SOLUCIONES

PRUEBA INDIVIDUAL 12-14:

Problema 1

$12^{12} = 2^{24} \times 3^{12}$
Luego deben aparecer 24 veces el dos y 12 veces el tres en la factorización de N!
El menor número que cumple esta condición es N = 28.

Problema 2

Llamemos P al punto seleccionado y tracemos todas las perpendiculares.
Si unimos el punto P con los vértices del polígono, éste queda dividido en 32 triángulos rectángulos (en general distintos).
Construyamos una ecuación igualando la superficie de todo el polígono a la suma de las superfícies de todos los triángulos.
Agrupando los triángulos por pares que tienen la base en el mismo lado y la altura común se llega, simplificando, a que 16 veces la apotema es igual a la suma de todas las perpendiculares.
Así pues la suma de las perpendiculares vale 16 × 5= 90 m.

Problema 3

Llamemos *x* a la distancia pedida.
Al trazar el plano horizontal la sección piramidal superior obtenida es semajante a la pirámide original.
Por tanto, la proporción entre los cuadrados de las alturas es igual a la proporción entre las áreas. Así:

$$\frac{x^2}{10^2} = \frac{S_{Total}}{\frac{1}{2}S_{Total}}$$

Despejando *x* y simplificando se llega a que $x = \sqrt{50}$ m

Problema 4

Sean *x* y *P* - *x* los pesos de los dos fragmentos.
Hay que demostrar que $kx^2 + k(P-x)^2 < kP^2$ (*k* constante de proporcionalidad)
Operando y simplificando en esta igualdad se llega a que $kx^2 - kPx < 0$
O sea, $kx(x-P) < 0$, que es cierto pues $x > 0$ y $x - P < 0$.