S.
E.
M.
C.
V.
AL-KHWARIZMI

PROBLEMES OLÍMPICS

Revista de problemes de Matemàtiques

Número 3. Febrer 2000

Omnipoliedre. J. Antonio Mora Sánchez

La resolució de problemes és un procés, no un procediment pas a pas o una resposta que cal trobar; és, fonamentalment, un viatge, no una destinació.

Els bons resolutors de problemes es poden identificar pels processos o actituds mentals que desenvolupen. Quatre característiques ajuden a identificar als bons resolutors de problemes: desig, entusiasme, equipament matemàtic i heurístic, i talent per a fer-se preguntes i triar camins que condueixen a les solucions.

- Desig de apropar-se al problema, acceptar el repte, córrer el risc, trobar una resposta, comprendre una qüestió, descobrir un nou coneixement o construir una nova solució.

- Entusiasme per a continuar endavant amb la resolució. Determinació per a investigar una vegada superat el primer obstacle i perseverança per a continuar. Flexibilitat per a tractar diverses situacions i per a plantejar-se més qüestions una vegada resolt el problema original.

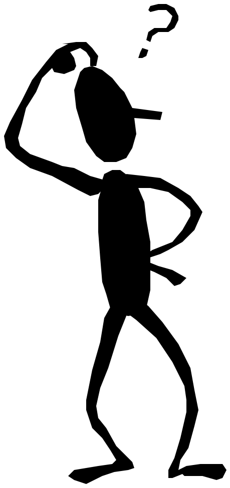
- Equipament matemàtic vol dir comprensió de conceptes, relacions i processos matemàtics fonamentals. Equipament heurístic vol dir capacitat de conjecturar, resoldre problemes més fàcils, fer dibuixos, gràfiques, taules; trobar regularitats, fer prediccions i aplicar els resultats a situacions noves.

Com passa amb altres coses, la millor manera de fer-se un expert resolutor de problemes es fent molts problemes. I, clar, per fer-se un expert resolutor de problemes difícils, n'hi ha que fer molts problemes difícils. La nostra pretensió és contribuir a aquesta tasca, i, de pas, afavorir la preparació dels nostres estudiants per a la seua participació a la XI Olimpíada Matemàtica de la Societat. Per cert, podem avançar-vos que la fase provincial tindrà lloc este any a Torrent el 13 de Maig i la Fase autonòmica a Castelló.

Ací teniu el número III de la nostra revista "Problemes Olímpics". Com en altres ocasions, proposem activitats per al primer cicle (nivell A) i per al segon cicle (nivell B), amb les seues solucions. Indiquem també el grau de dificultat (en una escala creixent de 10 a 50 punts). Esperem que aquesta nova col·lecció d'activitats siga útil per a tots. Eixe es el nostre desig. Bon profit!.

Maurici Contreras del Rincón (coordinador)
Agustí Ballesteros Colom
Josep Antoni Chaveli Gascón
Dolors Delgado Ortega
Mari Carme Olivares Iñesta
Tomás Queralt Llopis

PROBLEMES NIVELL A (2on. ESO)



1.- EL “SEVILLANO”

Als anys 60 hi havia un tren que feia el trajecte Barcelona – Sevilla i Sevilla – Barcelona que era popularment conegut com “El sevillano”. Si un tren sortia de Barcelona a 70 km/h i, a la mateixa hora, un altre ho feia de Sevilla a 60 km/h. En trobar-se, quins dels dos estava més a prop de Sevilla?

2.- ANEM DE COPES

Com pots posar quatre copes de manera que el seus peus estiguen tots a la mateixa distància?

3.- DESTAPA’T, QUE FA CALOR

Has de trobar un nombre, amb 10 xifres diferents (0, 1, 2, 3, ..., 8 i 9), de manera que si el tapem i el comencen a destapar per l’esquerra, la primera xifra siga divisible per 1, si continuem destapant, les dues primeres siguen divisibles per 2, les tres primeres per 3 i així successivament.

Per exemple, si formem el 4651709823: 4 és divisible per 1, 46 és divisible per 2, 465 és divisible per 3. Però 4651 no és divisible per 4. Aquest no val.

De quin nombre es tracta?

4.- EDIFICIS!

A un carrer hi ha 100 edificis. Es crida a un fabricant de nombres perquè pose el nombre corresponent, de l’1 al 100, a cada casa. Pots dir quants nombres 9 li caldran?

5.- ELS TRES BARRETS BLANCS

Al País del Rei Tarumba hi havia el costum d'indultar un pres el dia de l'aniversari del monarca. Aquest va baixar a un calabós on tenia tancats 3 presoners i els hi va dir: "En aquest sac tinc 3 barrets blancs i 2 negres. Us posaré un a cadascun i podreu veure el color del barret que porten els altres, però no el del vostre. El que encerte el color del seu barret quedarà lliure. Però ah!, no vull casualitats. M'haurà de justificar la seva resposta". Un cop dit això va fer que, mentre estaven de cara a la paret, els hi posaren un barret a cadascú. Una vegada amagats els barrets sobrers, va deixar que es giraren. Els tres presoners es van mirar en silenci i, quan el rei anava a donar per acabada la prova, van cridar al mateix temps...

Sabent que els tres van encertar, quin color van dir els tres presoners?. Com van endevinar-ho?

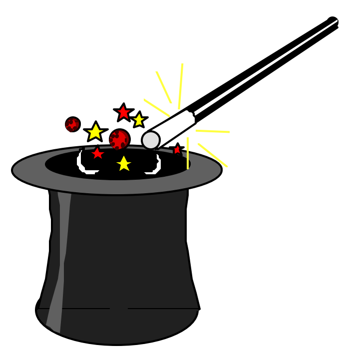
6.- AVÍS PER NAVEGANTS

Un vaixell fondejat al port té desplegada una escala per poder embarcar en els bots. L'escala, des de coberta fins a l'aigua, té 18 graons de 30 cm d'alçada cadascun. La marea puja a raó de 10 cm per hora. Quants graons cobrirà després de 9 hores?

7.- L'ART D'ENDEVINAR NOMBRES

Un mag li va donar les següents instruccions a una persona del públic:

a) Pensa un nombre.
b) Suma-li 2.
c) Multiplica el resultat per 3.
d) Resta 5.
e) Resta el nombre que havies pensat.
f) Multiplica el resultat per 2.
g) Resta'n 1.



Seguidament li va demanar el resultat que havia obtingut i, després de mirar-lo un moment va endevinar el nombre. Com t'ho faries tu per endevinar-ho?

8.- LES ENCAIXADES

Les persones que van assistir a una reunió es van saludar fent-se encaixades de mans. Un dels assistents va comptar que en total hi havia hagut 66 encaixades. Quanta gent hi havia a la reunió?

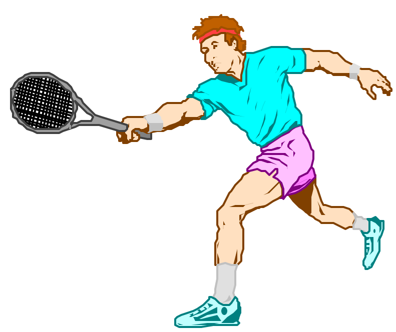
9.- L'AMPOLLA-LLIT I EL RASPALL-NEVERA

La família Quinpoclloc viu en un pis molt xicotet que té sis habitacions. Aquestes són tan xicotetes que a cadascuna d'elles hi cap només un moble. En tenien 5: un llit, una taula, un sofà, la nevera i la cuina. Així que no tenien més que una habitació lliure. Un bon dia van decidir intercanviar el llit i la nevera. Per fer-ho van fer un pla d'acció dibuixant-se un plànol i agafant cinc objectes que representaven el mobles: l'ampolla representava el llit, el raspall la nevera (tal com pots observar al dibuix) i la ratera, la planxa i el saler els altres tres mobles. L'operació era complexa ja que, recordem, només hi cap un moble a cada habitació. Els hi pots ajudar a fer el canvi?

ampolla		saler
raspall	planxa	ratera

10.- LA QUINIELA

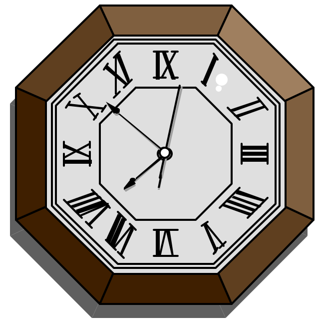
Quantes apostes diferents es poden fer en el joc de la quiniela de futbol?.



11.- TENIS

Els campionats de tenis donen molta feina als seus organitzadors. Dels 128 jugadors qui participen cada any ha d'eixir el campió per mig d'un sistema eliminatori: quan un jugador perd un partit, aquest és eliminat. Quants partits han de fer-se per a trobar un guanyador?

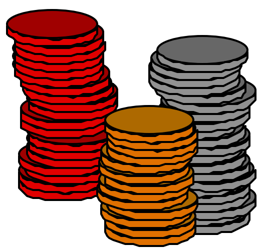
12.- RELLOTGES



Quan no n'hi havia rellotges mecànics, era més difícil fer el dinar. Tenim dos rellotges d'arena: un de 3 minuts i un altre de 8 minuts. Com pots cuinar un plat que té que bullir 13 minuts?

13.- SARDINES

Vint i set sardines i mitja a pesseta i mitja la sardina i mitja, quant costaran?

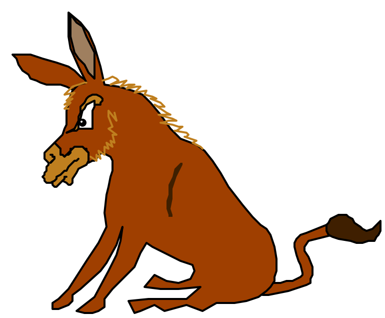


14- FER CANVIS

Quantes possibilitats n'hi ha de canviar 50 euros en bitllets, tenint en compte que n'hi ha bitllets de 50, 20, 10 i 5 euros?

15.- FENT CANVIS

Encara hi ha llocs on es fan canvis com el següent:

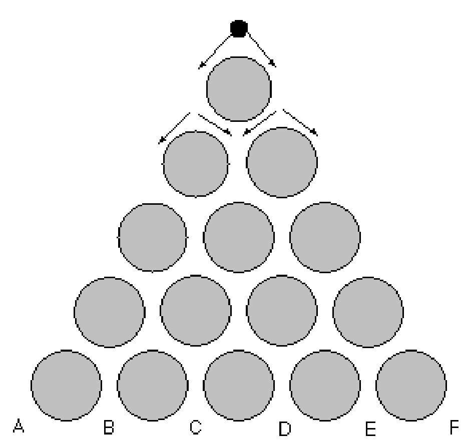


- Una cabra i un mul es canvien per un cavall.
- Un mul es canvia per una cabra i un poltre.
- Per tres poltres et donen dos cavalls.

Vaig canviar un mul per cabres. Quantes cabres vaig rebre?

16.- CAMINS

Deixem caure aquesta bola negra, de manera que des de cadascun dels cercles pot caure per la dreta o per l'esquerra. Quants camins diferents pot recórrer la bola negra per a caure als punts A, B, C, D, E i F respectivament?



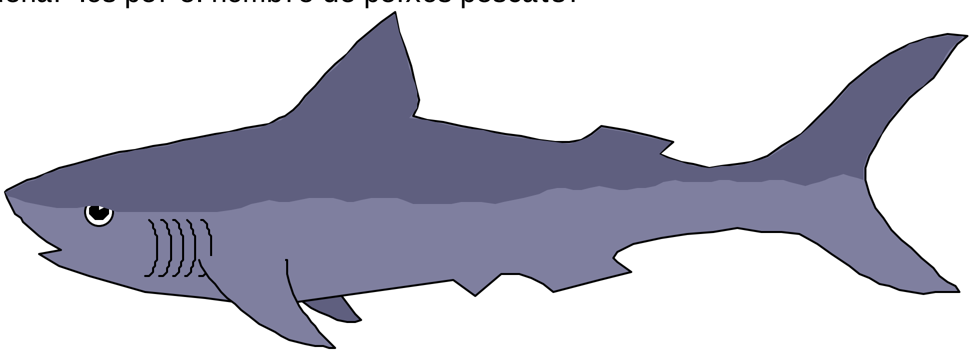
PROBLEMES NIVELL B (4rt. ESO)

1.- SUMEN CINC

Et proposem un problema complicat si no fas un pla. Quants nombres hi ha entre 1 i 1000 de forma que la suma de les seues xifres siga cinc?

2.- ELS PEIXOS

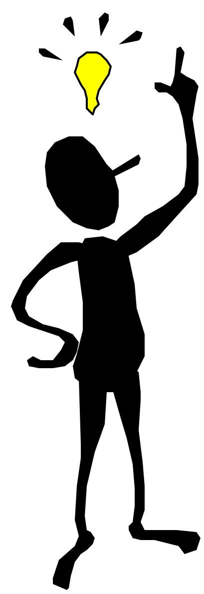
Quatre amics meus vàrem pescar un dia. En acabar la jornada, volien saber qui havia pescat més i qui havia pescat menys. Ana i Ricard havien pescat entre els dos el mateix que Josep i Tere; Tere havia pescat més que Josep; d'altra banda, Ana i Tere no havien pescat tant com Ricard i Josep. Pots ordenar-los per el nombre de peixos pescats?



3.- EDATS

Si Tomás va doblar l'edat de Gustav quan Jaume tinga la mateixa edat que Tomás té ara, qui es el major, qui és el següent i qui el més jove?

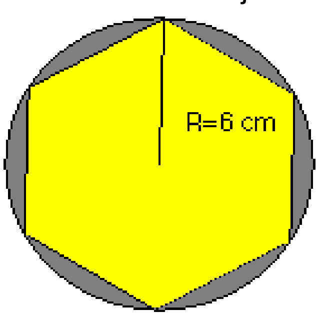
4.- SET, SET, SET



Saps dir-me amb quina xifra acaba 77^{77}?

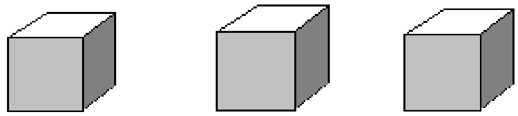
5.- ÀREA OMBREJADA I

Calcula l'àrea ombrejada de la següent figura:



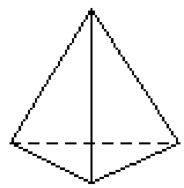
6.- CUBS

Amb 36 cubs de 1 cm d'aresta podem fer un prisma recte de tres per tres cubs a la base i quatre cubs d'alçària. Quants prismes rectes diferents podem formar amb eixos 36 cubs?



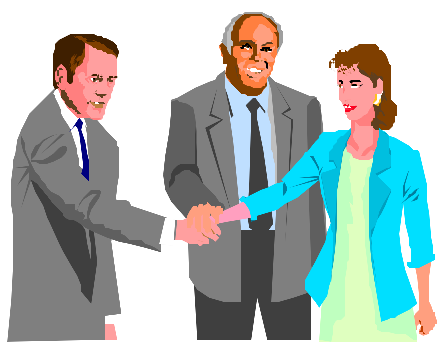
7.- PRODUCTES I VÉRTEX

Numerem cadascun dels vèrtex d'un tetràedre amb un del nombres –1 ó +1. Multipliquem els valors dels vèrtex adjacents a cadascun i sumem els resultats. Quins resultats podem obtenir? Amb quina freqüència?



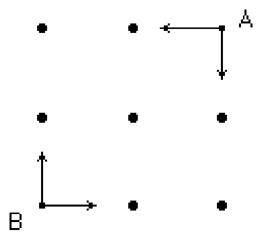
8.- GRUPS

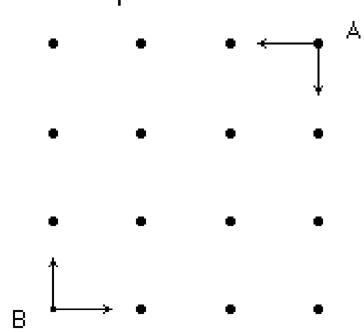
Amb tres matrimonis, quants grups de tres persones podem formar de manera que no queden juntes la dona i el marit?



9.- ES TROBARÁN?

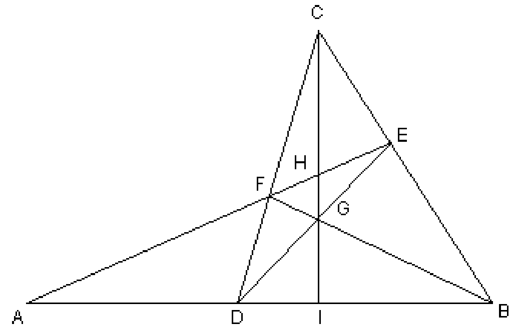
Dos persones parteixen de A i B respectivament; van a la mateixa velocitat i avancen de punt a punt, sempre en el sentit de les fletxes. En cada punt poden triar un camí a l'atzar sense anar cap arrere. Quina es la probabilitat de trobar-se? I si considerem una trama de 4×4 punts?.





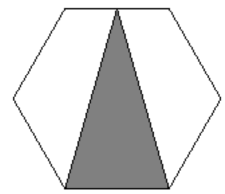
10.- TRIANGLES

Aquesta figura està formada per molts triangles; alguns es solapen. De quina forma pots comptar-les tots sense repetir ni deixar-te ningú?. Quants triangles n'hi ha?



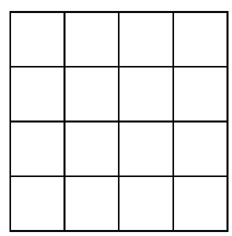
11.- HEXÀGON

Quina part de l'àrea del hexàgon regular representa el triangle ombrejat?



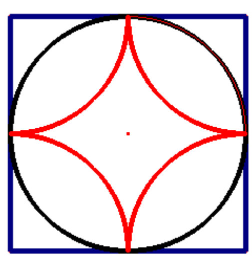
12.- RECTANGLES

Quants rectangles pots veure a la següent figura?. Quants quadrats n'hi ha?



13.- ÀREA OMBREJADA II

Calcula l'àrea ombrejada de la següent figura:



L= 10 cm.

14.- ELS CIRIS

Dos ciris de la mateixa alçaria és cremen simultàniament. Un es consumeix en 4 hores i l'altre en 10 hores. Quantes hores han de cremar-se per a que la longitud d'un d'ells siga el doble que la longitud de l'altre?

SOLUCIONS

PROBLEMES NIVELL A (2on. ESO)

1.- EL "SEVILLANO"

Es troben a la mateixa distància. Efectivament, al moment de trobar-se els dos trens estan al mateix lloc, per tant a la mateixa distància de Sevilla, de Barcelona o de Vladivostok. DIFICULTAT: 10

2.- ANEM DE COPES

S'ha de muntar un tetràedre. S'han de posar tres copes als vèrtexs d'un triangle equilàter (ja tenim tres peus equidistants) i la quarta, girada, al centre del mateix, esdevenint el peu el quart vèrtex del tetràedre. DIFICULTAT: 30

3.- DESTAPA'T, QUE FA CALOR

Per a trobar la solució, tes que utilitzar els criteris de divisibilitat. Numera els diferents llocs que poden ocupar les xifres i fes algunes consideracions, com ara: Quins llocs ocuparan les xifres parells? A quins llocs tindran que anar el 5 i el 0?. Després ves provant ordenadament. La solució es el nombre 3816547290, ja que compleix les condicions:

$3=1\times3$
$38=2\times19$
$381=3\times127$
$3816=4\times954$
$38165=5\times7633$
$381654=6\times63609$
$3816547=7\times545221$
$38165472=8\times4770684$
$381654729=9\times42406081$
$3816547290=10\times381654729$. DIFICULTAT: 40

4.- EDIFICIS!

El millor és comptar-los desena a desena. Calen 20 nous. (9, 19, 29, 39, 49, 59, 69, 79, 89, després 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98 i, finalment, dos nous pel 99). DIFICULTAT: 10.

5.- ELS TRES BARRETS BLANCS

Cadascun dels presoners pot veure tres coses i raonar així en cadascuna d'elles.

a) Si es veuen dos barrets blancs no es pot saber de quin color és el teu, perquè en queden dos de negres i un de blanc.

b) Quan es veuen dos barrets negres s'encerta segur, perquè només en queden de blancs. Si algú hagués vist dos així hauria cridat blanc! immediatament, cosa que no ha passat, per tant, no hi ha dos negres als tres caps.

c) Amb un de cada color tampoc pots estar segur, però pots pensar que si el que porta el blanc no diu res és que no veu dos negres, per tant tu el portes blanc. Com que tothom dubta vol dir que els tres barrets són blancs. DIFICULTAT: 20

6.- AVÍS PER NAVEGANTS

Quan puja la marea també ho fa el vaixell, que per això és un vaixell i flota. La marea no cobrirà, doncs, cap graó nou. DIFICULTAT: 20

7.- L'ART D'ENDEVINAR NOMBRES

Si observes les transformacions que li fem el nombre a cada pas veuràs que el resultat final és el que s'hauria obtingut també agafant el nombre, multiplicant-lo per 4 i restant-li 1.

a. Pensa un nombre $\rightarrow$ x
b. Suma-n'hi 2 $\rightarrow$ x+2
c. Multiplica per 3 $\rightarrow$ 3(x+2) = 3x+6
d. Resta-n'hi 5 $\rightarrow$ 3x+6 – 5 = 3x+1
e. Resta el nombre pensat $\rightarrow$ 3x+1 – x = 2x+1
f. Multiplica per 2 $\rightarrow$ 2 (2x+1) = 4x+2
g. Resta-n'hi 1 $\rightarrow$ 4x+2 – 1 = 4x+1

Per tant, per endevinar el resultat, només hem d'agafar el resultat que ens diuen i desfer el camí: restar 1 i dividir per 4. DIFICULTAT: 10

8.- LES ENCAIXADES

Son 12 persones. Si observem la taula podem descobrir com va progressant i ens podem estalviar passos intermèdies de càlcul.

Persones	Encaixades d'una persona	Encaixades totals	Variació
2	1	1	
3	2	3	1+2
4	3	6	3+3
5	4	10	6+4
...	...	...	...
11	10	55	45+10
12	11	66	55+11

També es pot raonar de la següent manera: Cada persona saluda a tothom menys a sí mateix. Per tant si, per exemple, hi ha 6 persones cadascun saludarà a 5. Per a saber el total multiplicarem les persones per les encaixades que fa una ($6\times5=30$ a l'exemple) i dividirem per 2 ja que cada encaixada l'hem comptada per a dues persones ($30/2=15$). Si el que sabem és el total d'encaixades, 66, procedim al revés: fem el doble (132) i busquem dos nombres consecutius que multiplicats donen 132. Es pot fer una aproximació suposant que són iguals i fent l'arrel (arrel de 132 = 11'489...). Després només cal arrodonir i comprovar. (11'489... l'arrodonim a 12). DIFICULTAT: 30

9.- L'AMPOLLA – LLIT I EL RASPALL – NEVERA

N'hi ha que fer 17 moviments: 1) l'ampolla, 2) el raspall, 3) la planxa, 4) l'ampolla, 5) el saler, 6) la ratera, 7) l'ampolla, 8) la planxa, 9) el raspall, 10) el saler, 11) la planxa, 12) l'ampolla, 13) la ratera, 14) la planxa, 15) el saler, 16) el saler, 17) l'ampolla. DIFICULTAT: 20

10.- LA QUINIELA

Es poden fer $3^{15}=14348907$ apostes. DIFICULTAT: 10

11.- TENIS

Deuen fer-se $64+32+16+8+4+2+1=127$ partits. DIFICULTAT: 10

12.- RELLOTGES

Posem els dos rellotges simultàniament. Quan el de 3 minuts es buida, comencem a cuinar el plat. Quan el rellotge de 8 minuts es buida, el tornem a posar. Quan aquest rellotge es buida, acabem de cuinar el plat. DIFICULTAT: 10.

13.- SARDINES

El preu de les vint i set sardines i mitja és 27'5 ptes., ja que "a pesseta i mitja la sardina i mitja" es equivalent a dir que cada sardina val 1 pesseta. DIFICULTAT: 10

14.- FER CANVIS

Es poden fer 13 canvis, tal com podem veure a la següent taula:

Bitllets de 50 e	Bitllets de 20 e	Bitllets de 10 e	Bitllets de 5 e
1	0	0	0
0	2	1	0
0	2	0	2
0	1	3	0
0	1	2	2
0	1	1	4
0	1	0	6
0	0	5	0
0	0	4	2
0	0	3	4
0	0	2	6
0	0	1	8
0	0	0	10

DIFICULTAT: 20

15.- FENT CANVIS

Siguen: x = cabra, y = mul, z = cavall, u = poltre. Aleshores, es compleix:

$\left.\begin{array}{l} x+y=z \\ y=x+u \\ 3u=2z \end{array}\right\}$. De la segona equació tenim: u = y – x . Substituint z i u en la tercera equació ens resultarà: $3\cdot(y - x)=2\cdot(x+y)\rightarrow 3y - 3x=2x+2y\rightarrow y=5x$

Per tant, un mul es canvia per 5 cabres. DIFICULTAT: 20

16.- CAMINS

El nombre de camins que pot recórrer la bola fins arribar a cadascuna de les posicions apareix al triangle de Tartaglia:

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & & & 1 & & 1 & & & & \\ & & & 1 & & 2 & & 1 & & & \\ & & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & & \\ & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 & \\ 1 & & 5 & & 10 & & 10 & & 5 & & 1 \end{array}$$

L'ultima fila ens diu el nombre de camins fins als punts A, B, C, D, E i F. DIFICULTAT: 20

SOLUCIONS

PROBLEMES NIVELL B (4rt. ESO)

1.- SUMEN CINC

Els nombres buscats son: 5, 14, 41, 23, 32, 50, 140, 104, 113, 131, 122, 230, 203, 212, 221, 302, 320, 311, 410, 401, 500. Hi ha, per tant, 21 solucions. DIFICULTAT: 20.

2.- ELS PEIXOS

Siguen A, R, J i T les quantitats de peixos capturats per Ana, Ricard, Josep i Tere, respectivament. Aleshores:

$$\left.\begin{array}{l} A+R=J+T \\ T>J \\ A+T<R+J \end{array}\right\}$$ Sumen T a la tercera inequació i tenim en compte la primera:

$$A+T+T<R+J+T=R+A+R \;\rightarrow\; A+2T<A+2R \;\rightarrow\; 2T<2R \;\rightarrow\; T<R \;\; (*)$$

D'altra banda, si sumen A a la tercera inequació i tenim en compte la primera:

$$A+A+T<A+R+J=J+T+J \;\rightarrow\; 2A+T<2J+T \;\rightarrow\; 2A<2J \;\rightarrow\; A<J \;\; (**) .$$

De la segona inequació, de (*) i (**) deduïm que: $A<J<T<R$. DIFICULTAT:20.

3.- EDATS

Siga x el temps que té que passar per a que Jaume tinga la mateixa edat que té Tomás ara. Siguen T, G i J les edats que tindran Tomás, Gustav i Jaume en eixe moment. Aleshores construïm la següent taula:

	Jaume	Gustav	Tomás
ARA	T - 2X	G – X	T – X
DINS DE X ANYS	2G – X	G	2G

Per tant, $J=2G-X<2G=T$ (per ser $X>0$) i també $J=G+G-X>G$ (per ser G–X>0, ja que es la edat de Gustav ara, i, per tant, positiva). Aleshores: $G<J<T$. DIFICULTAT: 20.

4.- SET, SET, SET

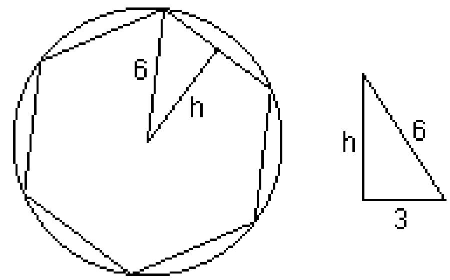
Les potències consecutives de 7, de 7^1 endavant, acaben en la seqüència 7, 9, 3, 1, 7, 9, 3, 1, 7, 9, … Per tant, hem de comptar quants grups de 4 n'hi ha en el exponent 77. Fent la divisió, obtenim 19 de quocient i 1 de resta. Per tant, la potència 77^{77} acaba en 7. DIFICULTAT: 30.

5.- ÀREA OMBREJADA I

Es compleix: $h=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}$. Per tant:

$$S=p\cdot 6^2-6\cdot\frac{1}{2}\cdot 6\cdot 3\sqrt{3}=36\left(p-\frac{3}{2}\sqrt{3}\right)\text{cm}^2$$

. DIFICULTAT: 30.



6.- CUBS

Es tracta de trobar a, b i c per a que $a\cdot b\cdot c=36$. Per tant, a, b i c son divisors de 36 (es a dir, estan entre els nombres 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36). Formen totes les combinacions possibles que donen com a resultat prismes no equivalents. Així:

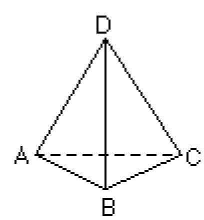
1, 1, 36	1, 2, 18	1, 3, 12	1, 4, 9	1, 6, 6	2, 2, 9	2, 3, 6	3, 3, 4

Hi ha, per tant, 8 solucions. DIFICULTAT: 20.

7.- PRODUCTES I VÈRTEX

Hi ha 16 formes de col·locar els nombres –1 i +1 als vèrtex del tetràedre, però després de fer els productes i les sumes únicament donen lloc a cinc resultats possibles. Així:

A	B	C	D	Suma de productes
-1	-1	-1	-1	-4
-1	-1	-1	+1	2
-1	-1	+1	-1	2
-1	+1	-1	-1	2
+1	-1	-1	-1	2
+1	+1	-1	-1	0
+1	-1	+1	-1	0
+1	-1	-1	+1	0
-1	+1	-1	+1	0
-1	-1	+1	+1	0
-1	+1	+1	-1	0
-1	+1	+1	+1	-2
+1	-1	+1	+1	-2
+1	+1	-1	+1	-2
+1	+1	+1	-1	-2
+1	+1	+1	+1	4



Per tant, els resultats possibles son –4, -2, 0, 2, 4 amb probabilitats: $p(-4)=p(4)=1/16$, $p(-2)=p(2)=4/16=1/4$, $p(0)=6/16=3/8$.

DIFICULTAT: 30.

8.- GRUPS

Siguen (H1, M1), (H2, M2) i (H3, M3) els tres matrimonis. Els grups que podem formar sense que estiguen a la vegada dos membres de una mateixa parella son:

H1, H2, H3	M1, H2, H3
H1, H2, M3	M1, H2, M3
H1, M2, H3	M1, M2, H3
H1, M2, M3	M1, M2, M3

Hi ha, per tant, 8 solucions. DIFICULTAT: 10

9.- ES TROBARÁN?

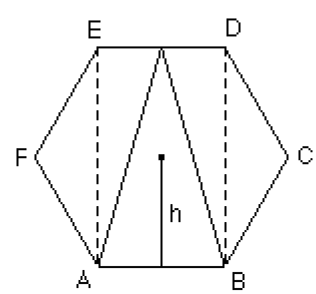
Els encontres es produeixen a la diagonal principal (punts a, b i c) de la trama. Des de la posició A (o la B) n'hi ha 4 camins possibles que arriben a la diagonal. Per tant, els casos possibles son 4×4. Es produeix un encontre al punt a únicament de 1×1 formes. De la mateixa forma, es produeix un encontre al punt b de 2×2 maneres, ja que n'hi ha 2 camins possibles de A (o B) al punt b i 2×2 maneres de combinar-los. Per últim, hi ha 1×1 forma d'arribar al punt c des de A o B. Per tant, els casos favorables son: $1\times1+2\times2+1\times1$. Així, la probabilitat de encontre és $p=p(a)+p(b)+p(c)=\dfrac{1\times1+2\times2+1\times1}{4\times4}=\dfrac{3}{8}$. De la mateixa forma, es pot trobar que, per a una trama de 4×4 punts, és $p=\dfrac{1\times1+3\times3+3\times3+1\times1}{8\times8}=\dfrac{5}{16}$.

DIFICULTAT: 50.

10.- TRIANGLES

Les 29 solucions són:
ABE, ABF, ADE, ADF, AHI, BCD, BCF, BCG, BCI, BDE, BDF, BDG, BEF, BEG, BGI, CDE, CDG, CDI, CEF, CEG, CEH, CFG, CFH, DEF, DFG, DGI, EFG, EGH, FGH. DIFICULTAT: 20.

11.- HEXÀGON



A la figura observem que l'àrea del triangle és: $S=\frac{1}{2}\overline{AB}\cdot\overline{BD}=\frac{1}{2}\overline{AB}\cdot 2h=\overline{AB}\cdot h$. D'altra banda, l'àrea de l'hexàgon és $A=6\cdot\frac{1}{2}\cdot\overline{AB}\cdot h=3\cdot\overline{AB}\cdot h$. Això vol dir que $S=\frac{1}{3}\cdot A$, on A és l'àrea del hexàgon. DIFICULTAT: 20

12.- RECTANGLES

Comencem pels quadrats. Contem els de costat1, 2, 3 i 4:

costat 1	costat 2	Costat 3	costat 4
4×4	3×3	2×2	1×1

Per tant, el nombre de quadrats és: $C = 1\cdot 1 + 2\cdot 2 + 3\cdot 3 + 4\cdot 4 = 30$.

Ara contem els rectangles. Poquet a poquet:

Dimensions del rectangle	Nombre de rectangles
2×1	3×4
1×2	3×4
3×1	2×4
1×3	2×4
4×1	1×4
1×4	1×4
3×2	2×3
2×3	2×3
4×2	1×3
2×4	1×3
4×3	1×2
3×4	1×2

Per tant, el nombre total de retangles és:

$R = (1\cdot 1 + 1\cdot 2 + 1\cdot 3 + 1\cdot 4) + (2\cdot 1 + 2\cdot 2 + 2\cdot 3 + 2\cdot 4) + (3\cdot 1 + 3\cdot 2 + 3\cdot 3 + 3\cdot 4) + (4\cdot 1 + 4\cdot 2 + 4\cdot 3 + 4\cdot 4)$

$= 10 + 20 + 30 + 40 = 100$. DIFICULTAT: 50

13.- ÀREA OMBREJADA II

Si A es l'àrea de l'estela central, tenim: $A = 10^2 - \pi \cdot 5^2$. Per tant, l'àrea ombrejada, S, és:

$S = \pi \cdot 5^2 - A = \pi \cdot 5^2 - (10^2 - \pi \cdot 5^2) = 50\pi - 100 = 50 \cdot (\pi - 2)$ cm^2.

DIFICULTAT: 20

14.- ELS CIRIS

Siga x el nombre d'hores que té que passar per a que un ciri siga el doble de l'altre. Anomenem A al ciri que es consumeix a les 4 hores i B al que es consumeix a les 10 hores. Siguen l=longitud del ciri B que resta després de x hores; l' = longitud del ciri A que resta després de x hores. Aleshores, es compleix: $l' = 2l$; $l' = \frac{10 - x}{10} = 1 - \frac{x}{10}$; $l = \frac{4 - x}{4} = 1 - \frac{x}{4}$. Per tant:

$\left(1 - \frac{x}{10}\right) = 2 \cdot \left(1 - \frac{x}{4}\right) \rightarrow 1 - \frac{x}{10} = 2 - \frac{X}{2} \rightarrow 10 - x = 20 - 5x \rightarrow 4x = 10 \rightarrow x = \frac{10}{4} = 2'5$.

Es a dir, té que transcórrer 2 hores i mitja. DIFICULTAT: 40

IV JORNADES D'EDUCACIÓ MATEMÀTICA DE LA COMUNITAT VALENCIANA

Facultat de Ciències. ALACANT, 14 i 15 de setembre

2000, WORLD MATHEMATICAL YEAR

Organitzen: Societat d'Educació Matemàtica Al – Khwarizmi. CEFIRE d'Alacant

Segon anunci

Està obert el termini de recepció de propostes de comunicacions, pòsters o tallers relacionats amb l'Educació Matemàtica; la Història de les Matemàtiques, les Tecnologies aplicades a les Matemàtiques (calculadores gràfiques, ordinadors, Internet, …), els estàndards curriculars en matemàtiques (Resolució de problemes, Connexions Matemàtiques, Estadística, Probabilitat, Geometria, Funcions, Àlgebra, Nombres, …), les matemàtiques en els Sistemes Educatius (Primària, Secundària, Universitat, Matemàtiques en la Diversificació Curricular, assignatures optatives, relació amb altres matèries, …); les competicions matemàtiques (Olimpíades, Concurses, …); la cultura matemàtica i les matemàtiques en la cultura; la Didàctica de les Matemàtiques (experiències, reflexions, unitats didàctiques, …); la Intel·ligència Artificial aplicada a l'aprenentatge de les matemàtiques, les teories de l'aprenentatge matemàtic i en general qualsevol apartat teòric o aplicat de les Matemàtiques.

Les propostes de comunicació han de ser remeses incloent còpia en paper i arxiu en format WORD per a Windows o en format text abans del 15 de juny a l'organització de les Jornades per qualsevol dels següents procediments:

Correu postal: Societat d'Educació Matemàtica Al – khwarizmi – Apartat 1009 – 03080 Alacant.
Correu electrònic: alacant@semcv.org

Informació actualitzada sobre els detalls de l'organització de les Jornades i les comunicacions admeses es trobarà disponible en http://www.semcv.org o bé al telèfon 617867284.

S.
E.
M.
C.
V.

AL-KHWARIZMI

Societat d'Educació Matemàtica de la

Comunitat Valenciana

"Al-Khwarizmi"