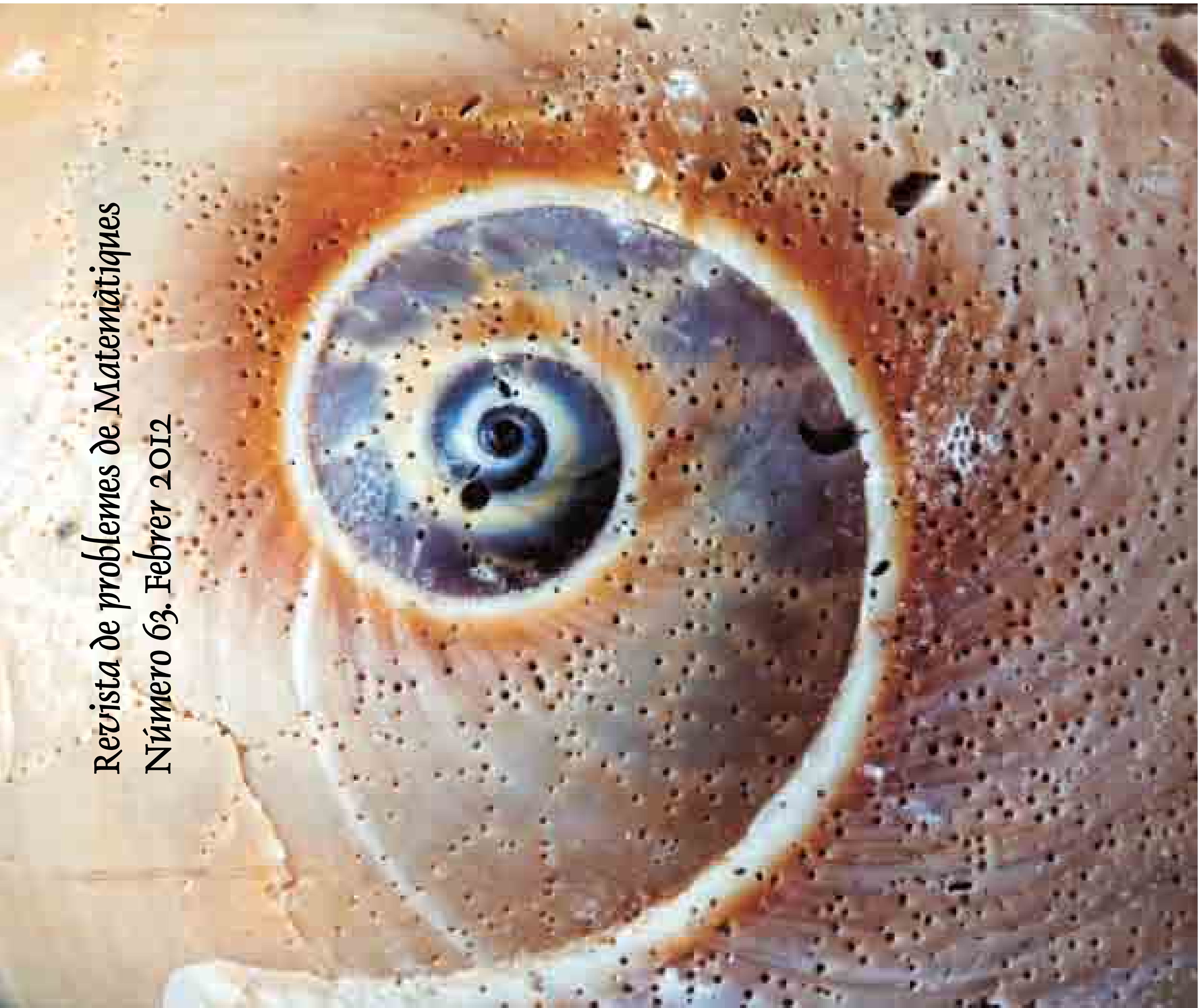
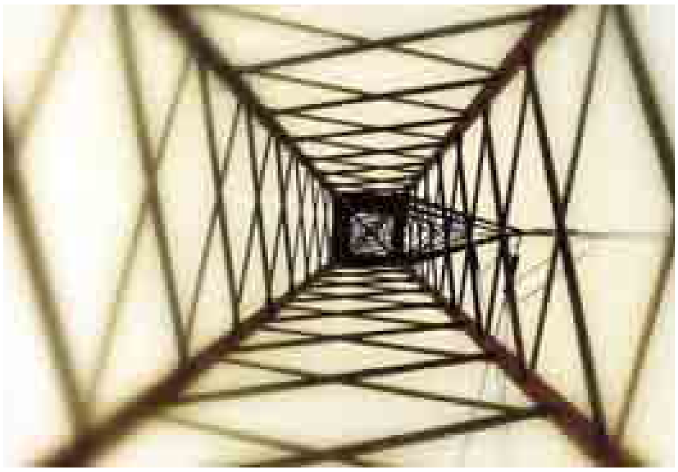
S.
E.
M.
C.
V.
AL-KHWARIZMI

PROBLEMES OLÍMPICS



Revista de problemes de Matemàtiques
Número 63. Febrer 2012

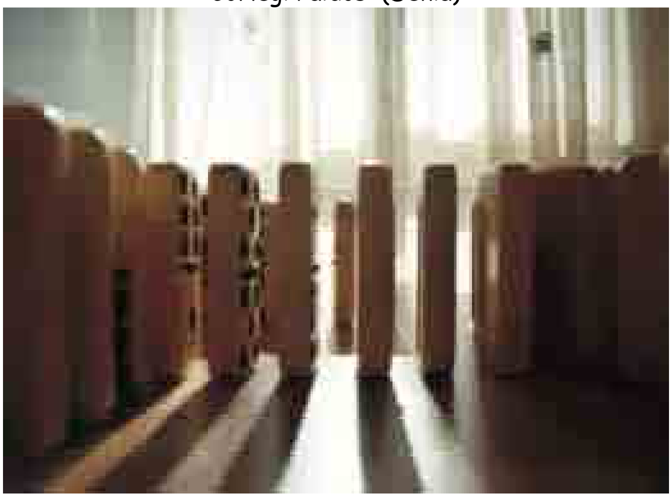
GALERIA DE FOTOS PARTICIPANTS AL XII CONCURS DE FOTOGRAFIA "MATEMÀTICA A LA VISTA"



"Romboides eléctricos". Claudia Martínez.
IES Camp de Morvedre (Sagunt)

"Cercles luminosos". Francisco Pérez.
Col·legi Paidos (Dènia)

"El Círculo" Icíar Sala.
Col·legi Paidos (Dènia)



"Paral·lelisme". Alba García.
IES Camp de Morvedre (Sagunt)

"Simetría especular curva". David Llorens.
Col·legi San Bertomeu (Godella)

"Cuadrados juguetones". Esther Pérez.
Col·legi Paidos (Dènia)

"Rectes secants". Aixa Jiménez.
Col·legi Paidos (Dènia)

Ací teniu el número 63 de **PROBLEMES OLÍMPICS** corresponent al mes de febrer de 2012.

La Societat Al-Khwarizmi segueix treballant per a celebrar l'edició XXIII de l'Olimpíada Matemàtica, a pesar dels problemes i dificultats que la realitat actual ens imposa. Tanmateix, seguim posant tot l'esforç i el temps lliure de què disposem per a celebrar una activitat que considerem molt important per a millorar l'Educació Matemàtica al nostre país, i anar modificant la imatge social de les matemàtiques. Les dates i els llocs són els següents:

- Fase Comarcal: dissabte 28 d'abril de 2012
    - A la província d'Alacant se celebrarà a l'IES L'Alfàs (Alfàs del Pi), a l'IES L'Alluser (Mutxamel) i al CP "Reina Sofía" (Petrer).
    - A la província de València se celebrarà a l'IES Rafelbunyol, a l'IES San Antonio de Benagéber, a l'IES Nº 2 de Paiporta, i a l'IES "La Valldigna" de Tavernes de la Valldigna
- Fase Provincial: dissabte 19 de maig de 2012
    - A la província d'Alacant se celebrarà a la Universitat d'Alacant
    - A la província de València se celebrarà a l'IES "La Valldigna" de Tavernes de la Valldigna
    - A la província de Castelló se celebrarà a l'IES "Alfons XIII" de Vall d'Alba
- Fase Autonòmica: 9 i 10 de juny de 2012

  Enguany la fase autonòmica la celebrarem a Sueras (Castelló)

Teniu tota la informació a la nostra pàgina web: www.semcv.org

PROBLEMES OLÍMPICS
Societat d'Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana, "Al-Khwarizmi"
Apartat 22.045
46071-València

D.L.: V-3026-2001
ISSN: 1578-1771

Portada: "Espiral logarítmica" Autor: Ángel Villalba. IES Camp de Morvedre (Port de Sagunt).

Et falta algun exemplar de la revista Problemes Olímpics? Si vols ens la pots demanar i te l'enviem a la teua adreça.

S.
E.
M.
C.
V.
AL-KHWARIZMI

SOL·LICITUD D'ENVIAMENT DE NÚMEROS ANTERIORS DE "PROBLEMES OLÍMPICS"

Nom______________ Cognoms____

Adreça____ Telèfon__________________

C.P. _________ Població_______________________________ Província________________

Correu-e:______________________ Tasca docent (curs, nivell, etc.)___________________

Desitge rebre els següents números de la revista "Problemes Olímpics" a la meua adreça:

□ X Olimpíada Matemàtica 1998-99 Nº 1	(Exhaurit)
□ X Olimpíada Matemàtica 1998-99 Nº 2	(Exhaurit)
□ X Olimpíada Matemàtica 1998-99 Nº 3	(1.2 €)

□ Problemes Olímpics Nº 1	(Exhaurit)	□ Problemes Olímpics Nº 32	(2.0 €)
□ Problemes Olímpics Nº 2	(1.2 €)	□ Problemes Olímpics Nº 33	(2.0 €)
□ Problemes Olímpics Nº 3	(1.2 €)	□ Problemes Olímpics Nº 34	(2.0 €)
□ Problemes Olímpics Nº 4	(Exahurit)	□ Problemes Olímpics Nº 35	(2.0 €)
□ Problemes Olímpics Nº 5	(Exhaurit)	□ Problemes Olímpics Nº 36	(2.0 €)
□ Problemes Olímpics Nº 6	(Exhaurit)	□ Problemes Olímpics Nº 37	(2.0 €)
□ Problemes Olímpics Nº 7	(Exhaurit)	□ Problemes Olímpics Nº 38	(2.0 €)
□ Problemes Olímpics Nº 8	(Exhaurit)	□ Problemes Olímpics Nº 39	(2.0 €)
□ Problemes Olímpics Nº 9	(Exhaurit)	□ Problemes Olímpics Nº 40	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 10	(Exhaurit)	□ Problemes Olímpics Nº 41	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 11	(1.8 €)	□ Problemes Olímpics Nº 42	(2.0 €)
□ Problemes Olímpics Nº 12	(1.8 €)	□ Problemes Olímpics Nº 43	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 13	(1.8 €)	□ Problemes Olímpics Nº 44	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 14	(1.8 €)	□ Problemes Olímpics Nº 45	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 15	(2.4 €)	□ Problemes Olímpics Nº 46	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 16	(1.8 €)	□ Problemes Olímpics Nº 47	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 17	(1.8 €)	□ Problemes Olímpics Nº 48	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 18	(1.8 €)	□ Problemes Olímpics Nº 49	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 19	(1.8 €)	□ Problemes Olímpics Nº 50	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 20	(2.0 €)	□ Problemes Olímpics Nº 51	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 21	(2.0 €)	□ Problemes Olímpics Nº 52	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 22	(2.0 €)	□ Problemes Olímpics Nº 53	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 23	(2.0 €)	□ Problemes Olímpics Nº 54	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 24	(2.0 €)	□ Problemes Olímpics Nº 55	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 25	(2.0 €)	□ Problemes Olímpics Nº 56	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 26	(2.0 €)	□ Problemes Olímpics Nº 57	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 27	(2.0 €)	□ Problemes Olímpics Nº 58	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 28	(2.0 €)	□ Problemes Olímpics Nº 59	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 29	(2.0 €)	□ Problemes Olímpics Nº 60	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 30	(2.0 €)	□ Problemes Olímpics Nº 61	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 31	(Exhaurit)	□ Problemes Olímpics Nº 62	(2.5 €)

Ens envies aquesta butlleta complimentada a la nostra adreça: Societat d'Educació Matemàtica "Al-Khwarizmi", Apartat 22.045, 46071-València, indicant en el sobre "Revista Problemes Olímpics", incloent el justificant d'ingrés del preu total dels exemplars que sol·licites al nostre compte de BANCAIXA: 2077-0347-10-1101056867.

SUMARI

La selecció de problemes de cada nivell i les solucions ha sigut elaborada per l'equip constituït per: José María Ajenjo Vento, Mª Dolors Arnal Bertomeu, Joaquim Arnau Breso, Alejandro Barona Hernández, Vanessa Berto Breto, Carolina Caballero Cuenca, Ana Casas Sanmartín, Mauricio Contreras del Rincón, Mª Teresa Chust Andreu, Vicente Diago Ortells, Ramón Dolz Belenguer, Mª Luisa Fernández Giménez, Isabel García Martínez, Verónica García Ruiz, Mónica Laparra Ibáñez, Antonio Ledesma López, Encarna López Gómez, Eduardo Llopis Castelló, Miguel Marco Cotaina, Tamara Martí Puchalt, Josep Manuel Martínez Canet, Mari Carmen Moreno Esteban, Bibiana Moreno Navarro, Encarnación Moreno Ruiz, Mari Carmen Olivares Iñesta, Ruth Orts García, Tomás Queralt Llopis, Silvia Quilis Marco, Juan Miguel Ribera Puchades, Mª José Riera Ros, Oscar Rosaleñ Olmos, Mª Jesús Ruiz Maestro, Isabel Terraes Bentel, Enrique Vidal Gómez.

PROBLEMES NIVELL C (TERCER CICLE PRIMÀRIA)

1.- TRES XIFRES CONSECUTIVES

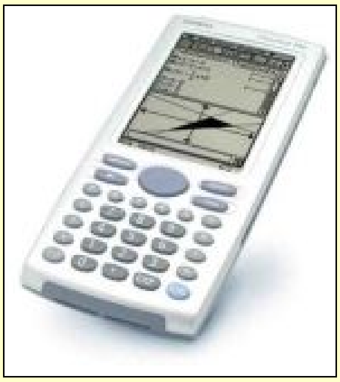
En la següent fila de números hi ha diversos grups de tres xifres consecutives que sumen el mateix. Quines són?

3420795310052239
5504763330641407

2.- PARELLES CONSECUTIVES

Amb sis d´aquestes xifres es poden formar parelles de dos números consecutius de tres xifres. Quines? (sobren dos xifres)

0324
6952



3.- ANIVERSARI

Una nit que sopava amb Anna, la seua neboda li va preguntar:

-Quina és la data del teu aniversari?

-Despús-ahir,va dir Anna, jo tenia 19 anys i el pròxim any tindré 22

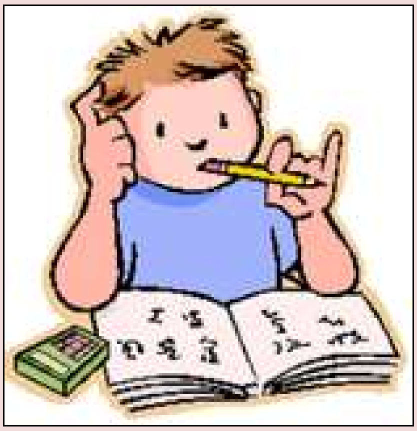
Quan era el seu aniversari?

4.- EL FARMACÈUTIC I ELS SEUS AMICS

El farmacèutic i la seua filla, el metge i la seua dona, en total menjaren nou rosquilles i els va tocar a tres per cap.
Quina explicació dones?

5.- EL QUATRE EXCLÓS

Digam vosté tres números iguals que sumen 12. El 4 queda exclós.



6.- QUINA FAMÍLIA!!

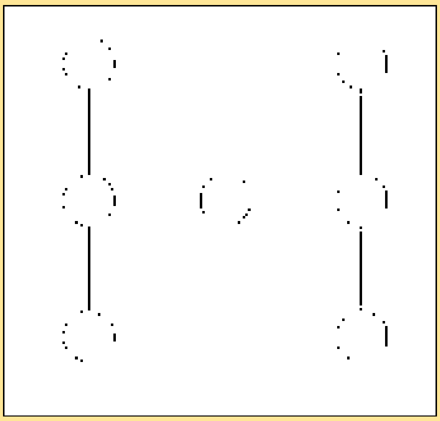
Una família està composta pel pare, que pesa 80 Kg, la mare, que pesa el mateix i dos fills bessons que cadascú pesa 40 Kg. Estan a la vora d'un riu i desitgen creuar-lo. No porten equipatge, però els acompanya un gat. Disposen d´un xicotet bot que només pot portar 80 Kg.
Com aconseguiràn creuar el riu?

7.- MENTIDER SEGONS EL DIA

Un viatger arriba a una illa on tots els seus habitants diuen la veritat els dilluns, dimecres, divendres i diumenges, mentre que els altres dies de la setmana menteixen sempre. El viatger manté el següent diàleg amb un natiu de l'illa.
Quin dia és hui?
I el natiu contesta: Dissabte.
El viatger torna a demanar: Quin dia serà demà?
I el natiu respon: Dimecres.
Sabries dir quin dia de la setmana van matenir aquest estrany diàleg?

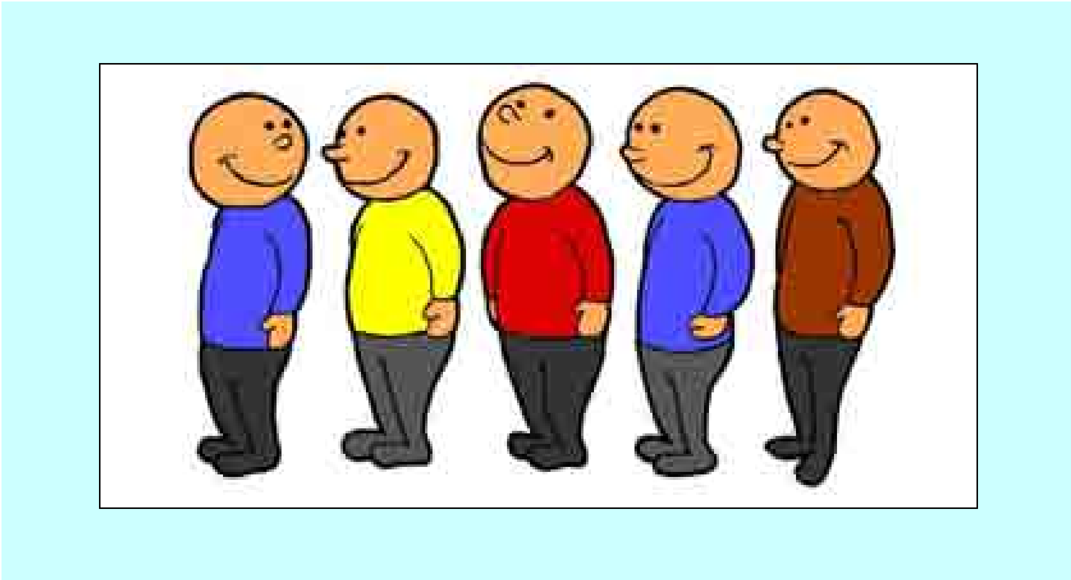
8.- SEMPRE IGUAL

Situa els nombres de l'**1** al **7** a la següent figura de manera que els tres nombres que estiguen units per una línea recta sempre sumen 13.



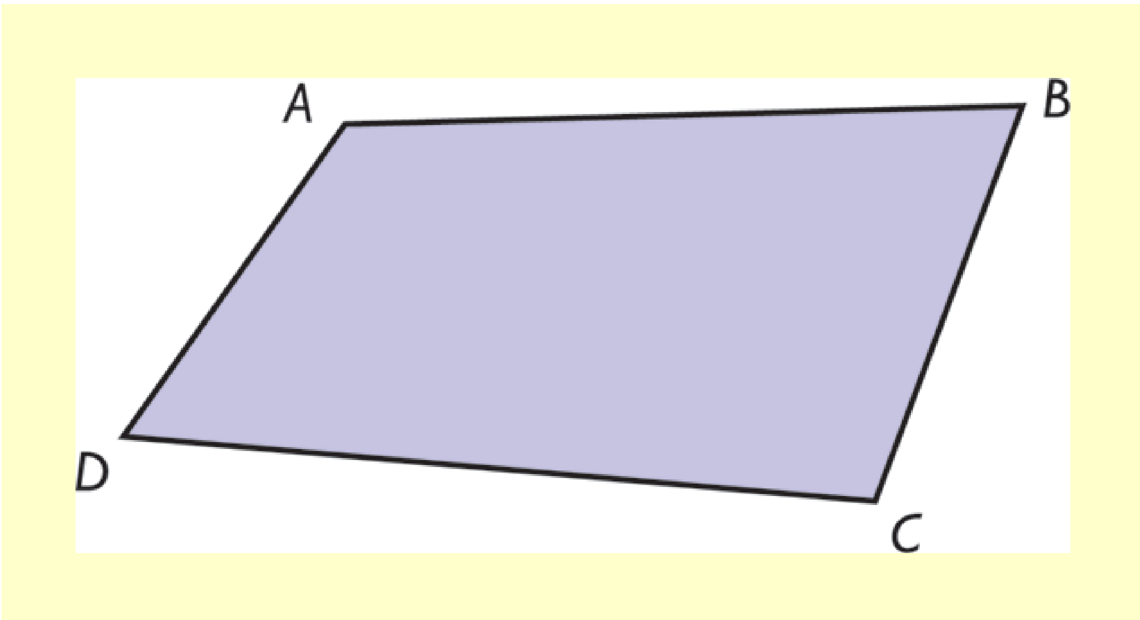
9.- TOTS EN FILA!

Col·loca a 24 persones en 6 files de manera que a cada fila hi haja 5 persones.



10.-UN QUADRILÀTER PECULIAR

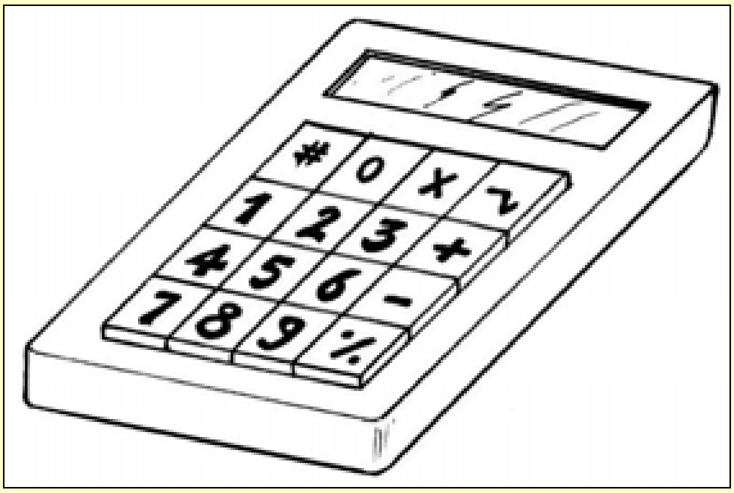
Les mesures d'un quadrilàter són nombres naturals consecutius. Si el seu perímetre és de 34 cm, quant mesuren els quatre costats?



11.-SEQÜÈNCIA

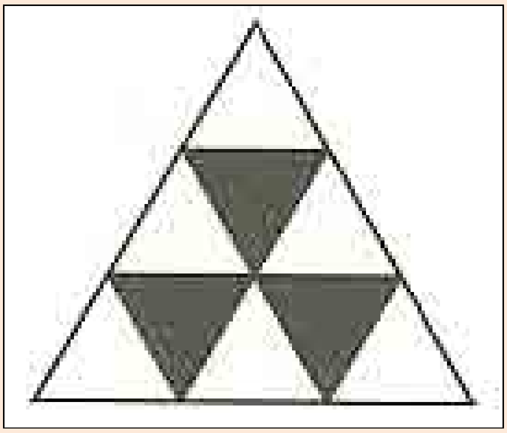
Sabries escriure tres termes més de la següent seqüència numèrica?

1, 2, 6, 24, 120, 720…



12.- PARAL·LELOGRAMS

Quants paral.lelograms hi ha en aquesta figura?



PROBLEMES NIVELL A (PRIMER CICLE ESO)

1.- BLAUS I MARRONS

Hi ha cinc dones, dues d'ulls blaus i tres d'ulls marrons. Les dones d'ulls blaus sempre menteixen, les d'ulls marrons sempre diuen la veritat. Una vesprada les trobe a totes d'esquena, aleshores li pregunte a la primera:

- De quin color tens els ulls?

- ????

Però en eixe moment passa una moto i no entenc la resposta.
Aleshores m'aprope a la segona i li pregunte:

- Que m'ha dit la primera ?

a la qual cosa em respon:

- T'ha dit que té ulls blaus

La tercera que escolta la conversa diu:

- Les dues diuen la veritat, la primera té ulls blaus i a més la segona els té marrons...

Podeu dir-me el color d'ulls de cada dona?

2.- ASTERISCS INCÒGNITS

Troba el valor de cada asterisc.

				*	1	*
		x		3	*	2
				*	3	*
		3	*	2	*	
+	*	2	*	5		
	1	*	8	*	3	0

3.- ENCREUAT D'OPERACIONS BÀSIQUES

Emplena els buits amb nombres naturals d'una única xifra:

	+		-		=	9
.		.		.		
	x	2	:		=	4
-		-		-		
	-		+		=	7
=		=		=		
9		9		0		

4.- EL JOC DE CARTES

Quatre amics juguen a cartes. Acorden que cada vegada que un perda pagarà als altres una quantitat igual als diners que cadascú tinga sobre la taula. Juguen quatre mans i cadascun perd una vegada. Al final, tots tenen la mateixa quantitat: 160 euros. Quants diners tenia cada jugador en començar la partida?

5.- L'AVI DE JOAN

L'avi de Joan (que és un simpàtic senyor que ja va complir els 70, però que encara no és octogenari) i el pare de Laura (que és quarantí), viuen al mateix carrer, en la vorera dels parells, en nombres consecutius. Laura diu a Joan: "el producte de l'edat del meu pare, pel nombre del portal de la seua casa, és igual al producte de l'edat del teu avi pel nombre del seu portal". Calcula les edats de tots dos i el nombre de les cases en què viuen.

6.- TAULA CIRCULAR

Una taula circular està arrimada a la cantonada d'una habitació de manera que toca les dues parets. En la vora de la taula hi ha una marca que es troba a 80 cm d'una paret i a 90 cm de l'altra. Quin és el diàmetre de la taula?.

7- PAGAMENT DE TAXES AL BANC

Ahir vaig anar al banc a pagar unes taxes. L'encarregat m'envià a un caixer automàtic per fer les operacions bancàries. El caixer només accepta bitllets i torna el canvi amb bitllets i el mínim nombre possible de monedes.

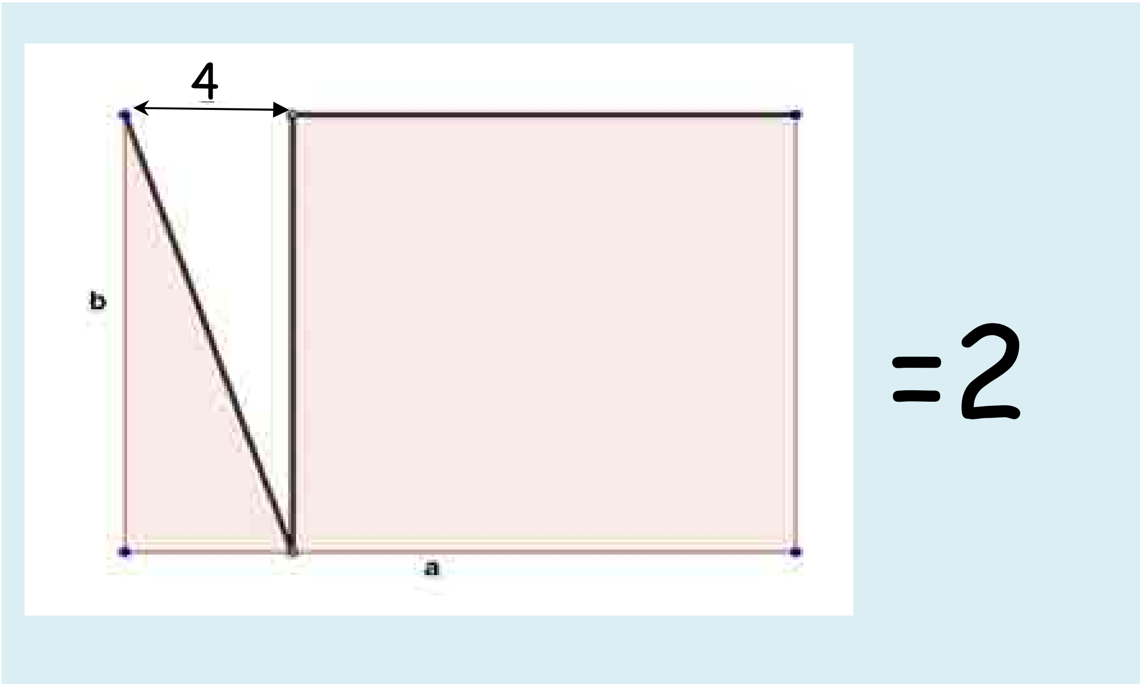
En pagar en efectiu l'import de 2,11€, introduisc al caixer un bitllet de 20€. Em retorna 1 bitllet de 10€ i la resta en monedes. Torne a fer altra operació amb el mateix import de 2,11 € i introduisc al caixer un bitllet de 10€ retornant-me la resta en monedes. Per última vegada torne a introduir un bitllet de 5€ per pagar de nou 2,11€ retornant-me la resta en monedes.

Quantes monedes en total i de cada classe tinc al final de les tres operacions?

8.- FUNCIONS?

Expressa l'altura del rectangle en funció de la seua base amb la condició que l'arrel quarta de l'àrea A de la figura ombrejada siga 2.

Indica tres punts del pla que verifiquen aquesta funció i que representen les possibles mesures enteres d'aquestos rectangles. Quantes possibilitats n'hi ha? Té sentit unir els punts? Dibuixa la gràfica corresponent amb les restriccions del problema.



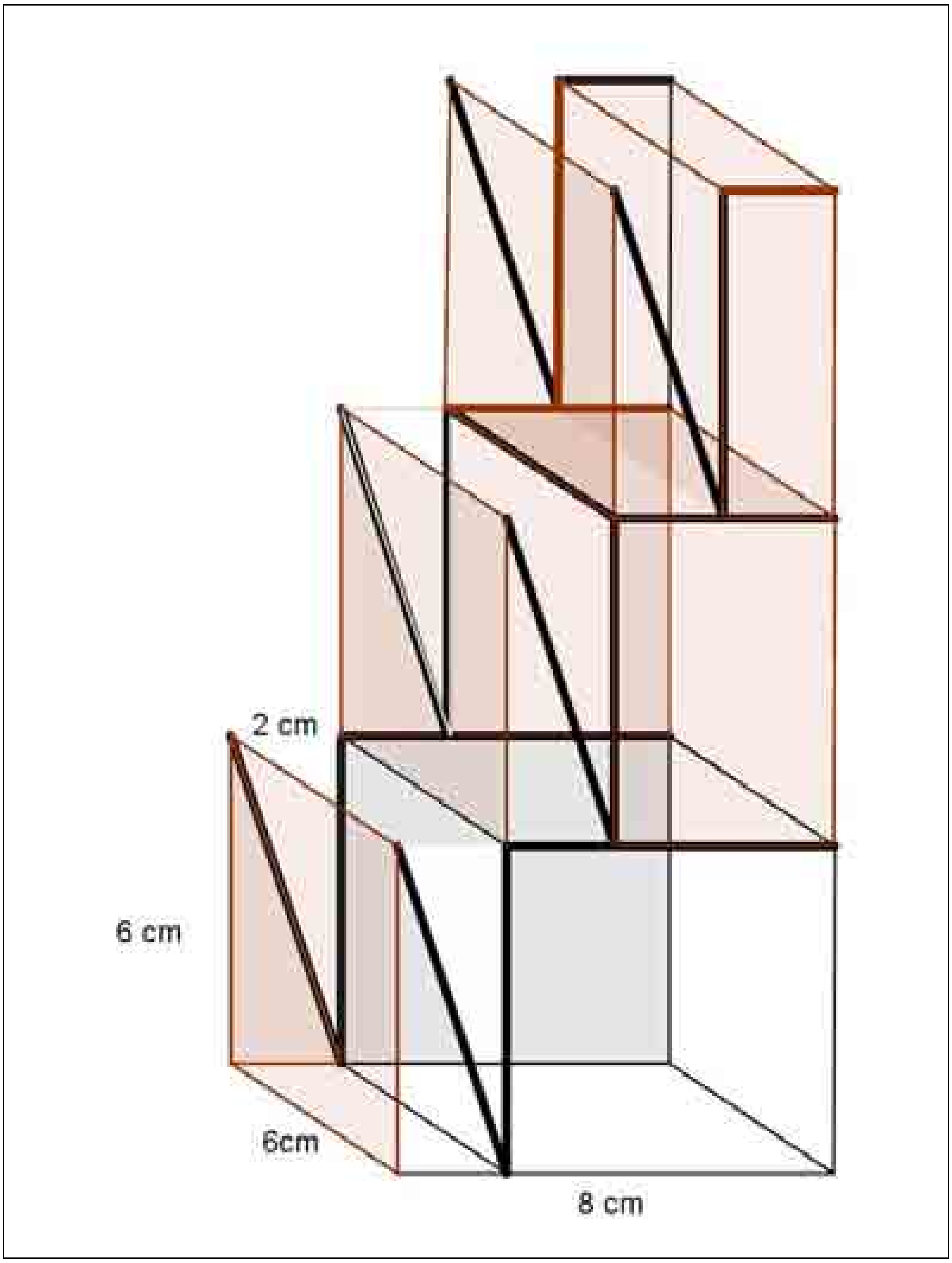
9.- QUADRAT MÀGIC

Col·loca en un quadrat 3x3 els nombres 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18 de manera que cada fila, columna i diagonal sumen 30.

10.- TORRE D'ARRELS QUADRADES

Considerant les dades en el tercer nivell d'aquesta torre d'arrels quadrades, calcula el volum que hi ha en cada nivell de la torre.

Si continuem afegint-hi més nivells sota el tercer nivell, quin seria el volum del nivell 2012?

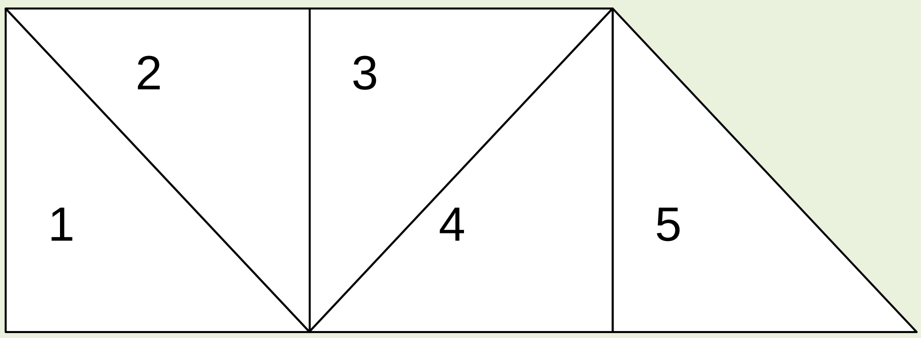


11.- EL FRUITER I ELS MELONS

Un fruiter ven a un client la meitat dels melons que té més mig meló. Després, a un altre client li ven la meitat dels que li queden més mig meló. Finalment, a un tercer client també li ven la meitat dels que li queden més mig meló.
Si el fruiter es queda sense melons, quants melons tenia al principi? Quants melons ha venut a cada client?

12.- UNA RELACIÓ CURIOSA

Amb aquests triangles rectangles iguals, de manera que un catet mesura el doble que l'altre, construeix un quadrat.
(AJUDA: sols pots tallar en dos trossos un dels triangles).



ELS MONOGRÀFICS DE PROBLEMES OLÍMPICS

PROBLEMES DE GEOMETRIA

per RICARD PEIRÒ I ESTRUCH

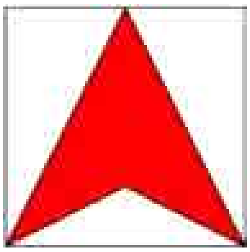
Continuem amb la secció habitual dedicada als problemes de Geometria aportats pel nostre company Rcard Peirò i Estruch.

L'ensenyament i aprenentatge de la Geometria és fonamental pel desenvolupament de la cultura matemàtica. La Geometria afavorix el pensament inductiu i deductiu, l'exploració, la formulació i contrast de conjectures, la resolució de problemes i la realització de investigacions. En canvi, és un fet què usualment les programacions dels centres deixen la geometria com una part de la matèria relegada a l'ultim trimestre. Caldria adequar les programacions dels centres per a conseguir què totes les parts de les matemàtiques tingueren el seu lloc en el currículum. Com pot ser què alguns alumnes comencen un curs de matemàtiques sense quasi cap pràctica en el mon de la Geoetria?

La nostra proposta és què la resolució de problemes de Geometra estiga en un lloc destacat dels currícula.

- **PROBLEMA 1**

En un quadrilàter cada diagonal divideix el quadrilàter en dues parts d'igual àrea.
Proveu que les diagonals divideixen el quadrilàter en quatre parts d'igual àrea.



Solució:

Siguen S_1, S_2, S_3, S_4 els quatre triangles que les diagonals $\overline{AC}, \overline{BD}$ del quadrilàter ABCD divideixen el quadrilàter.

La diagonal $\overline{AC}$ divideix el quadrilàter en dues parts d'igual àrea, aleshores:

$S_1 + S_2 = S_3 + S_4$.

$S_1 + S_2 - S_3 - S_4 = 0$ (1)

La diagonal $\overline{BD}$ divideix el quadrilàter en dues parts d'igual àrea, aleshores:

$S_1 + S_4 = S_2 + S_3$.

$S_1 - S_2 - S_3 + S_4 = 0$ (2)

Sumant les expressions (1) (2):

$2S_1 - 2S_3 = 0$.

Aleshores, $S_1 = S_3$ (3)

Restant les expressions (1) (2):

$2S_2 - 2S_4 = 0$.

Aleshores, $S_2 = S_4$ (4)

Dos triangles que tenen la mateixa altura les àrees son proporcionals a les bases, aleshores:

$\frac{S_1}{S_2} = \frac{S_4}{S_3}$ (5)

$S_1 \cdot S_3 = S_2 \cdot S_4$ (6)

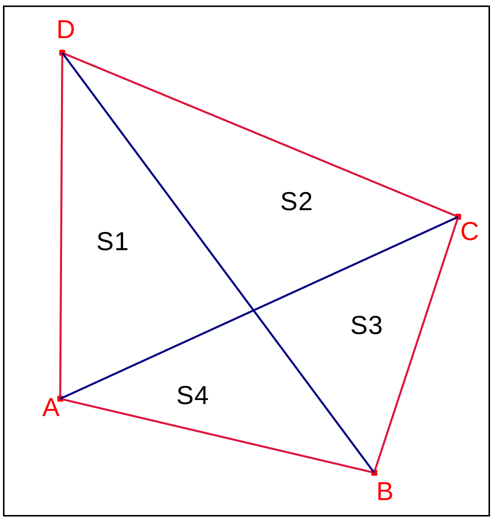
Substituint les expressions (3) (4) en l'expressió (6):

$S_1{}^2 = S_2{}^2$ (7)

$S_1 = S_2$

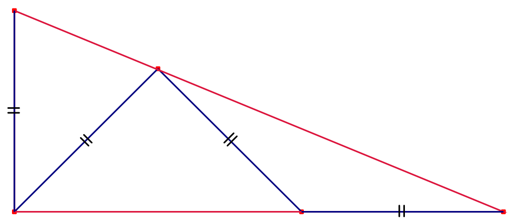
Aleshores, $S_1 = S_2 = S_3 = S_4$.

Notem que la intersecció de les diagonals és el punt mig de les diagonals, aleshores, el quadrilàter és paral·lelogram.



- **PROBLEMA 2**

Calculeu els angles aguts del triangle rectangle de la figura el qual ha estat dividit en 3 triangles isósceles tots de costats iguals.



Solució:

Siga $\alpha = \angle ABC$. $\overline{AC} = \overline{AE} = \overline{DE} = \overline{BD}$

$\angle BED = \alpha$.

$\angle ADE = \angle DBE + \angle BED = 2\alpha$.

$\angle EAD = \angle ADE = 2\alpha$.

$\angle AEC = \angle ABE + \angle EAB = 3\alpha$.

$\angle ACB = \angle AEC = 3\alpha$.

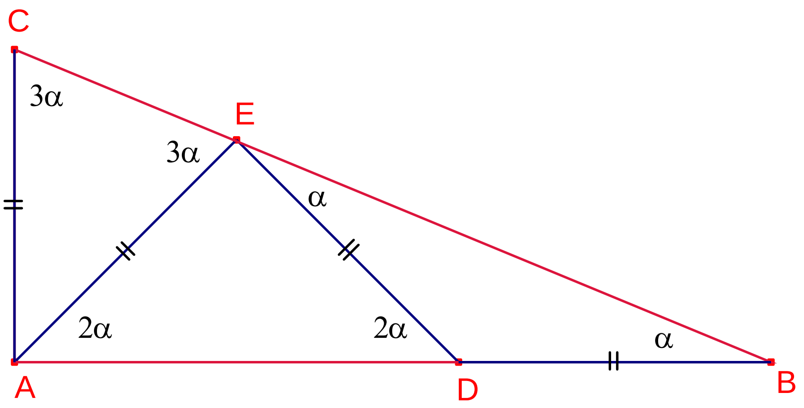
$\angle ABC + ACB = 90^\circ$.

$\alpha + 3\alpha = 90^\circ$.

Resolent l'equació:

$\alpha = 22'30'$.

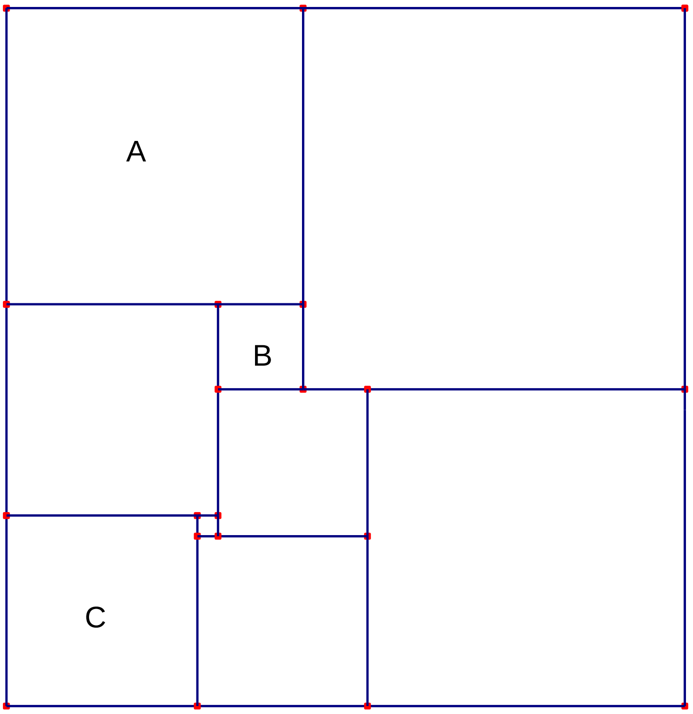
$C = 3\alpha = 67^\circ 30'$.



- **PROBLEMA 3**

El rectangle de la figura s'ha disseccionat en quadrats. L'àrea del quadrat *A* és $196\ cm^2$, la del quadrat B és $16\ cm^2$ i la del quadrat *C* és $81\ cm^2$.

Calculeu l'àrea del rectangle.



Solució:

$\overline{NR} = \overline{NQ} = \overline{QT} = \overline{RT} = \sqrt{196} = 14$.

$\overline{ST} = \overline{TU} = \sqrt{16} = 4$.

$\overline{QS} = \overline{QP} = \overline{QT} - \overline{ST} = 14 - 4 = 10$.

$\overline{KP} = \sqrt{81} = 9$.

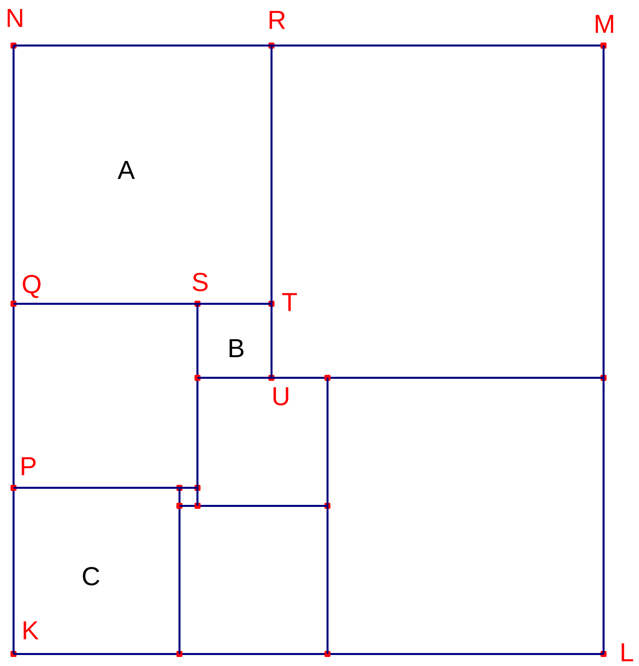
$\overline{KN} = \overline{KP} + \overline{QP} + \overline{NQ} = 9 + 10 + 14 = 33\text{cm}$.

$\overline{RM} = \overline{RU} = \overline{RT} + \overline{TU} = 14 + 4 = 18$.

$\overline{NM} = \overline{NR} + \overline{RM} = 14 + 18 = 32\text{cm}$.

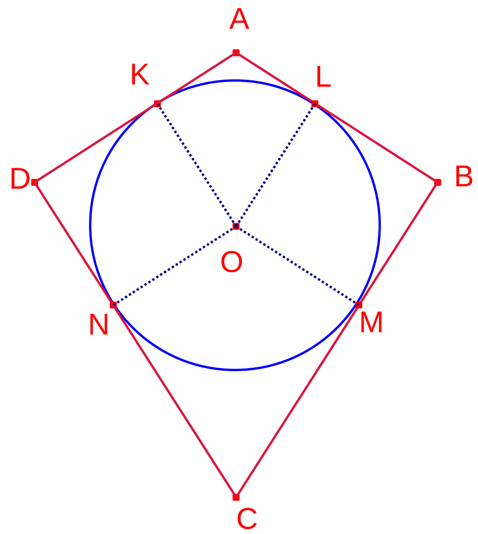
L'àrea del rectangle KLMN és:

$S_{KLMN} = \overline{NM} \cdot \overline{KN} = 32 \cdot 33 = 1056\text{cm}^2$.



- **PROBLEMA 4**

Proveu que si dos angles oposats d'un quadrilàter convex circumscrit a una circumferència són rectes el quadrilàter és un cometa.



Solució:

Siga el quadrilàter ABCD circumscrit a la circumferència de centre O i radi r. Siguen K, L M i N els punts de tangència del quadrilàter i la circumferència. Aleshores:

$\overline{AK} = \overline{AL}$.

$\overline{OK} = r$ és perpendicular a $\overline{AD}$, $\overline{ON} = r$ és perpendicular a $\overline{CD}$.

$\angle KDN = 90^{o}$.

Aleshores, DKON és un quadrat, per tant,

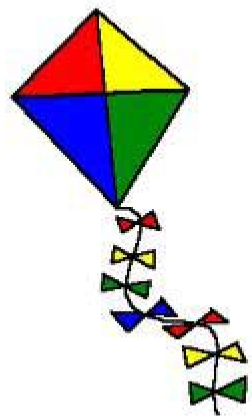
$\overline{DK} = \overline{OK} = r$.

Anàlogament, $\overline{BL} = r$.

Aleshores, $\overline{AD} = \overline{AB}$.

Anàlogament, $\overline{CD} = \overline{CB}$.

Aleshores, ABCD és un cometa.

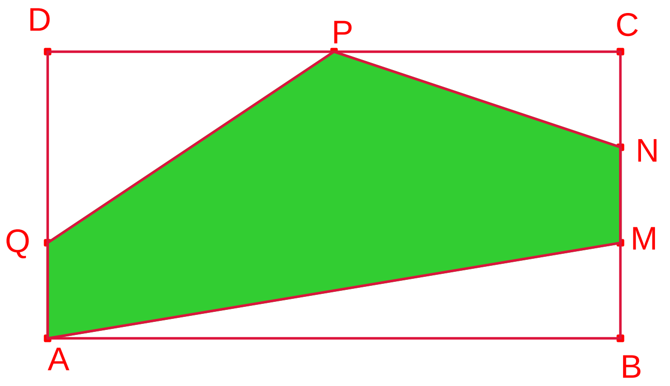


- **PROBLEMA 5**

En la figura ABCD és un rectangle de 108cm de perímetre.

$\overline{BC} = \frac{1}{2}\overline{AB}$, $\overline{AQ} = \overline{BM} = \overline{MN} = \overline{NC}$, $\overline{DP} = \overline{PC}$.

Calculeu l'àrea del pentàgon AMNPQ.



Solució:

Siga $\overline{AQ} = \overline{BM} = \overline{MN} = \overline{NC} = x$.
$\overline{BC} = 3x$, $\overline{AB} = 2\overline{BC} = 6x$, $\overline{DQ} = 2x$.
El perímetre del rectangle ABCD és 108cm, aleshores:
$18x = 108$. Resolent l'equació:
$x = 6$.
$\overline{AB} = 36$, $\overline{BC} = 18$.
$\overline{DP} = \overline{PC} = 18$, $\overline{DQ} = 12$.
L'àrea del pentàgon AMNPQ és:

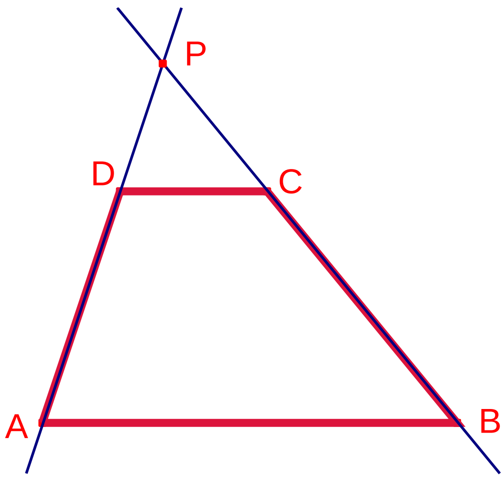
$$S_{AMNPQ} = S_{ABCD} - (S_{ABM} + S_{NCD} + S_{PDQ})$$

$$S_{AMNPQ} = \overline{AB} \cdot \overline{BC} - \left(\frac{\overline{AB} \cdot \overline{BM}}{2} + \frac{\overline{CP} \cdot \overline{CN}}{2} + \frac{\overline{PD} \cdot \overline{DQ}}{2} \right).$$

$$S_{AMNPQ} = 36 \cdot 18 - \left(\frac{36 \cdot 6}{2} + \frac{18 \cdot 6}{2} + \frac{18 \cdot 12}{2} \right) = 378\text{cm}^2.$$

- **PROBLEMA 6**

Coneixent els quatre costats d'un trapezi, calculeu les longituds dels costats del triangle format pels seus costats no paral·lels (exterior al trapezi).



Solució:

Siga ABCD el trapezi de costats paral·lels $\overline{AB} = a$, $\overline{CD} = b$ i costats no paral·lels $\overline{AD} = c$, $\overline{BC} = d$.
Suposem que $b < a$.

Siga P la intersecció de les rectes AD, BC.

Siga $\overline{CP} = x$, $\overline{DP} = y$, costats del triangle $\overset{\Delta}{CDP}$.

Els triangles $\overset{\Delta}{DCP}$. $\overset{\Delta}{ABP}$ són semblants.

Aplicant el teorema de Tales:

$$\frac{d+x}{a} = \frac{x}{b} = \frac{d}{a-b}.$$

Resolent l'equació:

$$x = \frac{bd}{a-b}.$$

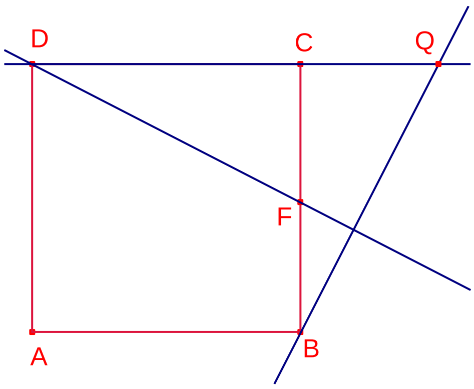
$$\frac{c+y}{a} = \frac{y}{b} = \frac{c}{a-b}.$$

Resolent l'equació:

$$y = \frac{bc}{a-b}.$$

- **PROBLEMA 7**

Siga el quadrat ABCD i F un punt qualsevol del costat $\overline{BC}$. Pel punt B tracem la perpendicular a la recta DF que talla la recta DC en el punt Q. Determineu la mesura de l'angle $\angle FQC$.



Solució:

Siga $\alpha = \angle FDC$, aleshores $\angle CBQ = \alpha$.

$\overline{DC} = \overline{CF}$.

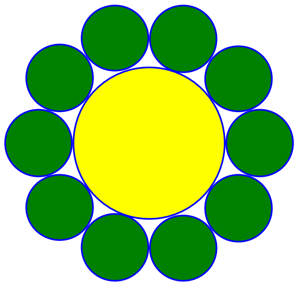
Per tant, els triangles rectangles $\overset{\Delta}{DCF}$, $\overset{\Delta}{BCQ}$ són iguals.

Aleshores, $\overline{CF} = \overline{CQ}$.

El triangle rectangle $\overset{\Delta}{CFQ}$ és isòsceles, aleshores: $\angle FQC = 45°$.

- **PROBLEMA 8**

Al voltant d'un cercle situem 10 monedes d'igual radi com s'indica en la figura. Cada moneda és tangent al cercle i a dues monedes veïnes. Calculeu la proporció entre la suma de les àrees de les monedes i la del cercle.



Solució:

Siga r el radi de les monedes.
Siguen O_1, O_2 els centres de dues monedes tangents.
Siga O el centre del cercle interior.
Siga T_1 el punt de tangència del cercle i la moneda de centre O_1.
Siga r el radi de les monedes.

Els centres de les monedes formen un decàgon regular.

$\angle O_1OO_2 = 36^{\circ}$. El triangle $O_1\overset{\Delta}{O}O_2$ és auri, aleshores:

$\overline{O_1O_2} = 2r$

$\dfrac{\overline{OO_1}}{\overline{O_1O_2}} = \Phi = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

$\overline{OO_1} = 2r \cdot \Phi = (1+\sqrt{5})r$

El radi del cercle és $\overline{OT_1}$.

$\overline{OT_1} = \overline{OO_1} - \overline{O_1T_1} = (1+\sqrt{5})r - r = r\sqrt{5}$.

L'àrea de les 10 monedes és:

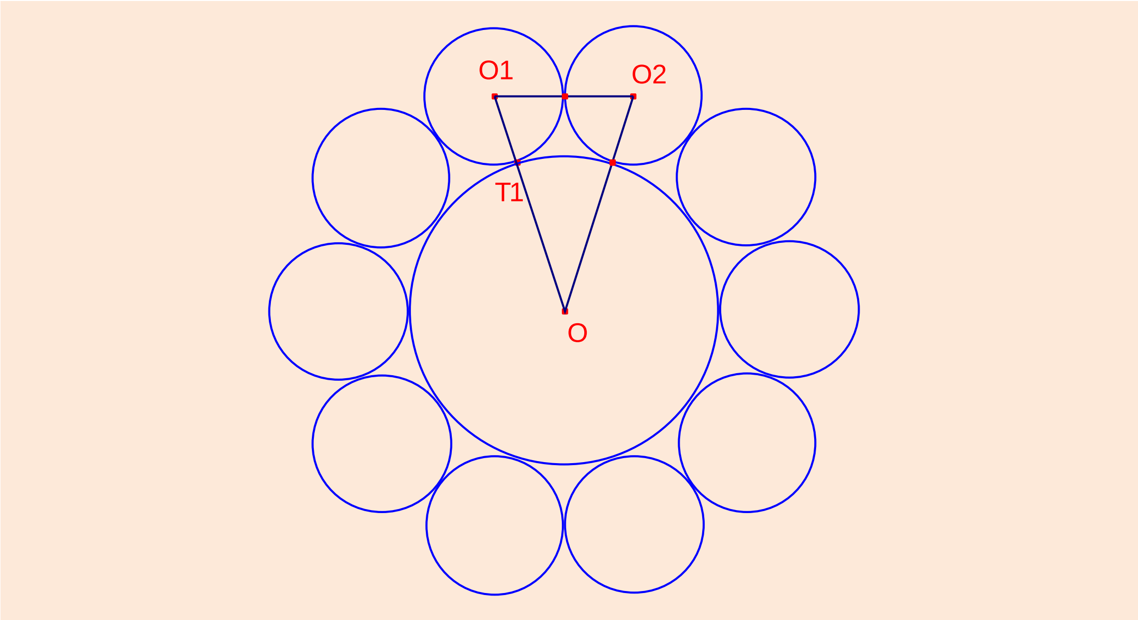
$S_{10mo} = 10 \cdot \pi r^2$

L'àrea del cercle és:

$S_c = \pi(r\sqrt{5})^2 = 5\pi r^2$.

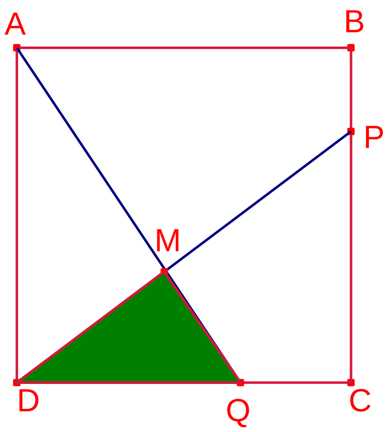
La proporció entre les àrees és:

$\dfrac{S_{10mo}}{S_c} = \dfrac{10 \cdot \pi r^2}{5\pi r^2} = 2$.



- **PROBLEMA 9**

Siga el quadrat ABCD de costat c.
Siguen P i Q dos punts del costats $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, respectivament, tal que $\overline{PC} = 3 \cdot \overline{PB}$ i $\overline{QD} = 2 \cdot \overline{QC}$. Siga M el punt intersecció de les rectes AQ, PD.
Determineu l'àrea del triangle $\overset{\Delta}{QMD}$.



Solució:

$\overline{PC} = 3 \cdot \overline{PB}$, aleshores, $\overline{PC} = \frac{3}{4}c$, $\overline{PB} = \frac{1}{4}c$.

$\overline{QD} = 2 \cdot \overline{QC}$, aleshores, $\overline{DQ} = \frac{2}{3}c$, $\overline{CQ} = \frac{1}{3}c$.

Les rectes PD, AB s'intersecten en el punt E.

Siga $x = \overline{BE}$.

Els triangles $\overset{\Delta}{DCP}$, $\overset{\Delta}{EBP}$. Aplicant el teorema de Tales:

$$\frac{\overline{DC}}{\overline{PC}} = \frac{\overline{BE}}{\overline{PB}}.$$

$\dfrac{c}{\frac{3}{4}c} = \dfrac{x}{\frac{1}{4}c}$. Aleshores, $x = \dfrac{1}{3}c$.

Siga h l'altura del triangle $\overset{\Delta}{QMD}$ referida a la base $\overline{QD}$. L'altura del triangle $\overset{\Delta}{AEM}$ referida a la base $\overline{AE}$ és $c - h$.

Els triangles $\overset{\Delta}{QMD}$, $\overset{\Delta}{AEM}$ són semblants. Aplicant el teorema de Tales:

$$\frac{\overline{DQ}}{\overline{AE}} = \frac{h}{c-h}.$$

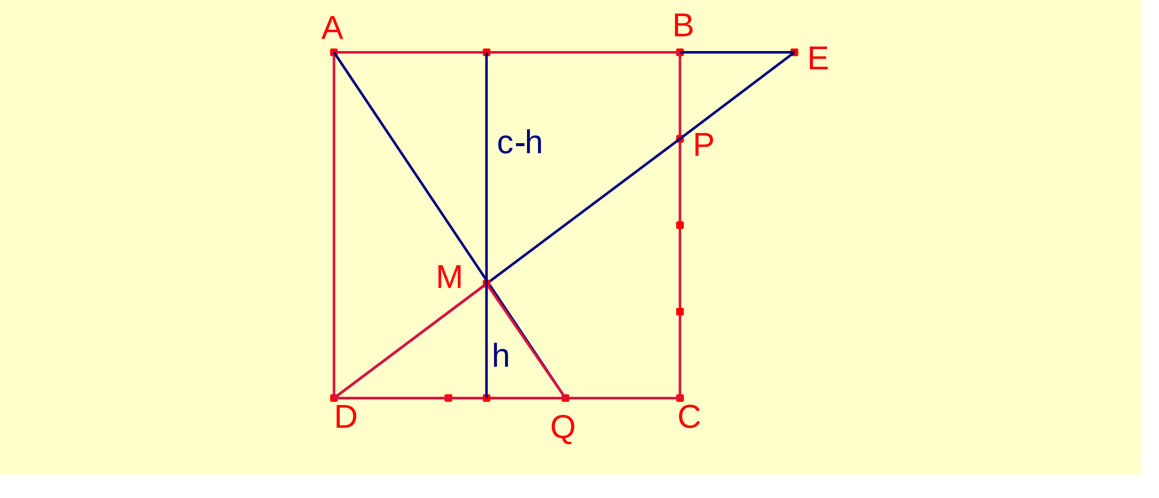
$\dfrac{\frac{2}{3}c}{\frac{4}{3}c} = \dfrac{h}{c-h}$. Resolent l'equació: $h = \dfrac{1}{3}c$. L'àrea del triangle $\overset{\Delta}{QMD}$ és:

$$S_{QMD} = \frac{\frac{2c}{3}\frac{c}{3}}{2} = \frac{c^2}{9}.$$

D'altra banda, $4 \cdot \angle AOM = 180^o$. Aleshores, $\angle AOM = 45^o$, $\angle AOB = 90^o$.

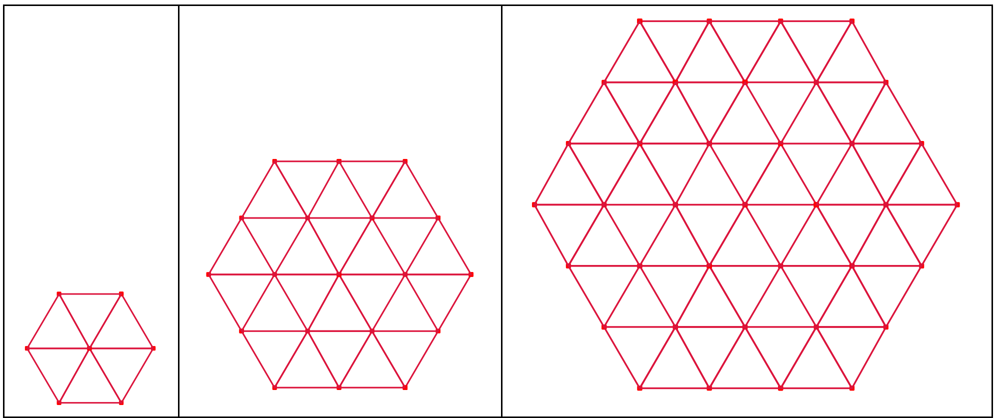
$\overline{OA} = \overline{OB} = \sqrt{2}$.

L'àrea ombrejada és igual a l'àrea del triangle rectangle $\overset{\Delta}{AOB}$ menys l'àrea del sector de radi 1 i d'angle 90º. $S = \dfrac{\overline{OA}^2}{2} - \dfrac{1}{4}\pi \cdot 1^2 = 1 - \dfrac{\pi}{4} \approx 0.215$.



- **PROBLEMA 10**

Tenim 10000 fitxes iguals amb forma de triangle equilàter.
Amb aquests triangles es formen hexàgons regulars, sense superposar, ni deixar buits.
Si formem l'hexàgon regular que malbarata la menor quantitat possible de triangles, quants triangles ens calen i quants ens sobren



6	6·4 = 24	6·9=54

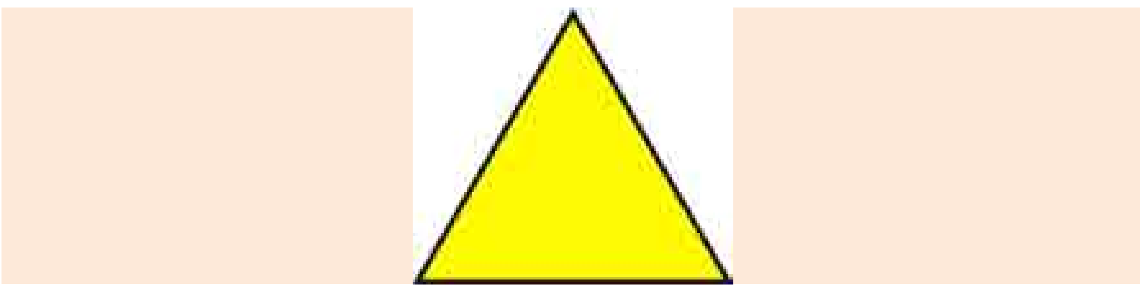
Solució:

Dos hexàgons regulars són semblants, la raó de semblança de les àrees és el quadrat de la raó de semblança dels hexàgons.

Siga 1 la longitud del costat d'un triangle equilàter.
El terme general del nombre triangles equilàters utilitzats en formar un hexàgon és $6 \cdot n^2$ on n és la longitud del costat de l'hexàgon.
Hem de determinar el valor màxim per a n tal que $6 \cdot n^2 \leq 10000$

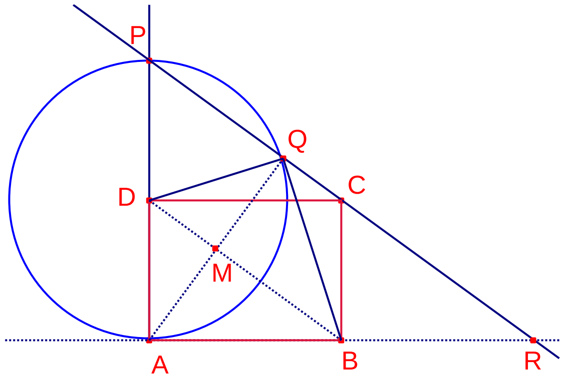
$$n = \left[\sqrt{\frac{10000}{6}}\right] = 40.$$

Per fer un hexàgon regular de costat 40 ens calen: $6 \cdot 40^2 = 9600$ triangles equilàters. Dels 10000 inicials ens sobrarien 400 triangles.



- **PROBLEMA 11**

Siga el rectangle ABCD i la circumferència de centre D i radi $\overline{AD}$ que talla la prolongació del costat $\overline{AD}$ en el punt P. La recta PC talla la circumferència en el punt Q i a la prolongació del costat $\overline{AB}$ en el punt R.
Demostreu que $\overline{BQ} = \overline{BR}$.



Solució:

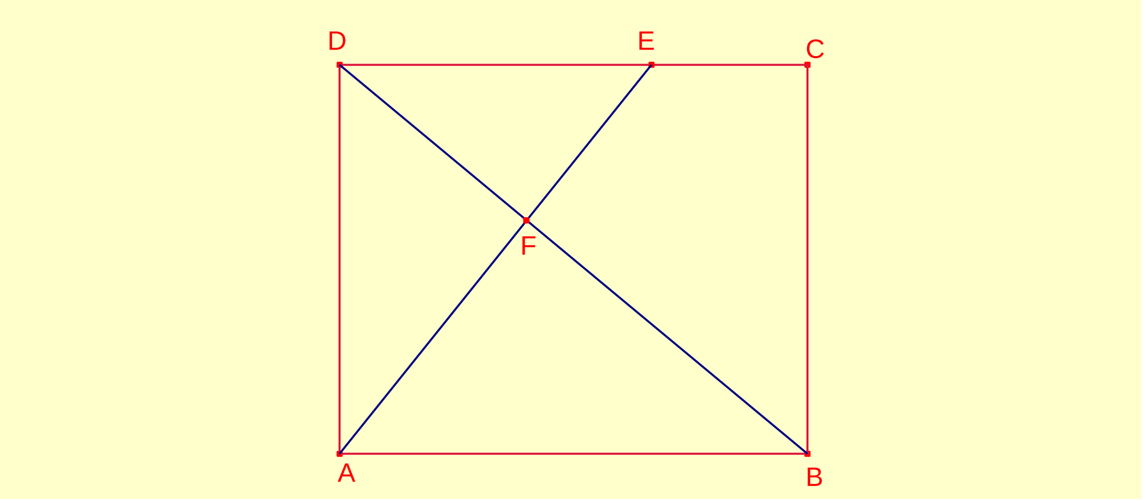
Siga $a = \overline{AD} = \overline{DP} = \overline{DQ}$, $b = \overline{AB} = \overline{CD}$.

Els triangles rectangles $\overset{\Delta}{DCP}$, $\overset{\Delta}{BRC}$ són iguals, aleshores:
$\overline{BR} = b$.
Siga $\alpha = \angle APR$.
Com que $\overline{DP} = \overline{DQ}$, $\angle PQD = \alpha$.
$\angle PDQ = 180^\circ - 2\alpha$.
$\angle PAQ$ és una angle inscrit en la circumferència, mesura la meitat de l'arc que abraça:
$$\angle PAQ = \frac{180^\circ - 2\alpha}{2} = 90^\circ - \alpha .$$
$\angle DQA = 90^\circ - \alpha$.

El segment $\overline{BD}$ és paral·lel a la recta PC.
$\angle BDA = \alpha$.
Siga M la intersecció de $\overline{AQ}$ i $\overline{BD}$.
$\angle DMA = 90^\circ$. Aleshores, M és el punt mig del segment $\overline{AQ}$.
Els triangles rectangles $\overset{\Delta}{QMB}$, $\overset{\Delta}{AMB}$ són iguals, aleshores:
$\overline{BQ} = \overline{AB} = b$.
Per tant, $\overline{BQ} = \overline{BR}$.

- **PROBLEMA 12**

Siga el rectangle ABCD. Siga E un punt del costat $\overline{CD}$ tal que $\overline{DE} = 2 \cdot \overline{CE}$. Siga F la intersecció dels segments $\overline{BD}$, $\overline{AD}$. Si l'àrea del triangle $\overset{\Delta}{DEF}$ és 12cm^2, calculeu l'àrea del quadrilàter BCEF.



Solució:

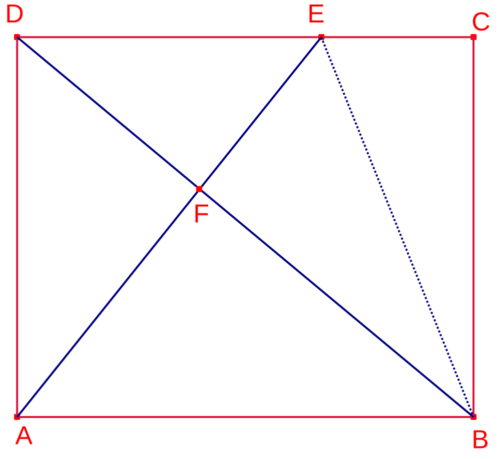
$\overline{DE} = \frac{2}{3}\overline{AB}$.

Els triangles $\overset{\Delta}{DEF}$, $\overset{\Delta}{BAF}$ són semblants i la raó de semblança és 2:3.
Aplicant el teorema de Tales:

$\overline{AF} = \frac{3}{2}\overline{EF}$. $\overline{BF} = \frac{3}{2}\overline{DF}$.

Dos triangles que tenen la mateixa altura les àrees són proporcionals a les base:

Els triangles $\overset{\Delta}{DEF}$, $\overset{\Delta}{EFB}$ tenen la mateixa altura referides a les bases $\overline{DF}$, $\overline{BF}$, aleshores:



$S_{EFB} = \frac{3}{2}S_{EDF} = 18$.

$S_{DEB} = S_{EDF} + S_{EFB} = 12 + 18 = 30$.

Els triangles $\overset{\Delta}{DEB}$, $\overset{\Delta}{ECB}$ tenen la mateixa altura referides a les bases $\overline{DE}$, $\overline{CE}$, aleshores:

$S_{ECB} = \frac{1}{2}S_{DEB} = 15$.

L'àrea del quadrilàter BCEF és: $S_{BCEF} = S_{EFB} + S_{ECB} = 18 + 15 = 33\text{cm}^2$.

Nota: també podem calcular l'àrea del rectangle ABCD.

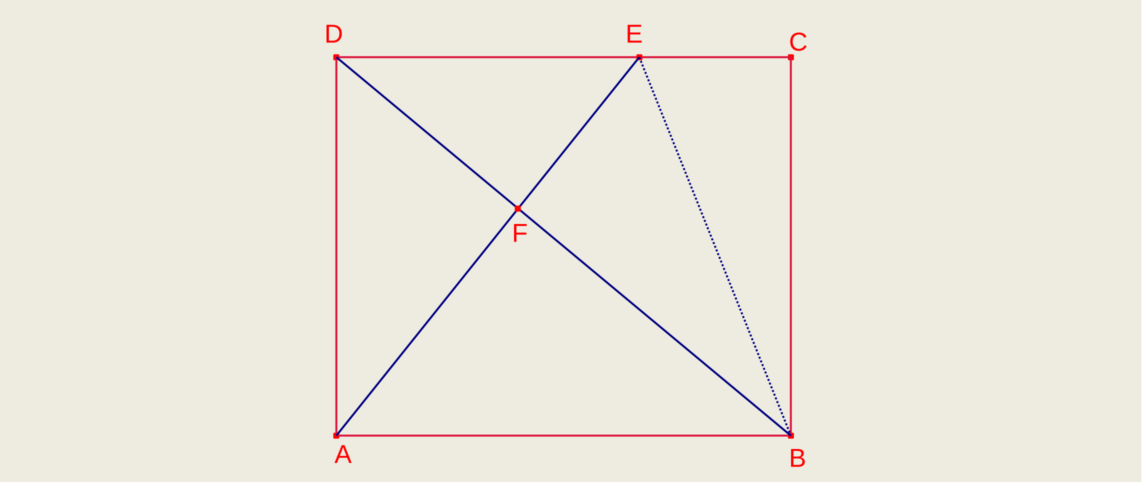
Els triangles $\overset{\Delta}{DEF}$, $\overset{\Delta}{BAF}$ són semblants i la raó de semblança és 2:3, les àrees són proporcionals al quadrat de la raó de semblança:

$S_{ABF} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 S_{DEF} = \frac{9}{4}12 = 27$.

Els triangles $\overset{\Delta}{DEB}$, $\overset{\Delta}{AFD}$ tenen la mateixa altura referides a les bases $\overline{EF}$, $\overline{AF}$, aleshores: $S_{AFD} = \frac{3}{2} S_{DEB} = 18$.

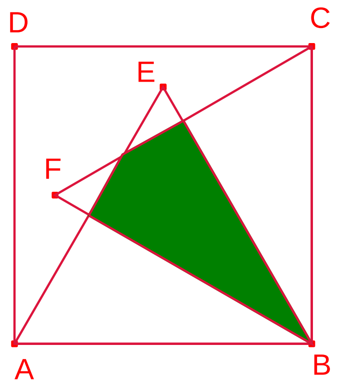
L'àrea del rectangle ABCD és:

$S_{ABCD} = S_{DEF} + S_{AFD} + S_{AFB} + S_{BCEF} = 12 + 18 + 27 + 33 = 90\text{cm}^2$.



- **<u>PROBLEMA 13</u>**

En el quadrat ABCD dibuixem els triangles equilàters $\overset{\Delta}{ABE}$, $\overset{\Delta}{BCF}$. Determineu la proporció entre les àrees de la zona ombrejada i la del quadrat.



Solució

Siga $\overline{AB} = a$ costat del quadrat.
Siga BPMQ el quadrilàter que forma la zona ombrejada.
$\angle EBC = 30^o$, $\angle FCB = 60^o$, $\angle MBC = 45^o$. Aleshores, $\angle MPB = 90^o$, $\angle MBP = 15^o$
$\overline{CP} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{a}{2}$, $\overline{BP} = \frac{\sqrt{3}}{2}\overline{BC} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

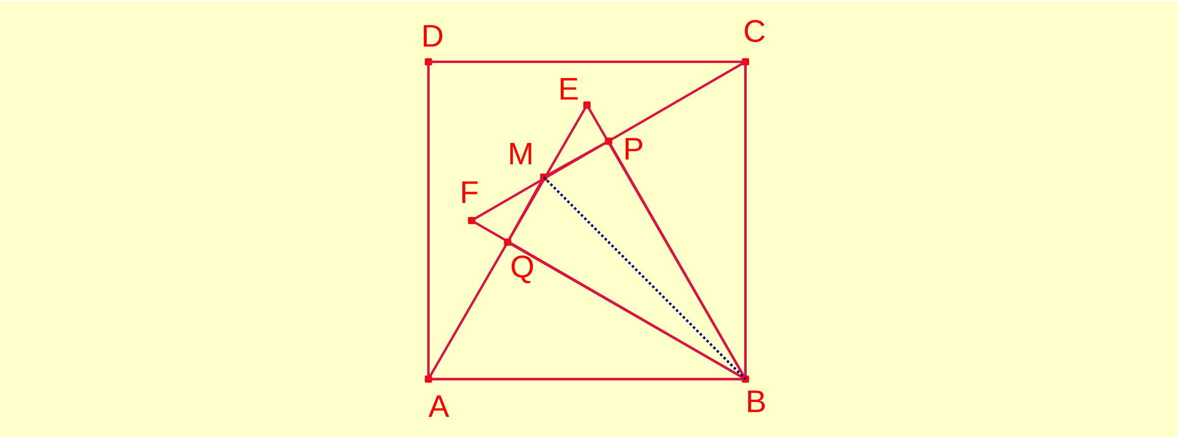
Aplicant raons trigonomètriques al triangle rectangle $\overset{\Delta}{BPM}$:

$\overline{PM} = \overline{BP} \cdot tg15^o = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \left(2 - \sqrt{3}\right) = \frac{2\sqrt{3} - 3}{2} a$.

$S_{BPMQ} = \overline{BP} \cdot \overline{PM} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2\sqrt{3} - 3}{2} a = \frac{3}{4}\left(2 - \sqrt{3}\right)a^2$.

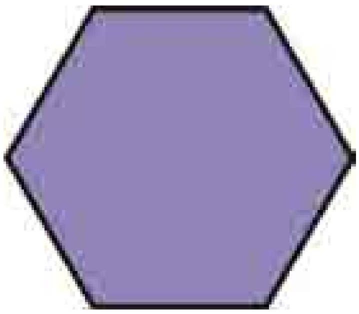
$S_{ABCD} = a^2$.

La proporció entre les àrees de la zona ombrejada BPMQ i la del quadrat ABCD és: $\frac{S_{BPMQ}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{3}{4}\left(2 - \sqrt{3}\right)a^2}{a^2} = \frac{3}{4}\left(2 - \sqrt{3}\right)$.



- **PROBLEMA 14**

Quin és el nombre d'angles aguts màxim que tenen els angles interiors d'un polígon convex?.



Solució

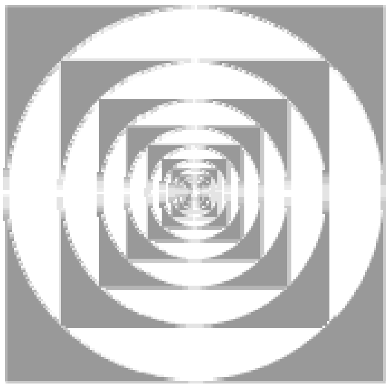
Siga n el nombre de costats (angles interiors) d'un polígon convex.
La suma dels angles interiors és:
$180^{o}(n-2)$.

Siga k el nombre d'angles aguts del polígon convex.
El nombre d'angles obtusos és $n-k$.

$90^{o}k+(n-k)180^{o}>180^{o}(n-2)$.
Simplificant:
$-90k>360^{o}$.
Resolent l'equació:
$k<4$.
Aleshores el màxim nombre d'angles aguts que tenen els polígons convexes és 3.

- **PROBLEMA 15**

Un cercle blanc està inscrit en una quadrat gris de costat 1 (veure figura). Un quadrat gris està inscrit en el cercle i el procés segueix fins l'infinit. Quin és el total de l'àrea grisa.



Solució:

Siga ABCD el quadrat exterior de costat 1. Calculem l'àrea del quadrat inscrit en el cercle. El radi del cercle inscrit en el quadrat ABCD és: $\overline{OM}=\overline{OD'}=\frac{1}{2}$.

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle isòsceles $\overset{\Delta}{OC'D'}$:

$$\overline{C'D'}^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}.$$

L'àrea del quadrat A'B'C'D' és: $S_{A'B'C'D'} = \overline{C'D'}^2 = \frac{1}{2}$.

La proporció de les àrees de dos quadrat consecutius és $\frac{1}{2}$.

La proporció de dos cercles consecutius és $\frac{1}{2}$.

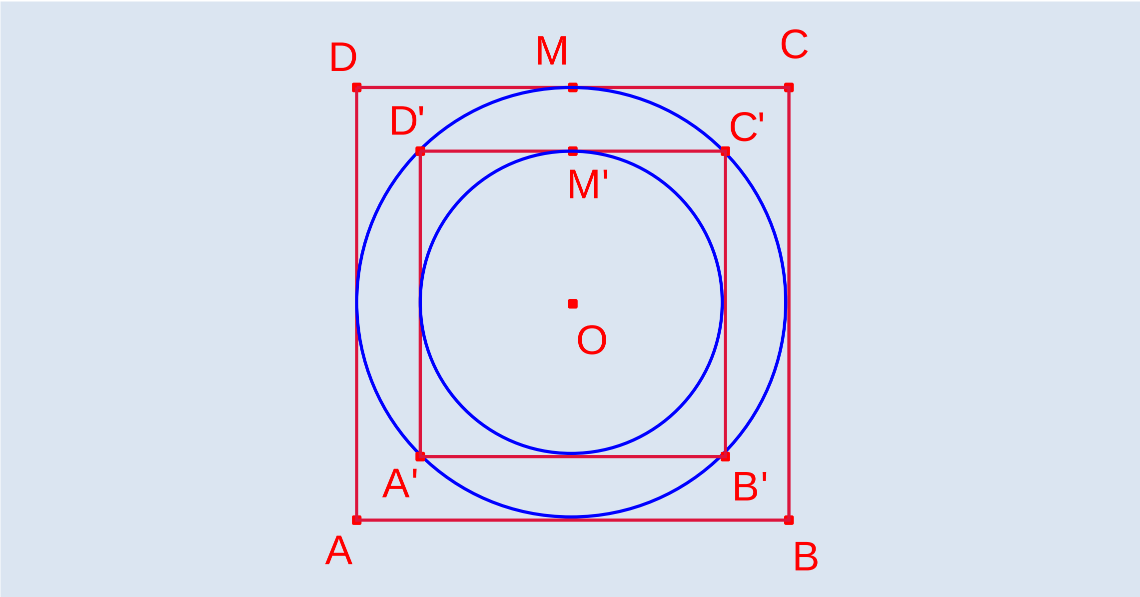
L'àrea total grisa és igual a l'àrea dels infinits quadrats menys l'àrea dels infinits cercles.

Les àrees dels quadrats formen una progressió geomètrica de primer terme 1, i raó $\frac{1}{2}$: $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \ldots\ldots$

La seua suma infinita és: $S_q = \dfrac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2$.

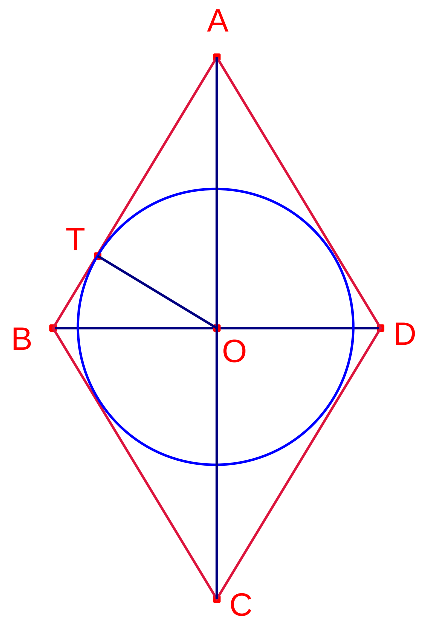
Les àrees dels cercles formen una progressió geomètrica de primer terme $\pi\frac{1}{4}$, i raó $\frac{1}{2}$: $\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{16}, \frac{\pi}{32}, \ldots\ldots$

La seua suma infinita és: $S_c = \dfrac{\frac{\pi}{4}}{1-\frac{1}{2}} = \frac{\pi}{2}$. L'àrea grisa és: $S_g = S_q - S_c = 2 - \frac{\pi}{2}$.



- **PROBLEMA 16**

Calculeu el radi de la circumferència inscrita a un rombe de diagonals 2a, 2b.



Solució:

Siga el rombe ABCD de diagonals $\overline{AC} = 2a$, $\overline{BD} = 2b$.
Les diagonals d'un rombe són perpendiculars i s'intersecten en el punt mig.
Siga O la intersecció de les diagonals.
$\overline{OA} = a$, $\overline{OB} = b$.

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{BOA}$:
$\overline{AB} = \sqrt{a^2 + b^2}$.
Siga T el punt de tangència de la circumferència inscrita al rombe i el costat $\overline{AB}$.
$r = \overline{OT}$, radi de la circumferència inscrita al rombe, és perpendicular al costat $\overline{AB}$. L'àrea del triangle rectangle $\overset{\Delta}{BOA}$ és:

$$S_{BOA} = \frac{\overline{OB} \cdot \overline{OA}}{2} = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{OT}}{2} .$$

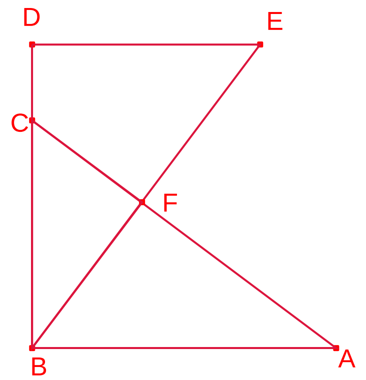
$$\frac{ab}{2} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2} \cdot r}{2} .$$

$$r = \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}} .$$

- **PROBLEMA 17**

Siguen $\overset{\Delta}{ABC}$ i $\overset{\Delta}{BDE}$ dos triangles iguals $\angle ABC = \angle BDE = 90^o$ tal que els vèrtexs B, C i D pertanyen a una recta, amb C entre B i D, i els vèrtexs A i E estan en el mateix semipla respecte de la recta BD.

Si $\overline{AB} = \overline{BD} = 4$ i $\overline{BC} = \overline{DE} = 3$, calculeu l'àrea comuna als triangles $\overset{\Delta}{ABC}$ i $\overset{\Delta}{BDE}$.



Solució:

Aplicant el teorema de Pitàgores als triangles $\overset{\Delta}{ABC}$ i $\overset{\Delta}{BDE}$:
$\overline{AC} = \overline{BE} = 5$.

L'àrea del triangle $\overset{\Delta}{BDE}$ és:

$$S_{BDE} = \frac{\overline{BD} \cdot \overline{DE}}{2} = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6.$$

Siga F la intersecció de $\overline{AC}$ i $\overline{BE}$.
Notem que $\angle BFC = 90^o$.

Els triangles $\overset{\Delta}{BDE}$, $\overset{\Delta}{BFC}$ són semblants, aleshores, les àrees són proporcionals al quadrat de la raó de semblança.

$$\frac{S_{BFC}}{S_{BDE}} = \left(\frac{\overline{BC}}{\overline{BE}}\right)^2.$$

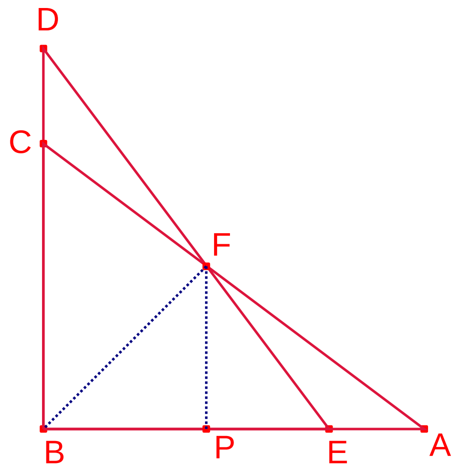
$$\frac{S_{BFC}}{6} = \left(\frac{3}{5}\right)^2.$$

$$S_{BFC} = \frac{54}{25}.$$

- **PROBLEMA 18**

Siguen $\overset{\Delta}{ABC}$ i $\overset{\Delta}{BDE}$ dos triangles iguals $\angle ABC = \angle DBE = 90^o$ tal que els vèrtexs B, C i D pertanyen a una recta, amb C entre B i D, i els vèrtexs A i E estan en el mateix semipla respecte de la recta BD.

Si $\overline{AB} = \overline{BD} = 4$ i $\overline{BC} = \overline{DE} = 3$, calculeu l'àrea comuna als triangles $\overset{\Delta}{ABC}$ i $\overset{\Delta}{BDE}$.

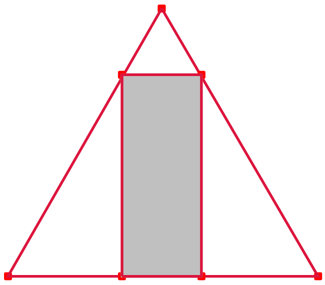


Solució:

Siga F la intersecció de $\overline{AC}$ i $\overline{BE}$.
El punt F pertany a la bisectriu de l'angle $\angle ABC$.
$\angle FBA = 45^o$.
L'àrea comuna als dos triangles és el quadrilàter BEFC
Siga P la projecció de F sobre $\overline{AB}$.
Siga $x = \overline{BP} = \overline{FP}$.
Els triangles $\overset{\Delta}{ABC}$, $\overset{\Delta}{APF}$ són semblants, aplicant el teorema de Tales:
$\frac{3}{4} = \frac{x}{4-x}$. Resolent l'equació:
$x = \frac{12}{7}$.
L'àrea del quadrilàter BEFC és:
$$S_{BEFC} = 2 \cdot S_{BEF} = 2\frac{\overline{BE} \cdot \overline{FP}}{2} = 3 \cdot \frac{12}{7} = \frac{36}{7}.$$

- **PROBLEMA 19**

En la figura, el rectangle té els vèrtexs en els costats d'un triangle equilàter d'àrea 40cm^2. El costat menor del rectangle és un quart del costat del triangle. Calculeu l'àrea del rectangle.



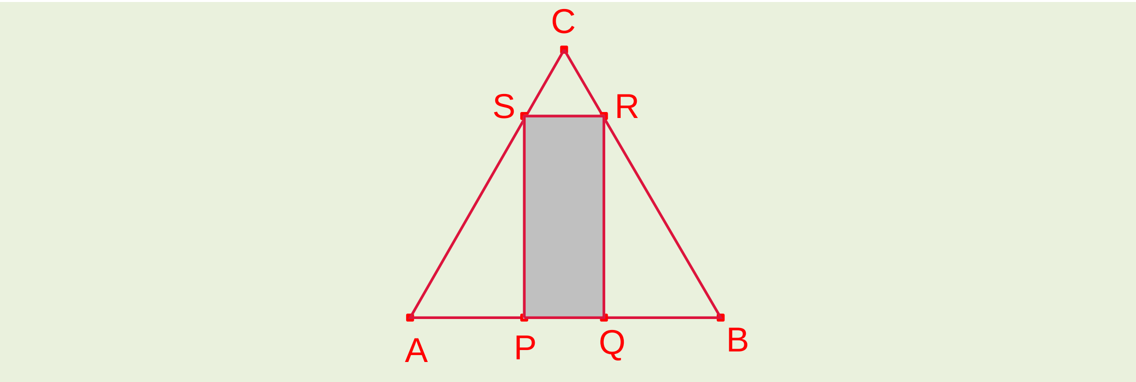
Solució 1:

Les àrees de dos triangles equilàters són proporcionals als quadrats de la raó de semblança dels dos triangles.

Siga $\overset{\Delta}{ABC}$ el triangle equilàter d'àrea 40cm^2. Siga PQRS el rectangle tal que $\overline{PQ} = \overline{RS} = \frac{1}{4}\overline{AB}$. $\overset{\Delta}{CRS}$ és un triangle equilàter. Els triangles rectangles $\overset{\Delta}{APS}$, $\overset{\Delta}{BQR}$ són iguals.

L'àrea del triangle $\overset{\Delta}{APS}$ és igual a la meitat d'un triangle equilàter de costat $\frac{3}{4}\overline{AB}$. L'àrea del rectangle PQRS és igual a l'àrea del triangle $\overset{\Delta}{ABC}$, menys les àrees de dos triangles equilàters de costats $\frac{1}{4}\overline{AB}$, $\frac{3}{4}\overline{AB}$.

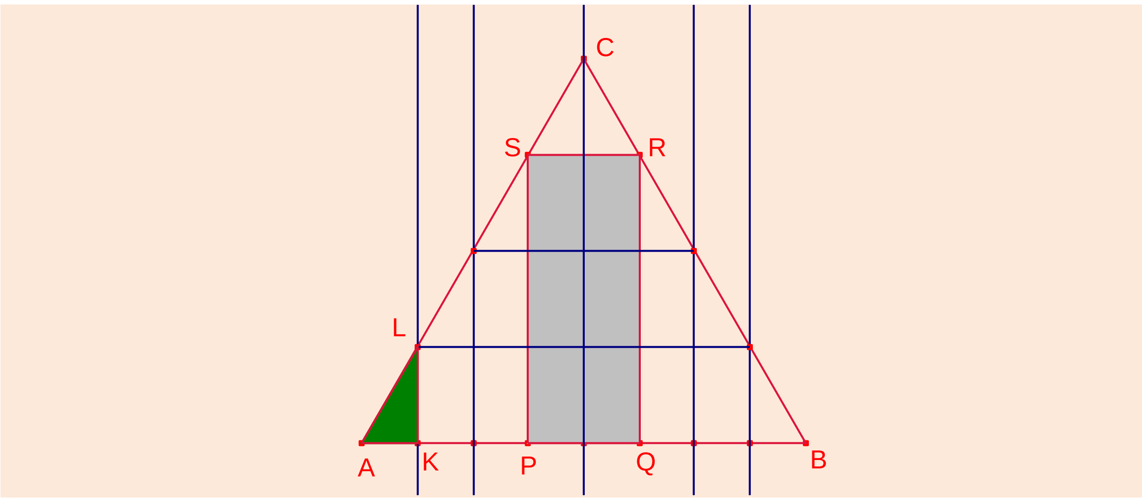
$$S_{PQRS} = S_{ABC} - \left(\left(\frac{1}{4}\right)^2 S_{ABC} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 S_{ABC}\right) = \frac{3}{8}S_{ABC} = \frac{3}{8}40 = 15\text{cm}^2.$$



Solució 2:

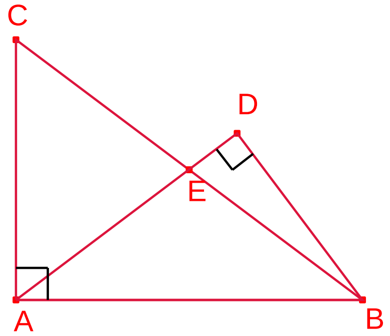
Dividim el costat $\overline{AB}$ en 8 parts iguals. L'àrea del triangle $\overset{\Delta}{ABC}$ està format per 32 triangles iguals al triangle rectangle $\overset{\Delta}{AKL}$.
L'àrea del rectangle PQRS està format per 12 triangles iguals al triangle rectangle $\overset{\Delta}{AKL}$. La proporció entre les àrees és: $\frac{12}{32}=\frac{3}{8}$.

L'àrea del rectangle PQRS és igual a $\frac{3}{8}$ l'àrea del triangle equilàter $\overset{\Delta}{ABC}$, aleshores: $S_{PQRS}=\frac{3}{8}S_{ABC}=\frac{3}{8}40=15\text{cm}^2$.



- **PROBLEMA 20**

En la figura els triangles $\overset{\Delta}{ABC}$, $\overset{\Delta}{ABD}$ són rectangles en A i D, respectivament. Sabent que $\overline{AC}=15\text{cm}$, $\overline{AD}=16$ i $\overline{BD}=12$, determineu l'àrea del triangle $\overset{\Delta}{ABE}$.



Solució:

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{\mathrm{ABD}}$:
$\overline{\mathrm{AB}} = 20$.

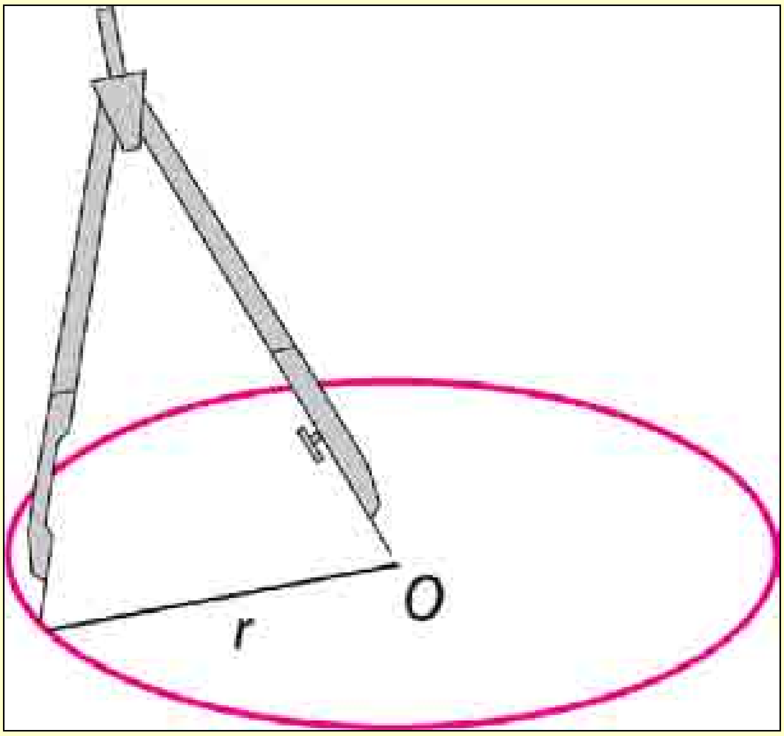
Els triangles $\overset{\Delta}{\mathrm{ABC}}$, $\overset{\Delta}{\mathrm{ABD}}$ són semblants ja que:
$\dfrac{\overline{\mathrm{AC}}}{\overline{\mathrm{AB}}} = \dfrac{15}{20} = \dfrac{3}{4}$, $\dfrac{\overline{\mathrm{BD}}}{\overline{\mathrm{AD}}} = \dfrac{12}{16} = \dfrac{3}{4}$.
Aleshores, $\angle\mathrm{DAB} = \angle\mathrm{ABC}$.

Per tant, el triangle $\overset{\Delta}{\mathrm{ABE}}$ és isòsceles $\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{BE}}$.
Notem que $\angle\mathrm{CAE} = \angle\mathrm{ACE}$.

Per tant, el triangle $\overset{\Delta}{\mathrm{AEC}}$ és isòsceles $\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{CE}}$.
Aleshores E és el punt mig del segment $\overline{\mathrm{BC}}$.

L'àrea del triangle $\overset{\Delta}{\mathrm{ABE}}$ és la meitat de l'àrea del triangle $\overset{\Delta}{\mathrm{ABC}}$.

$$\mathrm{S}_{\mathrm{ABE}} = \frac{1}{2}\mathrm{S}_{\mathrm{ABC}} = \frac{1}{2}\frac{\overline{\mathrm{AB}}\cdot\overline{\mathrm{AC}}}{2} = \frac{1}{2}\frac{20\cdot 15}{2} = 75\mathrm{cm}^2.$$



PROBLEMES NIVELL B (SEGON CICLE ESO)

1.- UN PROBLEMA METEREOLÒGIC

A l'escola de meteorologia, després d'observar l'oratge uns quants anys, s'ha arribat a la següent conclusió:

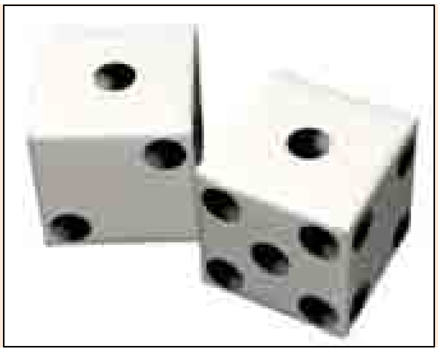
En Quart de Poblet son dotze vegades més el dies de pluja que els dies en els que no cau ni una gota en València. A més a més, en Xirivella plou el doble de vegades que deixa de ploure en Quart de Poblet. D'altra banda, la quantitat de vegades que ens trobem un dia de pluja en València es la suma dels dies que plou en Quart de Poblet mes la quarta part dels dies que plou en Xirivella.

Amb quina freqüència plou en cadascuna de les tres poblacions?

2.- QUI GUANYARÀ?

Pere i Joan juguen als daus de manera que per torns llancen dos daus "no trucats" fins que un d'ells obté "ulls de serp" (els dos daus mostren un un). Aleshores aquesta persona és la guanyadora.

Si Pere comença el primer, quina és la probabilitat que Joan guanye el joc?



3.- JOCS ESCOLARS

En uns jocs escolars s'entreguen m medalles com a premi en n dies consecutius. (n >1). El primer dia s'entrega una medalla i $\frac{1}{2}$ de les restants m – 1 medalles. El segon dia s'entreguen dos medalles i $\frac{1}{2}$ de les restants medalles; així successivament. El n-éssim dia s'entreguen les n medalles que faltaven. ¿Quans dies duraren els jocs escolars i quantes medalles es varen entregar en total sabent que les medalles eren més de vint i menys de cent?

4.- EL NOMBRE MISTERIÓS

Un amic teu pensa un nombre natural i el multiplica per 2.

Al resultat obtés, li suma 5 i aquest resultat el multiplica per 5.

El teu amic et dona el resultat obtés després de fer totes les operacions.

a) Com esbrines el nombre que el teu amic ha pensat al principi sense desfer les operacions?

b) En quina xifra acabarà sempre el nombre obtés després de fer totes les operacions? Per què?

5.- LES FRACCIONS

Siguen A, B i C tres nombres naturals i no nuls que complixen que:

$$\frac{24}{5} = A + \cfrac{1}{B + \cfrac{1}{C+1}}$$

Calculeu A + 2B + 3C.

6.- LA BÀSCULA

Lluc i quatre amics seus volen conéixer el seu pes en una fàrmacia però només tenen una moneda.

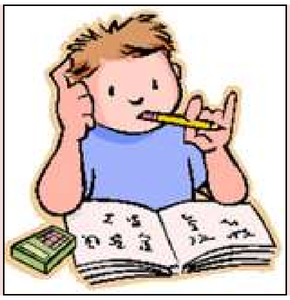
A un d´ells se li ocurreix un mètode que consistix en pesar-se de dos en dos, alternant-se i sense quedar-se la bàscula buida. Es pesen de la següent manera:

- Primer comença Lluc i es pesa amb Mateu, Elena, Sara i Miquel respectivament.
- En segon lloc es pesa Miquel amb Mateu, Elena i Sara respectivament.
- Després es pesa Sara amb Mateu i Elena.
- I en acabant la parella que falta.

Obtenen els següents pesos seguint l´orde: 134, 138, 121, 126, 140, 144, 127, 135, 139 i 152.

Al finalitzar observen que la bàscula només utilitza números naturals.

Calculeu quant pesa cadascú d´ells.

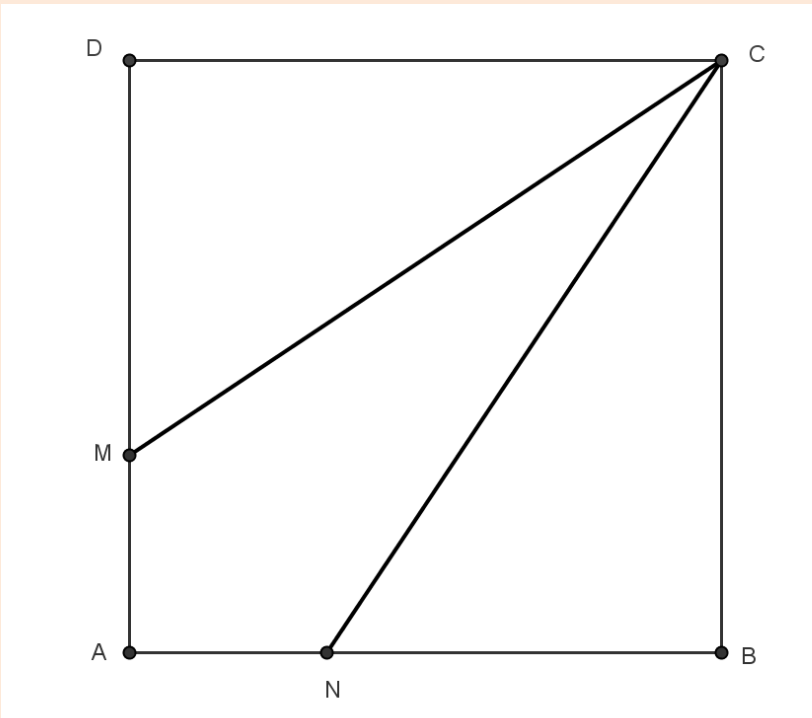


7.- NOMBRE PRIMER

Per a qualsevol nombre natural, és l´expressió n^2+n+41 un nombre primer? Per qué?

8.- EL QUADRAT

Els costats del quadrat ABCD mesuren 3 cm. Els segments CM i CN divideixen l´àrea del quadrat en tres parts iguals. Quina és la longitud del segment CM?



9.- IDIOMES

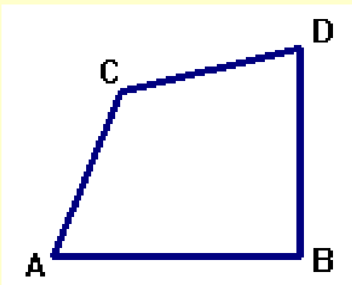
En una empresa, tots els empleats parlen algun idioma dels següents:

a) El 5% parla els tres idiomes.
b) El 9% parla francés i alemany.
c) El 25% parla francés i anglés.
d) El 23% parla anglés i alemany.
e) El 78% parla anglés.
f) El 41% parla francés.

Quin percentatge d'empleats parla només un idioma?

10.- QÜESTIÓ DE DISTÀNCIES

Siga ABCD un quadrilàter convex amb AB perpendicular a BD i siga P la intersecció d'AC i BD. Suposem que la distància de P a AB és 99, que la distància de P a BC és 63 i que la distància de P a CD és 77. Quina és la distància de P a AD?



SOLUCIONS

PROBLEMES NIVELL C (TERCER CICLE PRIMÀRIA)

1.- TRES XIFRES CONSECUTIVES

Solució:

342079**531**00**522**39

5**504**76**333**06**414**07

DIFICULTAT: 30

2.- PARELLES CONSECUTIVES

Solució:

239 i 240,249 i 250, 259 i 260

DIFICULTAT: 20

3.- ANIVERSARI

Solució:

El sopar era el 1 de Gener.
L´aniversari és el 31 de Desembre.

DIFICULTAT: 20

4.- EL FARMACÉUTIC I ELS SEUS AMICS

Solució:

La dona del metge és la filla del farmacèutic.

DIFICULTAT: 10

5.- EL QUATRE EXCLÓS

Solució:

```
    11
+    1
----------
    12
```

DIFICULTAT: 10

6.- QUINA FAMILIA!!

Solució:

Pare= P Mare= M Fills=F Gat=G

→FF ←F
→P ←F
→FF ←F
→M ←F
→FF ←F
→FG

DIFICULTAT: 20

7.- MENTIDER SEGONS EL DIA

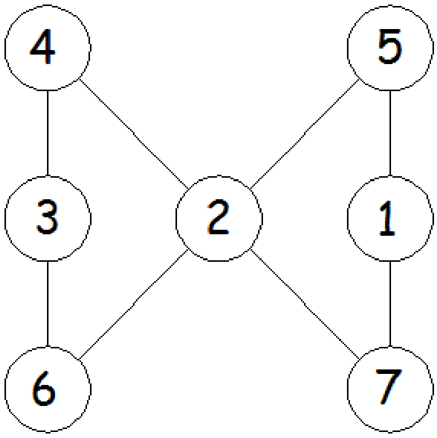
Solució:

El dijous

DIFICULTAT: 30

8.- SEMPRE IGUAL

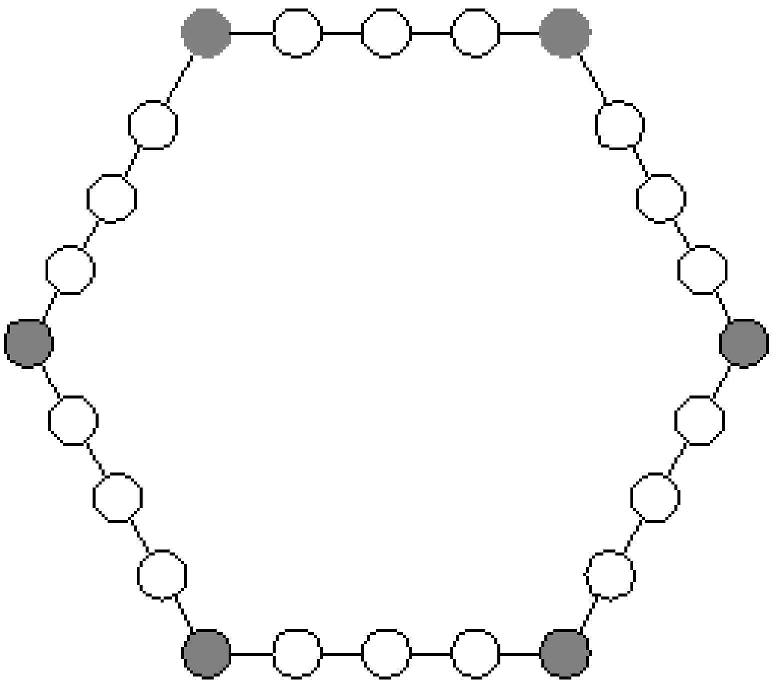
Solució:



DIFICULTAT: 30

9.- TOTS EN FILA

Solució:



DIFICULTAT: 30

10.- UN QUADRILÀTER PECULIAR

Solució:

Els seus costats mesuren 7, 8, 9 i 10.

DIFICULTAT: 30

11.- SEQÜÈNCIA

Solució:

1, 2, 6, 24, 120, 720, **5040, 40.320, 362.880**

DIFICULTAT: 40

12.- PARAL.LELOGRAMS

Solució:

Hi ha 15 paral.lelograms.

DIFICULTAT: 20

S.E.M.C.V.

AL-KHWARIZMI

SOLUCIONS

PROBLEMES NIVELL A (PRIMER CICLE ESO)

1.- BLAUS I MARRONS

Solució :

La primera dona que és preguntada no pot haver dit que tenia els ulls blaus, ja que de fer-ho i tindre'ls haguera dit veritat i no és possible, ja que si té els ulls blaus sempre menteix. Per tant la primera els té marrons, la segona blaus, i la tercera com diu que la segona diu la veritat, i no és així, també menteix, per tant també té els ulls blaus. Les dos que queden els tindran marrons.

DIFICULTAT: 30

2.- ASTERISCS INCÒGNITS

Solució :

$$
\begin{array}{ccccccc}
 & & & & 4 & 1 & 5 \\
 & & \times & & 3 & 8 & 2 \\
\hline
 & & & & 8 & 3 & 0 \\
 & & 3 & 3 & 2 & 0 & \\
+ & 1 & 2 & 4 & 5 & & \\
\hline
 & 1 & 5 & 8 & 5 & 3 & 0
\end{array}
$$

DIFICULTAT: 10

3.- ENCREUAT D'OPERACIONS BÀSIQUES

1ª Solució :

3	+	7	-	1	=	9
.		.		.		
6	x	2	:	3	=	4
-		-		-		
9	-	5	+	3	=	7
=		=		=		
9		9		0		

2ª Solució :

7	+	5	-	3	=	9
.		.		.		
2	x	2	:	1	=	4
-		-		-		
5	-	1	+	3	=	7
=		=		=		
9		9		0		

DIFICULTAT: 20

4.- EL JOC DE CARTES

Solució :

Suposem que en la 4ta mà perd el 1r jugador, per tant aquest ha pagat en esta última mà la meitat de cada quantitat que té cada jugador, per tant en la tercera mà ell tenia la suma de totes estes quantitat que ha pagat més el que li queda a ell en la taula. En l'anterior mà anem a suposar que perd el 2n jugador, el raonament és el mateix i així successivament fins l'últim jugador. Detallem les quantitats en la següent taula:

	4ta mà	3ra mà	2na mà	1ra mà	Inicial
1r jugador	160	400	200	100	50
2n jugador	160	80	360	180	90
3r jugador	160	80	40	340	170
4t jugador	160	80	40	20	330

DIFICULTAT: 40

5.- L'AVI DE JOAN

Solució :

Com que l'edat de l'avi és major que la del pare el que viu en un portal amb nombre més menut és l'avi, aleshores provem solucions per tanteig. Comencem suposant que viuen en els portals 2 i 4, i que l'avi té l'edat màxima que pot tindre (79 anys) i el pare la mínima (40 anys).

70 . 2 = 140   79 . 2 = 158
40 . 4 = 160   49 . 4 = 196

Com que el màxim que pot donar el producte de l'edat de l'avi pel portal és menor que el mínim del producte de l'edat del pare pel portal estos nombres de portal queden descartats. Provem ara amb 4 i 6, fem el mateix però ara ens fixem amb el mínim de l'edat de l'avi i amb el màxim de l'edat del pare i intentem arribar al mateix resultat.

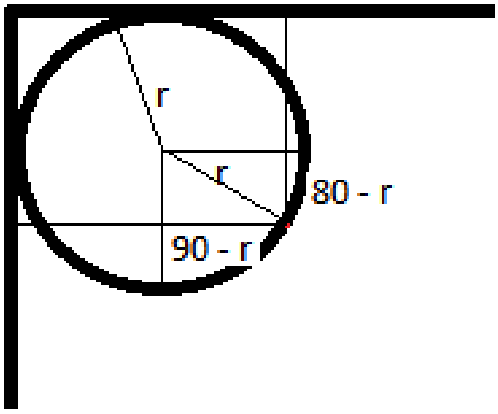
70 . 4 = 280   79 . 4 = 316
40 . 6 = 240   49 . 6 = 294
71 . 4 = 284   72 . 4 = 288
48 . 6 = 288

I per tant arribem al resultat: Pare: 48 anys i viu en el número 6
Avi: 72 anys i viu en el número 4

DIFICULTAT: 40

6.- TAULA CIRCULAR

Solució :



Plantegem el teorema de Pitàgores en el triangle i obtenim

$r^2 = (80 - r)^2 + (90 - r)^2$

del que obtenim l'equació de 2n grau

$r^2 - 340r + 14500 = 0$

amb solucions r = 50 i r = 290, l'única solució possible és 50 cm

Per tant el diàmetre és de 100 cm.

DIFICULTAT: 30

7- PAGAMENT DE TAXES AL BANC

Solució :

Pague amb bitllet de 20 €. Em retornen: 20-2,11=17,89€: Em retornen en monedes 17,89-10=7,89€

Retornen en monedes:

Quantitat	2€	1€	50 cent	20 cent.	10 cent.	5 cent.	2 cent.	1 cent.
7,89€	3	1	1	1	1	1	2	1

Pague amb bitllet de 10 €. Em retornen: 10-2,11=7,89€: Em retornen en monedes 7,89-5=2,89€

Retornen en monedes:

Quantitat	2€	1€	50 cent	20 cent.	10 cent.	5 cent.	2 cent.	1 cent.
2,89€	1	0	1	1	1	1	2	0

Pague amb bitllet de 5 €. Em retornen: 5-2,11=2,89€: Em retornen en monedes la mateixa quantitat de monedes:

Quantitat	2€	1€	50 cent	20 cent.	10 cent.	5 cent.	2 cent.	1 cent.
2,89€	1	0	1	1	1	1	2	0

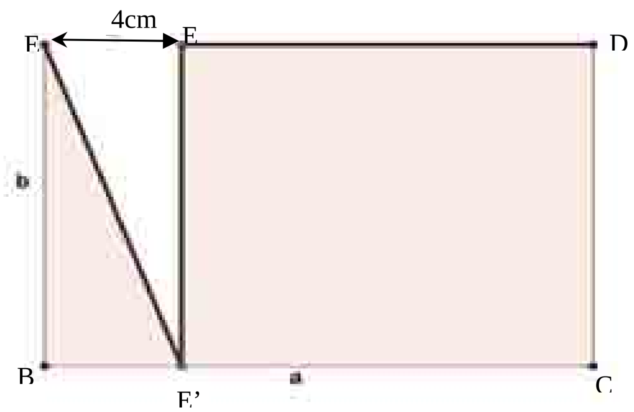
En total tindré

Quantitat	2€	1€	50 cent	20 cent.	10 cent.	5 cent.	2 cent.	1 cent.
28	5	1	3	3	3	4	8	1

DIFICULTAT: 20

8.- FUNCIONS?

Solució :



=2

Segons el dibuix, "b" és l'altura del rectangle BCDE i "a" la base del mateix rectangle
Amb la condició **A** és l'àrea del rectangle BCDE menys l'àrea del triangle rectangle EE'E"de base 4 cm i altura b

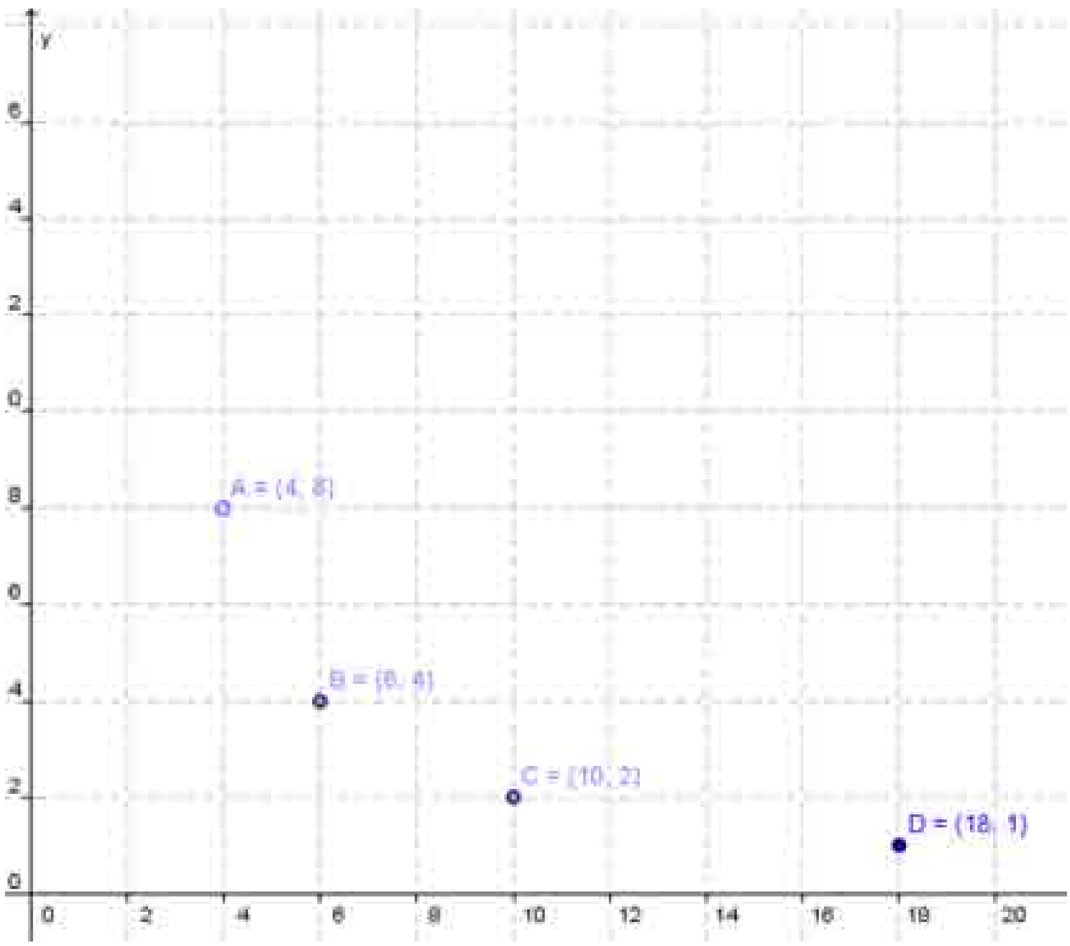
A $= ab - \frac{4b}{2} = \boxed{(a-2)\cdot b = 16}$, ja que per definició de l'arrel quarta, 2^4= **A**. Per tant, $(a-2)\cdot b = 16 \rightarrow \boxed{b = \frac{16}{a-2}}$ que és l'expressió de la funció demanada $\boxed{y = \frac{16}{x-2}}$

I segons les condicions del problema b és la longitud d'un costat d'un rectangle, b>0 i a>4.

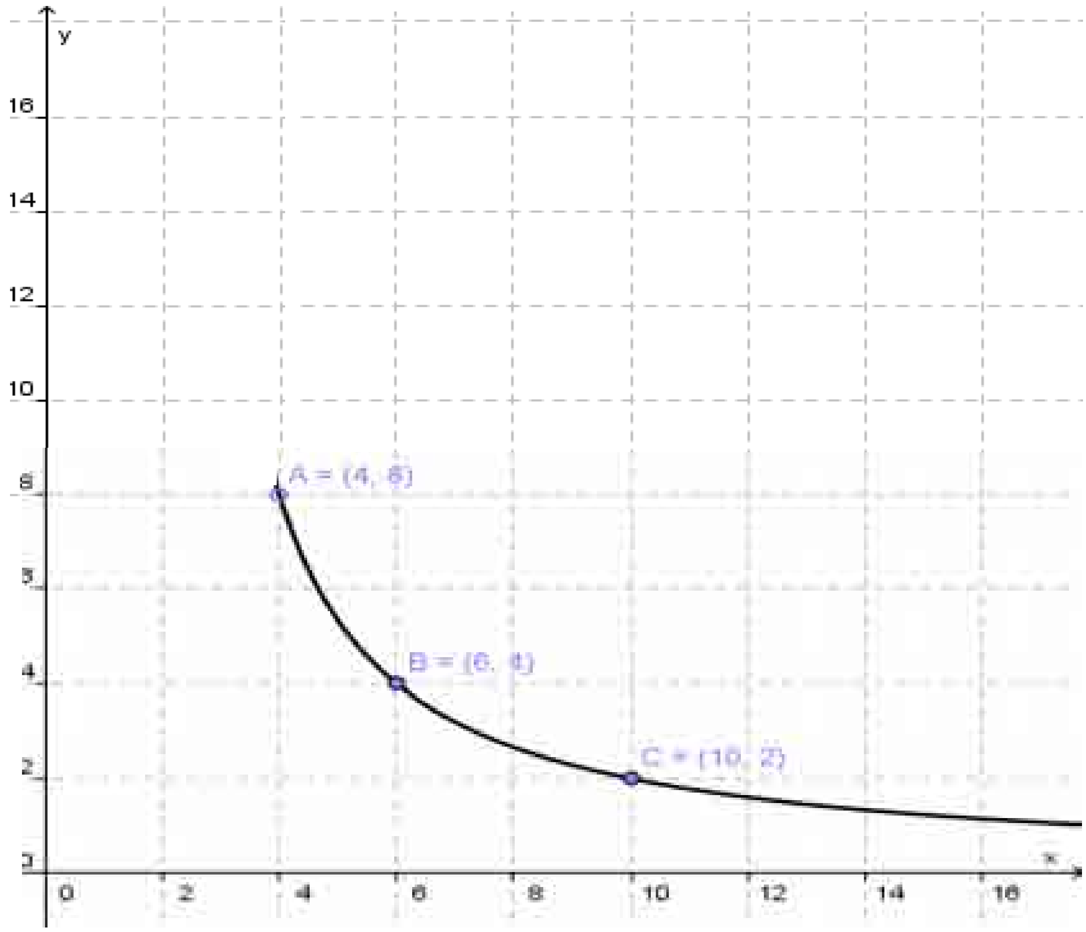
Siga la taula de valors enters corresponents amb les condicions: x>4 i x-2 divida a 16; és a dir x=6, x=10 i x=18, per tant n'hi ha tres rectangles amb les condicions demanades.

x	$y = \frac{16}{x-2}$	Punts del pla
6	4	B(6,4)
10	2	C(10,2)
18	1	D(18,1)

Aquesta és la situación inicial. Té sentit unir els punts a partir de x>4



Observar que es tracta de una hipèrbola $y = \frac{16}{x-2}$ però amb x>4.



DIFICULTAT: 40

9.- QUADRAT MÀGIC

Solució :

8	18	4
6	10	14
16	2	12

DIFICULTAT: 30

10.- TORRE D'ARRELS QUADRADES

Solució :

En el primer nivell, observem un ortoedre de costats 2,6 i 6 cm i el prisma de base triangular de costats 2, 6 i 6 cm respectivament.
Volum del primer nivell
$V1= 2·6^2 + 6^2=(2+1)·6^2=3·36=108$ cm3

En el segon nivell, observem un ortoedre de costats 4 cm, b=c=6 cm i el mateix prisma de base triangular de costats 2, 6 i 6 cm respectivament.
Volum del segon nivell
$V2= 4·6^2 + 6^2=(4+1)·6^2=5·36=180$ cm3

En el tercer nivell, observem un cub d'aresta a=8-2=6 cm, i un prisma de base triangular de costats 6, 2 i 6 cm respectivament.

Volum del tercer nivell és:
$V3= 6·6^2 + 6^2=(6+1)·6^2=7·36=252$ cm3

Volum del 2 012 é nivell és:

$V_{2012}= (2·2012+1)\ 6^2=(4\ 024+1)·6^2=4025·36=144900$ cm3

DIFICULTAT: 30

11.- EL FRUITER I ELS MELONS

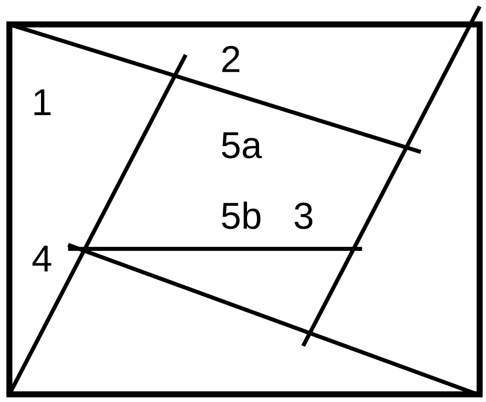
Solució :

Per tant, el fruiter tenia 7 melons.
Al primer client li dona 4 melons (la meitat més mig = 3,5 + 0,5). Per tant li queden 7 - 4 = 3 melons.
Al segon client li dona 2 melons (la meitat més mig = 1,5 + 0,5). Per tant li queda 3 – 2 = 1 meló.
Al primer client li dona 1 meló (la meitat més mig = 0,5 + 0,5). Per tant no li'n queda cap.

DIFICULTAT: 20

12.- UNA RELACIÓ CURIOSA

Solució :



DIFICULTAT: 20

SOLUCIONS

PROBLEMES NIVELL B (SEGON CICLE ESO)

1.- UN PROBLEMA METEREOLÒGIC

Solució :

Siguen Pq=pluja a Quart, Px=pluja a Xirivella, Pv=pluja a València. Aleshores:

Pq = 12 (1 – Pv)
Px = 2 (1 – Pq)
Pv = Pq + Px / 4

Resolent, obtenim:

Pq = 6/7
Pv= 13/14
Px = 2/7

DIFICULTAT: 40

2.- QUI GUANYARÀ?

Solució :

Prob. Guanyar	Tirada 1	Tirada 2	Tirada 3
j	1/36	$1(36)*(35/36)^2$	$1(36)*(35/36)^4$
m	1(36)*(35/36)	$1(36)*(35/36)^3$	$1(36)*(35/36)^5$

Tenint en compte la taula anterior, tenim:

$j + m = 1 \rightarrow m = j\ (35/36) \rightarrow j = 36/71$

DIFICULTAT: 40

3.- JOCS ESCOLARS

Solució :

Si calculem el nombre de medalles entregades al passar els dies (acumulant) vegem el següent:

Dia 1: $(m+1)/2$
Dia 2: $(3m+5)/4$
Dia 3: $(7m + 17)/8$
Dia 4: $(15m + 49) /16$
Dia 5: $(31m + 129)/32$

En general podem inferir: Dia n: $M(n) = ((2n - 1) \cdot m + 2n \cdot (n-1) + 1) / 2n$

El dia n son entregades n medalles per tant $M(n - 1) + n = m$

Operant: $2(n-1) = \frac{m-1}{2\cdot(n-1)}$ -> $m = 1 + (n - 1)\ 2n$. Donant valors vegem el següent:

n	m
1	1
2	5
3	17
4	49
5	129

Como les medalles son mes de vint i menys de cent ha de ser n = 4 i m = 49.

DIFICULTAT: 50

4.- EL NOMBRE MISTERIÓS

Solució :

a) El nombre pensat l'obtenim llevant la xifra de les unitats i al nombre que queda li restem 2. El raonament d´aquesta conclusió es el següent:

Nombre pensat: $x_n x_{n-1} ... x_2 x_1 x_0$
L´escrivim en forma polinòmica:
$x_n \cdot 10^n + x_{n-1} \cdot 10^{n-1} + ... + x_2 \cdot 10^2 + x_1 \cdot 10 + x_0$

El multipliquem per 2:
$2x_n \cdot 10^n + 2x_{n-1} \cdot 10^{n-1} + ... + 2x_2 \cdot 10^2 + 2x_1 \cdot 10 + 2x_0$
Li sumem 5: $2x_n \cdot 10^n + 2x_{n-1} \cdot 10^{n-1} + ... + 2x_2 \cdot 10^2 + 2x_1 \cdot 10 + 2x_0 + 5$

El multipliquem per 5:
$$10x_n \cdot 10^n + 10x_{n-1} \cdot 10^{n-1} + ... + 10x_2 \cdot 10^2 + 10x_1 \cdot 10 + 10x_0 + 25 =$$
$$= 10x_n \cdot 10^n + 10x_{n-1} \cdot 10^{n-1} + ... + 10x_2 \cdot 10^2 + 10x_1 \cdot 10 + 10x_0 + 2 \cdot 10 + 5 =$$
$$= x_n \cdot 10^{n+1} + x_{n-1} \cdot 10^n + ... + x_2 \cdot 10^3 + x_1 \cdot 10^2 + x_0 \cdot 10 + 2 \cdot 10 + 5$$

Li llevem les unitats: $= x_n \cdot 10^n + x_{n-1} \cdot 10^{n-1} + ... + x_2 \cdot 10^2 + x_1 \cdot 10 \quad + x_0 + 2$
Obtenim: $x_n x_{n-1} ... x_2 x_1 x_0 + 2$

Observeu que tenim el nombre pensat pel nostre amic més 2 unitats.

b) El nombre que donem després de fer les operacions sempre finalitzarà en 5. La raó es la següent:

Siga N el nombre pensat.

El multipliquem per 2 i sempre tindrem un nombre parell (2N).

En sumar 5 tindrem: Parell + Imparell = Imparell (2N+5).
Qualsevol imparell si el multipliquem per 5 sempre acabarà en xifra 5.

DIFICULTAT: 20

5.- LES FRACCIONS

Solució :

Com C ∈ N* sabem que $\frac{1}{C+1}<1$.

Com B ∈ N* tenim que $B+\frac{1}{C+1}>1$, aleshores $\frac{1}{B+\frac{1}{C+1}}<1$.

Tenim que $\frac{24}{5}=A+\frac{1}{B+\frac{1}{C+1}}$. A ha de ser la part entera de $\frac{24}{5}$, i per tant A=4.

Substituïm el valor d'A i obtenim l´equació: $\frac{4}{5}=\frac{1}{B+\frac{1}{C+1}}\rightarrow B+\frac{1}{C+1}=\frac{5}{4}$.

Tenim que $\frac{1}{C+1}<1$, aleshores B ha de ser la part entera de $\frac{5}{4}$, per tant B=1.

Substituïm el valor de B i obtenim l´equació: $\frac{1}{C+1}=\frac{1}{4}$. Resolent l´equació tenim que C=3 .

Per tant, A + 2B + 3C = 4 + 2 + 9 = 15.

DIFICULTAT: 40

6.- LA BÀSCULA

Solució :

Llegint l´enunciat tenim:

1. Lluc + Mateu = 134
2. Lluc + Elena =138
3. Lluc + Sara =121
4. Lluc + Miquel=126
5. Miquel + Mateu = 140
6. Miquel + Elena = 144

7. Miquel + Sara = 127
8. Sara + Mateu = 135
9. Sara + Elena = 139
10. Elena + Mateu = 152

Anomenem al pes de cadascun amb una lletra:

a: pes de Lluc
b: pes de Mateu
c: pes d'Elena
d: pes de Sara
e: pes de Miquel

Sumant totes les equacions tenim:

$4(a+b+c+d+e)=1356 \rightarrow a+b+c+d+e=339$ (11)
Sumant les equacions 1 i 9: $a+b+c+d=273$ i restant amb 11 tenim que: $e=66$.
Sumant les equacions 2 i 5: $a+b+c+e=278$ i restant amb 11 tenim que: $d=61$.
Sumant les equacions 4 i 8: $a+b+d+e=261$ i restant amb 11 tenim que: $c=78$.
Sumant les equacions 3 i 6: $a+c+d+e=265$ i restant amb 11 tenim que: $b=74$.
Sumant les equacions 7 i 10: $b+c+d+e=279$ i restant amb 11 tenim que: $a=60$.

Aleshores, els cinc amics pesen:

Lluc: 60kg, Mateu: 74kg, Elena: 78kg, Sara: 61kg i Miquel: 66kg, respectivament.

DIFICULTAT: 10

7.- NOMBRE PRIMER

Solució :

n^2+n+41 = n(n+1)-41

Tenim un nombre i el següent més 41, si podem traure el 41 com a factor comú no tindríem un nombre primer.

Si n=40 tenim: 40 · 41 + 41 = 412.

Aleshores l´expressió n2+n+41 no és un nombre primer per a qualsevol nombre natural.

DIFICULTAT: 10

8.- EL QUADRAT

Solució :

L´àrea del quadrat és: Ac=32=9 cm2, aleshores l´àrea de cada tros és $\frac{9}{3} = 3\text{cm}^2$. Observem que el triangle BCM és rectangle i la seua àrea és 3cm^2.

Sabem que $A_{BCM} = 3 = \frac{3 \cdot \overline{BM}}{2} \to \overline{BM} = 2\text{cm}$

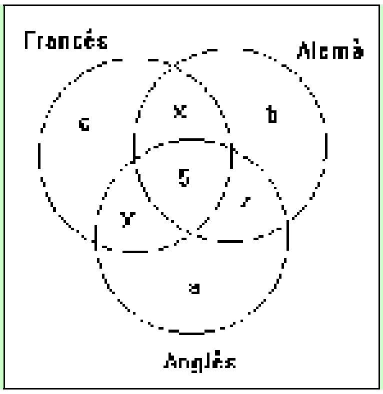
Aplicant el Teorema de Pitàgores: $\overline{CM}^2 = 2^2 + 3^2 = 13 \to \overline{CM} = \sqrt{13}\text{cm}$

DIFICULTAT: 20

9.- IDIOMES

Solució :

En el següent diagrama de Venn observem:



$$\left.\begin{array}{l} x+5=9 \\ y+5=25 \\ z+5=23 \\ a+y+z+5=78 \\ c+x+y+5=41 \\ c+x+b+y+5+z+a=100 \end{array}\right\} \text{Resolent el sistema obtenim: } \left.\begin{array}{l} x=4 \\ y=20 \\ z=18 \\ a=35 \\ c=12 \\ b=6 \end{array}\right\}$$

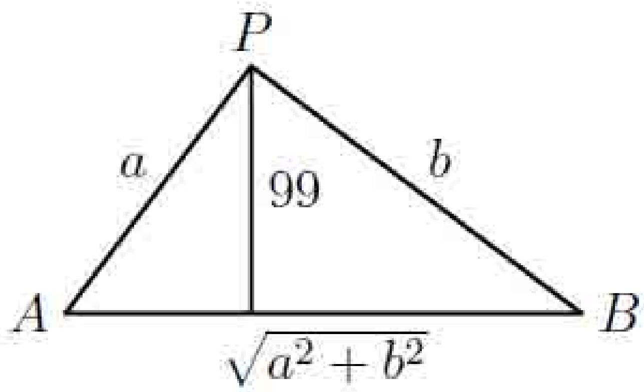
Per tant, el percentatge dels que només parlen un idioma és:

a+b+c=35+6+12=53%

DIFICULTAT: 30

10.- QÜESTIÓ DE DISTÀNCIES

Denotem per a la distància de a a P i per b i c les distàncies de P a B i C respectivament. Atés que AC i BD són perpendiculars, els triangles APB, BPC, CPD i DPA són tots rectangles en P i la distància de P a un costat és la longitud de l'altura del respectiu triangle. Considerem el següent triangle rectangle PAB



Llavors, 99 (la distància de P a AB) és l'altura del triangle i calculant l'àrea de PAB ens dóna $2(\grave{A}rea) = ab = 99\sqrt{a^2+b^2}$

Elevant al quadrat i aïllant el 99 ens queda: $99^2 = \dfrac{a^2b^2}{a^2+b^2}$

Així, ens queda una expressió que ens serà més útil, $\dfrac{1}{99^2} = \dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{b^2}$

Si denotem per x la distància de P a AD tenim,

$$\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=\frac{1}{63^2}$$
$$\frac{1}{c^2}+\frac{1}{d^2}=\frac{1}{77^2}$$
$$\frac{1}{d^2}+\frac{1}{a^2}=\frac{1}{x^2}$$

Combinant estes tres equacions tenim:

$$\frac{1}{99^2}+\frac{1}{77^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}+\frac{1}{d^2}=\frac{1}{63^2}+\frac{1}{x^2}$$

Per tant, x=231.

DIFICULTAT: 40

S. E. M. C. V.

AL-KHWARIZMI

EL PROBLEMA DE LA ÚLTIMA PÀGINA

A continuació publiquem un problema interessant que ens ha enviat el nostre company Juan Pagés Segarra. Agraïm al company la seua col·laboració i us recordem què podeu enviar les vostres aportacions i suggeriments o solucions al Problema Obert, així con qualsevol comentari per tal de millorar la revista.

UN PROBLEMA D'EDATS

Joan diu a Xelo: " La meua edat és el doble de la que tu tenies quan jo tenia l´edat que tu tens. Quan tu tingues l´edat que jo tinc, la suma de les nostres edats serà 36. Quina és l´edat actual de Xelo?

SOLUCIÓ

Joan diu a Xelo que quan ell tenia l´edat d´ella, la seua edat actual és el doble de la que ella tenia, donç bé ella tendria la meitat de l´edat actual de Joan "X" i actualmente l´edat de Xelo serà la meitat entre la que té actualment Joan "X" i la que tenia ella quan Joan tenia la seua "X/2"(la de Xelo).

És a dir: $(X/2 + X)/2 = 3X/4$ (Edat actual de Xelo).

La diferència actual d´edats és: $X - 3X/4 = X/4$

Quan Xelo tinga l´edat actual de Joan "X", aquest tindrà $X + X/4 = 5X/4$ i entre els dos 36 anys.

Per tant el plantejament és:

$$X + 5x/4 = 36$$

Fent eixe plantejament tindrem: $X = 16$ (edat actual de Joan)
I Xelo tindrà les tres quartes parts de 16 = 12 anys

Solució: Xelo té 12 anys.

ACTUALITZEU ELS VOSTRES CORREUS ELECTRÒNICS...!!!

ATENCIÓ, SOCIS!! PER TAL D'ACTUALITZAR LA NOSTRA BASE DE DADES, US DEMANEM QUÈ ENS INFORMEU DE LES POSSIBLES VARIACIONS EN LES VOSTRES DADES, ESPECIALMENT EN LES VOSTRES ADRECES DE CORREU ELECTRÒNIC. ÉS IMPORTANT TINDRE AQUESTA INFORMACIÓ PER A UN MILLOR FUNCIONAMENT DE LA SOCIETAT. ÉS SUFICENT QUÈ ENVIEU UN CORREU ELECTRÒNIC A **tresorer@semcv.org** INDICANT LES VOSTRES NOVETATS. GRÀCIES PER LA VOSTRA COL.LABORACIÓ

CONTACTEU AMB NOSALTRES...!!!

SI VOLS ENVIAR-NOS SOLUCIONS DE PROBLEMES OBERTS, PROPOSTES DE PROBLEMES O DE TEMES, COMENTARIS I SUGGERIMENTS... POTS ENVIAR UNA CARTA A L'ADREÇA:

SEMCV "AL-KHWARIZMI"
PROBLEMA OBERT
APARTADO 22.045
46071-VALENCA

TAMBÉ POTS ENVIAR UN MISSATGE AL CORREU ELECTRÒNIC:

problemesolimpics@semcv.org

ESPEREM LES VOSTRES COL.LABORACIONS!!!

S.
E.
M.
C.
V.
AL-KHWARIZMI

XIII CONCURS DE FOTOGRAFIA "MATEMÀTICA A LA VISTA"

Segon Anunci. Extracte de les B A S E S

1. La Societat d'Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana "Al-Khwarizmi" convoca el **XIII Concurs de Fotografia "Matemàtica a la vista"** amb dos apartats:

   - **Apartat I**: Poden participar totes les alumnes i tots els alumnes que cursen actualment estudis de Primària, Secundària, EPA, FP, Cicles formatius i Batxillerat.
   - **Apartat II**: Pot participar qualsevol persona no inclosa en l'apartat anterior.

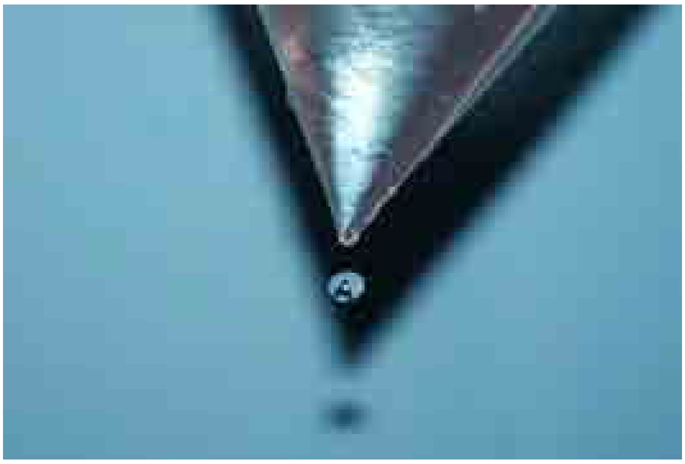
2. Les fotografies, originals, en blanc i negre o en color, *en paper*, tindran una grandària de al menys 10 x 15 per a l'apartat I, i almenys A4 per a l'apartat II. Cada fotografia es presentarà muntada sobre cartolina amb un títol o peu de foto visible, que pose de manifest la condició matemàtica del concurs. Cada sèrie —tres o més fotos sobre un mateix tema— s'identificarà amb títol únic, si bé cada foto portarà subtítol.

   El termini de presentació de fotografies acabarà el dia 24/09/2012. Les fotografies –muntades i amb el títol visible– no mostraran dades de qui concursa, que s'inclouran en paper adjunt, junt amb la indicació clara de l'apartat a què concursa cada fotografia. El nombre de fotos que pot presentar cada participant és 5, i 2 sèries. Si es tenen en format digital, es prega s'incloguen els arxius en un cd.

3. Els premis, que contemplaran la fotografia i el seu peu de foto, seran:

   - **Apartat I**: 1r: 150 € 2n: 100 € 3r: 75 €
     4t: Tres premis iguals de 30 €
     Millor sèrie: 150 €.
   - **Apartat II**: (Premi a una fotografia o una sèrie)
     1r 250 € 2n 150 €

4. Les fotografies rebudes s'exposaran en Alacant durant la celebració de les X Jornades d'Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana *Al-Khwarizmi,* en el mes d'octubre del 2012.



"GOTA+GOTA=OLA"
Primer premi del XII Concurs de fotografia matemática **Matemàtica a la vista**

Autora: Miriam Arabí Ribes
IES Gata de Gorgos

Vols fer-te soci? Ompli la següent butlleta d'inscripció i ens l'envies a la nostra seu. Anima als teus companys o inscriu al teu centre a la nostra societat.

INSCRIPCIÓ I DOMICILIACIÓ BANCÀRIA

Societat d'**E**ducació **M**atemàtica de la **C**omunitat **V**alenciana

"Al-Khwārizmī"

Facultat de Magisteri "Ausiàs March"
Departament de Didàctica de la Matemàtica
Apartat 22.045 46071VALÈNCIA

Cognoms:...Nom:....................................
DNI / NIF:.....................................

Domicili particular:

Població:...D.P.:...............
Carrer:...
Telèfon:...
Correu-e:...................................

Centre de treball:

Nom:...
Carrer:..Població:.................................D.P.:...........
Telèfon:..Correu-e:..

Entitat bancària (on es lliurarà el cobrament de quotes):

Nom:...
Carrer:..Població:.................................D.P.:..........
Codi Compte Client:

Entitat Oficina D.C. Nº Compte

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

✂

Sr. Director de la Sucursal..
del Banc/Caixa d'estalvis..

Distingit Senyor:

Us pregue que atengueu, amb càrrec al meu compte nº: c/c - llibreta: ...., i fins a nova ordre, els rebuts que anualment siguen presentats a nom de .... per la Societat d'Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana "Al Khwārizmī".

Atentament,

....a...........de......................................de 2012.
(signatura)

El titular del compte:...
DNI:...

Esta revista es publica amb el suport de l'Acadèmia Valenciana de la Llengua

Amb la col·laboració de la Conselleria d'Educació de la Generalitat Valenciana

Trobaràs tota la informació en la nostra web.

Visiteu-la: www.semcv.org

Societat d'Educació Matemàtica de la

Comunitat Valenciana

"Al-Khwarizmi"