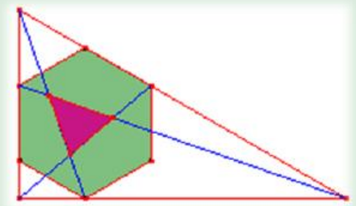
18



19

En la figura el lado del triángulo equilátero es 1. El triángulo rectángulo tiene el cateto vertical igual a la altura del triángulo equilátero. Calculad los radios de las tres circunferencias sombreadas.
Jefatura Yamagata

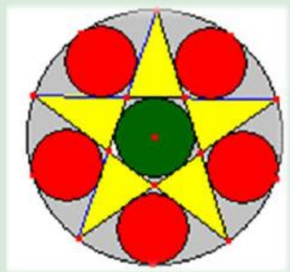
20



21

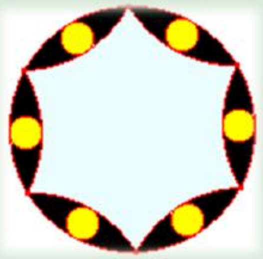
En un triángulo rectángulo se ha inscrito un hexágono regular (ver figura). Calculad la razón de proporcionalidad de sus áreas. Los vértices del triángulo rectángulo se han unido con vértices del hexágono regular. Calculad la proporción entre las áreas del triángulo y del hexágono regular.
Jefatura Iwate

22



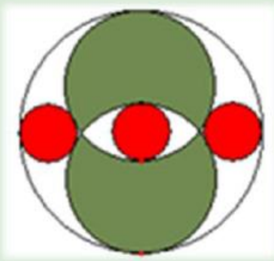
23

24



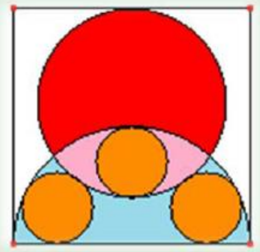
25 **26**

En una circunferencia se han dibujado cinco circunferencias. Las tres rojas iguales y las otras dos iguales y tangentes interiores. Calculad la proporción entre los radios. *Jefatura de Hyogo*



27 **28**

Dado un cuadrado de lado 2a dibujamos un semicírculo sobre el lado inferior como diámetro. Construimos una circunferencia de radio R con centro en la mediatriz del diámetro del semicírculo y tangente al lado superior. Tres circunferencias de radio r son tangentes a la semicircunferencia y a la circunferencia anterior. Calculad la proporción entre los radios de los dos tipos de circunferencia.
Jefatura de Iwate.



29

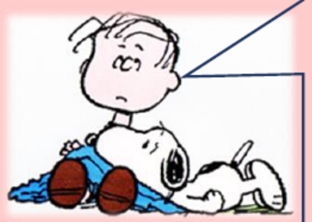
Consideremos el pentágono regular estrellado y su circunferencia inscrita de radio r. Sean las cinco circunferencias tangentes, de radio s, al pentágono regular estrellado y a su circunferencia circunscrita. Calculad la proporción: s/r
Jefatura de Nagano

30

MAYO

LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES	SÁBADO	DO.

1



2 Dani mezcló en una jarra zumo de naranja concentrado con agua al 50%. Aitana se bebió la mitad de la mezcla y para disimular, rellenó la jarra con agua. Después vino Aitana, que se bebió la mitad y volvió a disimular rellenando la jarra con zumo de naranja concentrado. ¿Qué fracción del líquido es ahora agua?

3 Aitana ha escrito todos los naturales desde el 100 hasta el 199, ambos inclusive, i Laia ha borrado todas las cifras que son números primos. ¿Cuántas cifras ha borrado Laia?

4 Laia recogió un cesto de naranjas del huerto familiar. Le dio la mitad a Dani, 3 naranjas a Aitana, 4 a Carles y se quedó 6 para ella. ¿Cuántas naranjas recogió Laia?

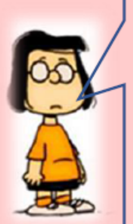
5

6 Laia y Aitana saltan a la comba, pero a ritmos diferentes. Por cada dos saltos que da Laia, Aitana da siete. Las dos empiezan a saltar a la vez y cuando Laia ha dado cien saltos se para, mientras que Aitana aún ha seguido y ha dado cincuenta saltos más. ¿Cuántos saltos ha dado Aitana en total?

7

8 Obviamente, 10 = 5 · 2. ¿Cuántos números de dos cifras son el producto de dos números de una sola cifra?

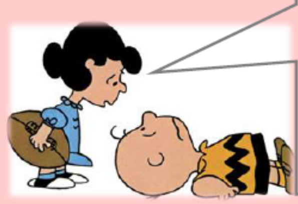
9



10 Las operaciones están bien hechas. Letras diferentes representan cifras diferentes. Halla el valor de cada letra

```
    A M O         A M O
        A             A
+ A D A N     + H A D A
---------     ---------
  O N D A       M I M O
```

11



12 DÍA DE LAS MATEMÁTICAS

Noa es muy pequeñín. Come cada cuatro horas y hace caca cada dieciocho. El lunes a las 10 ocurrió el terrible momento en que hizo las dos cosas a la vez, lo cual asustó mucho a su madre, Tània. ¿Cuándo volverán a coincidir ambos eventos por primera vez?

13 Comenzamos con los números: 1, 2 y 3. El cuarto número es la suma de los tres anteriores: 6 y el quinto, la suma de los tres anteriores: 11. Si seguimos así ¿qué número ocupará la posición vigésima?

14

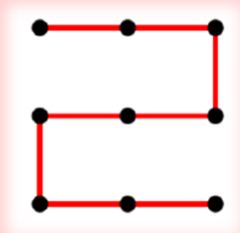
15

16 Dani juega con sus relojes de arena que tienen todos treinta minutos de duración. Da la vuelta a uno y cada ocho minutos va dando la vuelta a un nuevo reloj. Justo cuando lleva cuarenta y siete minutos, ¿cuántos relojes tendrán todavía arena sin caer en su parte superior?

17 Cuando Rafa va por autovía circula a 120 km/h y cuando va por carretera nacional va a 90 km/h. Hoy a recorrido 560 km en 5 h. ¿Cuánto tiempo va por autovía?

18 ¿Cuál es el menor número de 7 cifras que es múltiplo de 73? ¿Y el mayor número de 7 cifras múltiplo de 73?

19



20 Aitana quiere poner en su móvil una clave de desbloqueo que cumpla estas condiciones: Tiene que empezar en el vértice superior de la izquierda, ha de pasar por los 9 puntos sin cruzarse nunca con ningún camino anterior y todos los trazos han de ser horizontales o verticales, pero no valen oblicuos. Aquí te mostramos una posible clave. ¿Cuántas claves diferentes tiene Aitana para elegir?

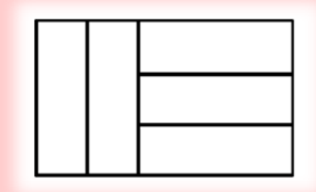
21

22 ¿Cuál es el producto entre el mayor múltiplo de 17 de 6 cifras y el menor múltiplo de 31 de 6 cifras?

23

24 Dani, Laia y Aitana juegan con números de dos cifras. Cada uno escribe un par de ellos y comunica solo uno de los dos. Dani comunica el 14, Laia el 20 y Aitana el 36. Y lo que son las casualidades ¡los tres productos de cada pareja dan el mismo resultado! ¿Cuáles son los números no comunicados por Dani, Laia y Aitana?

25



26 Laia y Aitana están diseñando una bandera con cinco franjas: dos verticales y tres horizontales y pueden utilizar los colores verde, rojo y azul. Si se prohíbe que dos franjas que se toquen tengan el mismo color, ¿cuántas banderas son posibles?

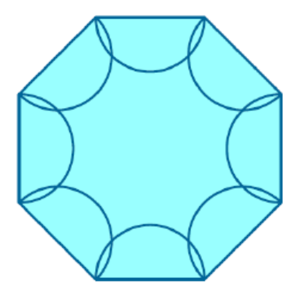
27 El número que resulta de multiplicar por 10101 el número formado por doscientos cincos ¿es múltiplo de tres?

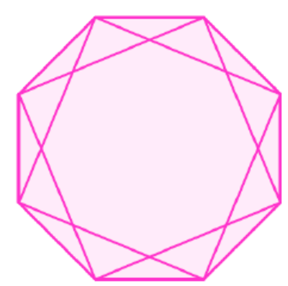
28

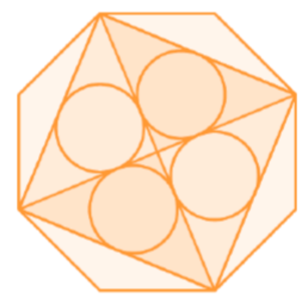
29

30 Laia y Aitana escriben, cada una de ellas, un número de 3 cifras; Ferran y Carles escriben, cada uno, un número de una sola cifra y Dani escribe un 9. Al sumarlos todos se obtiene 2022. ¿Cuánto suman todas las cifras de los números de los cinco familiares?

31 En una bolsa hay 8 bolas rojas, 10 negras y 12 azules. Extraemos bolas una a una y sin mirar dentro de la bolsa, ¿cuántas hemos de extraer para asegurar que tenemos 2 rojas?







 (OCTÓGONOS: ALEJANDRO GALLARDO @alegallardo28)

AUTOR: COLECTIVO "CONCURSO DE PRIMAVERA" (http://www.concursoprimavera.es/#concurso)

JUNIO

LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES	SÁBADO	DO.



1

Sea ABCDEFG un heptágono regular de lado 1. Demostrar que se cumple la relación:

$$\frac{1}{AC}+\frac{1}{AD}=1$$

2

Se escriben en la pizarra 5 enteros positivos (no necesariamente distintos) y se calculan todas las posibles sumas de parejas de estos números. Los únicos resultados obtenidos son 31, 38 y 45 (algunos de ellos, varias veces). ¿Cuáles son esos 5 números?

3

Sea S un conjunto de n elementos. Sea $p_n(k)$ el número de permutaciones de los elementos de S que dejan exactamente k elementos fijos. Demostrar:

$$\sum_{k=0}^{n} kp_n(k) = n!$$

IMO, 1987, PROBLEM 1

4

5

Si α, β y γ ∈ℝ son los ángulos de un triángulo no rectángulo, demostrar que:

$$\tan(\alpha)+\tan(\beta)+\tan(\gamma) = \tan(\alpha)\cdot\tan(\beta)\cdot\tan(\gamma)$$

6

¿Cuántos divisores impares tiene 20!?

7

Encontrar todos los polinomios P(x) y Q(x) con coeficientes reales que cumplen:

$$P(Q(x)) = (x-1)\cdot(x-2)\cdot(x-3)\cdot(x-4)$$

8

En cada casilla de un tablero mxn se encuentra un número real. Se permite cambiar todos los números de una fila o columna tantas veces como queramos. Demostrar que puede conseguirse que las sumas de los elementos de cada fila y cada columna sean no negativas para cualquier configuración inicial

ALL SOVIET UNION COMPETITION 1961. P 7

9

Sea a_1, a_2, …. una PA no constante de números reales: Supongamos que existen enteros primos entre si p, q > 1 para los que a_1^2, a_{p+1}^2 y a_{q+1}^2 son también elementos de la misma sucesión. Demostrar que todos los términos de la sucesión son enteros

Indian National Mathematical Olympiad, 2016, problem 6

10

Sean x, y y z reales distintos y distintos de 1 y además:

$$\frac{yz-x^2}{1-x}=\frac{xz-y^2}{1-y}$$

demostrar que ambas fracciones son iguales a x + y + z

Olimpiada Iberoamericana, 1985, problema 4

11

12

Consideremos un polígono convexo de área A y perímetro P. Demostrar que existe un círculo de radio A/P contenido en el interior del polígono

ALL SOVIET UNION COMPETITION 1966, P 7

13

Sea n∈ℕ. Demostrar que la suma de todas las fracciones 1/(pq) donde p y q son primos relativos tales que 1≤p<q≤n y p+q > n es 1/2

14

Sobre una mesa hay 100 tarjetas numeradas desde el 1 al 100. Se eligen 25 de ellas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que la suma de los números elegidos sea par?

15

Demostrar que si x, y ∈]-1, 1[, entonces:

$$\left|\frac{x-y}{1-xy}\right| = \frac{|x|+|y|}{1+|xy|}$$

OME, fase local 2004, problema 7

16

Consideremos el conjunto:

S = {1, ½, 1/3, ¼, …… , 1/1000}

Repetimos el siguiente proceso hasta que solo quede un elemento en S: elegimos dos números x, y∈S y los sustituimos por el número x + y + xy. Demostrar que el último número no depende de los números elegidos en cada paso y calcularlo.

17

Hallar todas las formas de expresar 2003 como suma de los cuadrados de dos enteros.

OME, fase local 2004, problema 9

18

19

Dado un conjunto M de 1985 enteros positivos, ninguno de los cuales tiene un divisor primo mayor que 26, demostrar que podemos encontrar 4 elementos distintos de M cuya media geométrica es un entero

IMO, 1985, P 4

20

Diremos que una circunferencia es un separador de un conjunto de 5 puntos en el plano si pasa por 3 de ellos y los otros dos, uno está dentro y otro está fuera. Demostrar que todo conjunto de 5 puntos que no contiene 3 puntos alienados ni 4 concíclicos tiene exactamente 4 separadores

IMO, SHORTLIST GEOMETRY, 1999, P 2

21

Hallar el valor del real m para que el polinomio

$$x^4-\frac{3\sqrt{2}}{2}x^3+3x^2+mx+2$$

tenga dos raíces reales, una inversa de la otra

22

En un cuadrado ABCD se traza una circunferencia que pasa por el vértice A y por los puntos medios de BC y CD. Determinar si es mayor la longitud de la circunferencia o el perímetro del cuadrado.

23

Sea P un punto interior de un triángulo equilátero ΔABC tal que PA = 5, PB = 7 y PC = 8. Hallar la longitud de un lado del ΔABC.

Olimpiada Iberoamericana, 1985, problema 2

24

Sea P(x) un polinomio con coeficientes enteros tal que la ecuación P(x) = 7 tiene al menos cuatro soluciones enteras. Demostrar que la ecuación P(x) = 14 no tiene soluciones enteras.

25

26

Dado k∈ℕ, sea A_k el subconjunto de {k+1, k+2,…,2k} formado por los números que en base 2 tienen exactamente tres unos y sea f(k) el número de elementos de A_k. Demostrar que f(k)=m tiene al menos una solución ∀m∈ℕ. Hallar los m∈ℕ para los que la ecuación tiene una única solución.

27

Sean p y q enteros tales que:

$$1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots-\frac{1}{1318}+\frac{1}{1319}=\frac{p}{q}$$

Demostrar que 1979|p

IMO, 1979, PROBLEM 1

28

Se considera un triángulo cuyos lados son los lados de un pentágono, hexágono y decágono regulares inscritos en circunferencias de radio 1. Demostrar que el triángulo es rectángulo

29

Supongamos que α y β son reales que cumplen las ecuaciones:

$$\alpha^3-3\alpha^2+5\alpha-17=0$$
$$\beta^3-3\beta^2+5\beta+11=0$$

Calcular α + β

30

Sean x, y y z tres reales tales que:

$$0<x<y<z<\frac{\pi}{2}$$

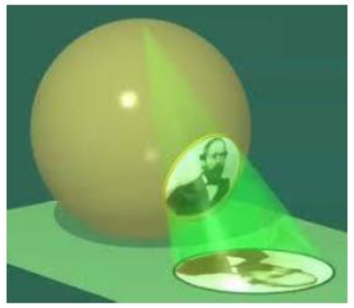
Demostrar que:

$$\frac{\pi}{2}+2\sin x\cos y+2\sin y\cos z>\sin 2x+\sin 2y+\sin 2z$$

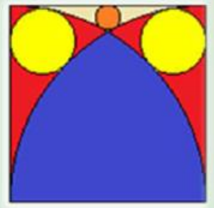
Olimpiada Iberoamericana, 1989, problema 2

JULIO

LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES	SÁBADO	DO.

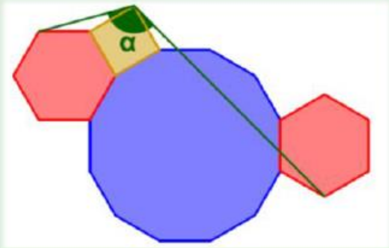


1 En la figura hay un cuadrado, dos cuadrantes y tres circunferencias, dos de ellas iguales. Calculad la razón de sus radios



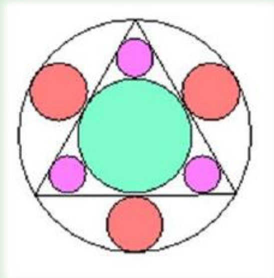
2

3



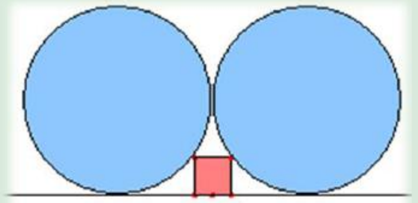
4 Dodecágono, hexágonos regulares y cuadrado. Hallad razonadamente α

5



6 Ocho circunferencias son tangentes exteriores dos a dos y todas son tangentes exteriores a otra.
Calculad la proporción entre los radios de los dos tipos de circunferencias.
Calculad la proporción entre las áreas de la suma de las ocho azules y la roja.

7

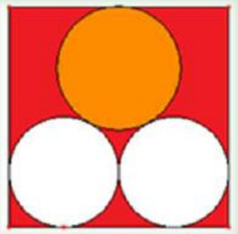


8 Dos circunferencias tangentes de radio R son tangentes a una recta. Dos vértices de un cuadrado tocan las dos circunferencias y los otros dos vértices están sobre la recta.
Determinad el lado c del cuadrado en función de R.
Jefatura de Okayama

9

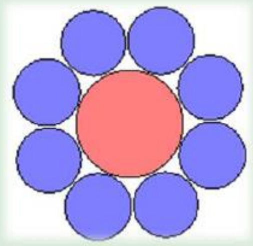
10 En el interior de un cuadrado hay tres circunferencias, dos de ellas con el mismo radio, tangentes dos a dos. Calculad la proporción de los radios de las circunferencias.
Jefatura Aichi

11

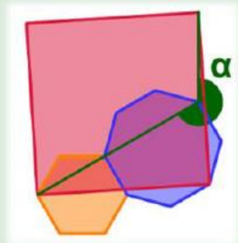


12 En una circunferencia de radio R se ha inscrito un triángulo equilátero. Se han dibujado 7 circunferencias. Una inscrita al triángulo, tres tangentes exteriores al triángulo y tangentes a la primera circunferencia. Y, finalmente, tres tangentes interiores a dos lados del triángulo y a la circunferencia inscrita. Calculáis los radios de las circunferencias.
Jefatura de Chiba

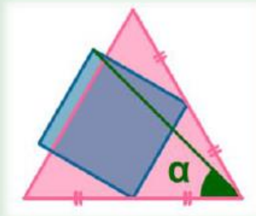
13



14 Hexágono, octógono regulares y cuadrado. Hallad razonadamente α

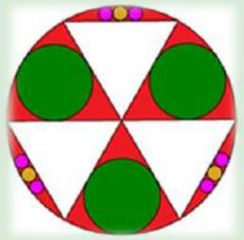


15 Triángulo equilátero y cuadrado. Hallad razonadamente α



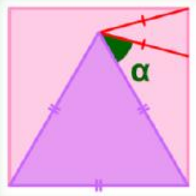
16

17

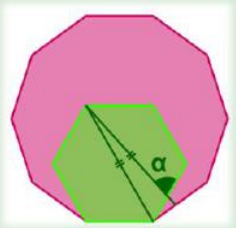


Templo Suwa Nagano.

18 Cuadrado y triángulo equilátero. Hallad razonadamente α

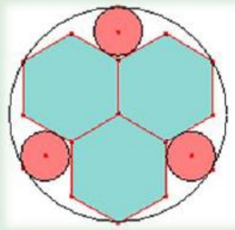


19 Decágono y hexágono regulares. Hallad razonadamente α



20 En una circunferencia de radio R hay inscritos tres hexágonos regulares iguales y tres circunferencias también iguales, cada una de ellas tangente a la circunferencia exterior y a un lado de dos hexágonos.
Calculad el radio de las circunferencias.
Jefatura de Gunma. Satimiya Shrine, 1824

21



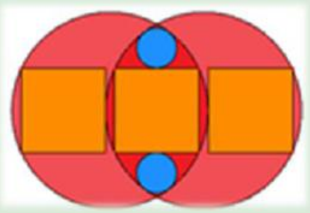
22 π day-2

En el sangaku hay una circunferencia de radio R y 6 circunferencias de igual radio en su interior. Tres tangentes dos a dos y dos de ellas tangentes a una cuerda. Tres inferiores tangentes y alineadas. Tres de estas son tangentes interiores a la circunferencia de radio R. Calculad el radio de las 6 circunferencias.
Templo Suwa Nagano. 1879

23

24/31 Circunferencia exterior de radio R, tres triángulos equiláteros, tres circunferencias tangentes a dos triángulos y a la circunferencia exterior, tres circunferencias tangentes en el punto medio del triángulo equilátero y tangente a la circunferencia exterior, seis circunferencias cada una tangente a dos circunferencias y junto al triángulo. Calculad los radios de los tres tipos de circunferencias.

25 Templo Suwa Nagano. 1879

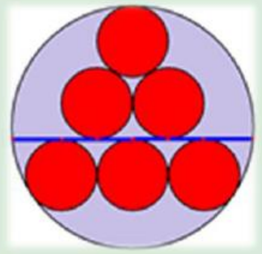


26 En dos circunferencias de igual radio R secantes se han inscrito tres cuadrados iguales. El cuadrado central está inscrito en la intersección de las dos circunferencias. Los cuadrados laterales son tangentes a las dos circunferencias. Dos circunferencias iguales, son tangentes a las circunferencias de radios R y a los lados del cuadrado central. Determinad la medida del lado del cuadrado y el radio de la circunferencia tangente.

27

28 En el sangaku se muestra una circunferencia de radio R, un rombo con una diagonal el diámetro de la circunferencia y el ángulo agudo de 60°. En el rombo ha inscrito un cuadrado Comprobad que las cuatro circunferencias tienen el mismo radio.
Templo Suwa Nagano. 1879

29



30