S.
E.
M.
C.
V.
AL-KHWARIZMI

PROBLEMES OLÍMPICS

Revista de problemes de Matemàtiques
Número 72. Desembre 2013

GALERIA DE FOTOS PARTICIPANTS AL XIII CONCURS DE FOTOGRAFIA "MATEMÀTICA A LA VISTA"

"Incógnita".
Icíar Ramírez. IES La Sènia (Paiporta)

"Octógono".
Willem Smit. Colegio Paidos (Denia)

"Hierba en espiral"
Aleix Giménez. Colegio Paidos (Denia)

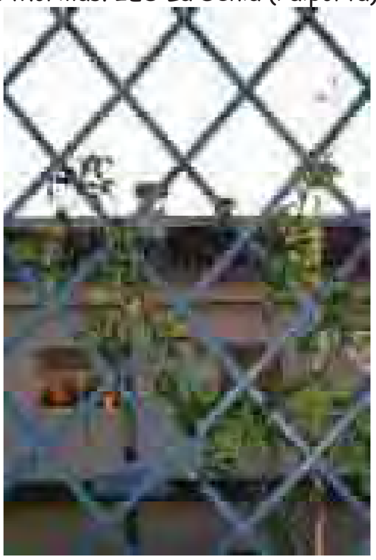
"Simetria esférica"
Alejandro Escrivá. Col·legi ABECÉ (Gandia)

"Espiral indefinida"
Pablo Soldatov. IES María Moliner (Port de Sagunt)

"Quadrícula".
Alejandro Morillas. IES La Sènia (Paiporta)

"Clara de luna".
Ferran Fos. IES La Sènia (Paiporta)

"Circumferència amb radis".
Ferran Fos. IES La Sènia (Paiporta)



"Casa romboidal".
Alejandro Escrivá. Col·legi ABECÉ (Gandia)

Ací teniu el número 72 de **PROBLEMES OLÍMPICS** corresponent al mes de desembre de 2013. Tenim noves propostes per a treballar a la classe de matemàtiques en clau de resolució de problemes.

Ja està obert el formulari d'inscripció a l'Olimpíada Matemàtica 2014. No espereu a última hora per a inscriure als vostres alumnes, teniu en compte que els centres de la província de València tenen fins el 15 de març. Enguany la inscripció es farà també a Castelló a través del formulari electrònic que hi ha penjat a la web.

Enguany és any de celebració de les XI Jornades d'Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana a Castelló. Us animem a participar activament ja que per a nosaltres és el lloc on intercanviar experiències professionals que ens ajuden a millorar en el nostre treball.

Animeu els vostres estudiants a participar al concurs de fotografia "Matemàtica a la vista". A les jornades de Castelló es resoldrà el concurs per votació dels assistents.

Teniu tota la informació de les activitats en què podeu participar a la nostra pàgina web: www.semcv.org

PROBLEMES OLÍMPICS

Societat d'Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana "Al-Khwarizmi"
Apartat 22.045
46071 València

Director: Tomàs Queralt Llopis

Coordinador de redacció: Josep Manuel Martínez Canet

Correcció lingüística: José Fernando Juan García

D.L.: V-3026-2001
ISSN: 1578-1771

Portada: "Triángulo escalonado" Autor: Juan Fernando López. IES Ramón Llull (València). Primer Premi de l'apartat II del XIII concurs de fotografia "Matemàtica a la vista".

Et falta algun exemplar de la revista Problemes Olímpics? Si vols ens el pots demanar i te l'enviem a la teua adreça.

SOL·LICITUD D'ENVIAMENT DE NÚMEROS ANTERIORS DE "PROBLEMES OLÍMPICS"

Nom: ______________ Cognoms: ______________________________

Adreça: ____________________________________ Telèfon: ________

C.P. ______ Població: ______________ Província: ______________

Correu-e: __________________ Tasca docent (curs, nivell, etc.)__________

Desitge rebre els següents números de la revista "Problemes Olímpics" a la meua adreça:

□ Problemes Olímpics Nº 2	(1.2 €)	□ Problemes Olímpics Nº 41	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 3	(1.2 €)	□ Problemes Olímpics Nº 42	(2.0 €)
□ Problemes Olímpics Nº 11	(1.8 €)	□ Problemes Olímpics Nº 43	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 12	(1.8 €)	□ Problemes Olímpics Nº 44	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 13	(1.8 €)	□ Problemes Olímpics Nº 45	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 14	(1.8 €)	□ Problemes Olímpics Nº 46	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 15	(2.4 €)	□ Problemes Olímpics Nº 47	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 16	(1.8 €)	□ Problemes Olímpics Nº 48	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 17	(1.8 €)	□ Problemes Olímpics Nº 49	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 18	(1.8 €)	□ Problemes Olímpics Nº 50	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 19	(1.8 €)	□ Problemes Olímpics Nº 51	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 20	(2.0 €)	□ Problemes Olímpics Nº 52	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 21	(2.0 €)	□ Problemes Olímpics Nº 53	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 22	(2.0 €)	□ Problemes Olímpics Nº 54	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 23	(2.0 €)	□ Problemes Olímpics Nº 55	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 24	(2.0 €)	□ Problemes Olímpics Nº 56	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 25	(2.0 €)	□ Problemes Olímpics Nº 57	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 26	(2.0 €)	□ Problemes Olímpics Nº 58	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 27	(2.0 €)	□ Problemes Olímpics Nº 59	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 28	(2.0 €)	□ Problemes Olímpics Nº 60	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 29	(2.0 €)	□ Problemes Olímpics Nº 61	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 30	(2.0 €)	□ Problemes Olímpics Nº 62	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 32	(2.0 €)	□ Problemes Olímpics Nº 63	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 33	(2.0 €)	□ Problemes Olímpics Nº 64	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 34	(2.0 €)	□ Problemes Olímpics Nº 65	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 35	(2.0 €)	□ Problemes Olímpics Nº 66	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 36	(2.0 €)	□ Problemes Olímpics Nº 67	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 37	(2.0 €)	□ Problemes Olímpics Nº 68	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 38	(2.0 €)	□ Problemes Olímpics Nº 69	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 39	(2.0 €)	□ Problemes Olímpics Nº 70	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 40	(2.5 €)	□ Problemes Olímpics Nº 71	(2.5 €)

Els números que no apareixen en aquesta llista estan exhaurits.

Ens envies aquesta butlleta emplenada a la nostra adreça: Societat d'Educació Matemàtica "Al-Khwarizmi", Apartat 22.045, 46071-València, indicant en el sobre "Revista Problemes Olímpics", incloent el justificant d'ingrés del preu total dels exemplars que sol·licites al nostre compte de BANKIA: 2038-6301-37-3000011367.

SUMARI

ENUNCIATS

SOLUCIONS

ENUNCIATS

PROBLEMES DE NIVELL C

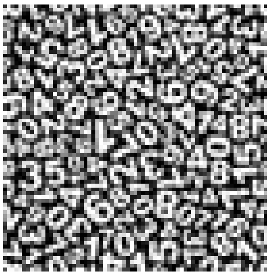
PROBLEMES DE NIVELL C
(TERCER CICLE DE PRIMÀRIA)

1. VINT-I-QUATRE

És fàcil expressar el número 24 utilitzant tres vuits: 8 + 8 + 8. Podries fer el mateix amb altres tres xifres iguals?

AJUDES:

- *Les operacions poden ser diferents, no és necessari que siguen totes sumes. Podem tindre, per exemple, una multiplicació i una resta.*
- *Considera els nombres com a dígits.*



2. CALCETINS DE COLORS

Hi ha 10 calcetins rojos i 10 calcetins blaus barrejats en el calaix de l'armari. Els 20 calcetins són exactament iguals, llevat del color. L'habitació està absolutament a les fosques i tu vols 2 calcetins del mateix color.

a) Quin és el menor nombre de calcetins que has de traure del calaix per estar segur que tens un parell del mateix color?

b) Quin és el menor nombre de calcetins que has de traure del calaix per estar segur que tens un parell de calcetins rojos?

3. TRIA LA TEUA OCUPACIÓ

Suposem que tens una nova ocupació, i el teu cap t'ofereix triar entre dues opcions per al teu salari:

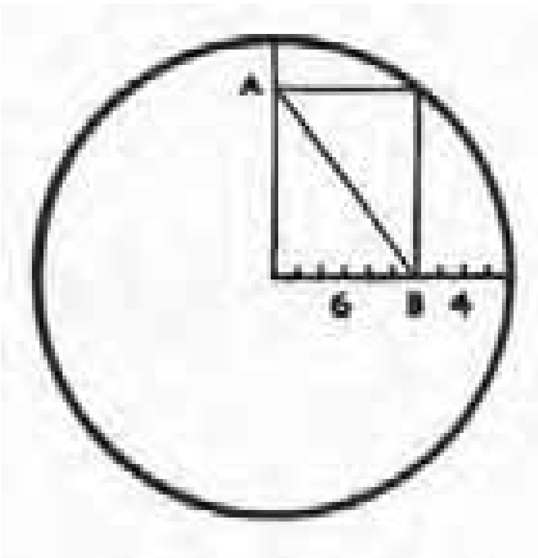
1. 4.000 euros pel teu primer any de treball, i un augment de 800 euros per cada any subsegüent.
2. 2.000 euros pels primers sis mesos i un augment de 200 euros cada sis mesos subsegüents.

Quina oferta acceptaries i per què?

4. DE CANTONADA A CANTONADA

Moltes vegades un problema geomètric és terriblement difícil si s'enfoca de manera equivocada. Si ho enfoques d'una altra manera pot resultar absurdament simple. Aquest problema n'és un cas.

Donades les dimensions (en centímetres) que mostra la il·lustració, amb quina rapidesa pots calcular la longitud de la diagonal del rectangle que va del punt A al punt B?



5. ELS QUATRE GERMANS DE NAPOLEÓ

Josep tenia un any més que Napoleó, mentre que Llucià tenia sis anys menys que ell, i Jeroni tenia nou anys menys que Llucià.

Quina edat tenia Napoleó quan Jeroni va nàixer?

6. CREMES DE CARAMEL I XOCOLATA

He comprat uns potets de vidre plens de crema de caramel i uns altres plens de crema de xocolata. Al tornar a casa, se m'han trencat dos terços dels potets de crema de caramel i la meitat dels potets de crema de xocolata. Amb l'incident m'han quedat 3 pots de crema de caramel i 4 pots de crema de xocolata per guardar en la nevera.

Havia comprat més pots de crema de caramel que de crema de xocolata o més pots de crema de xocolata que de crema de caramel?

7. LES BICICLETES I LA MOSCA

Dos xiquets van en bicicleta. A 20 km de distancia entre si, comencen a rodar per tal de trobar-se. En el moment de l'inici de la marxa, una mosca que està damunt del manillar d'una de les bicicletes comença a volar directament cap a l'altra bicicleta. Quan arriba a l'altre manillar, pega la volta i vola de tornada cap al primer. La mosca va volar anada i tornada de manillar a manillar fins que les dues bicicletes es van trobar.

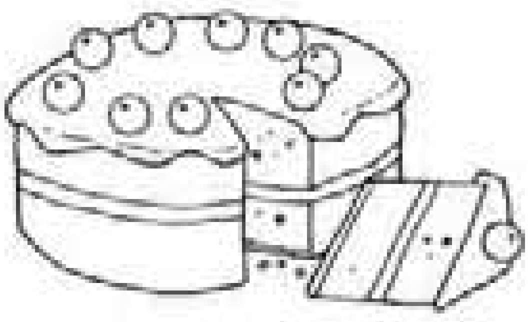
Si cada bicicleta anava a una velocitat constant de 10 km per hora, i la mosca va volar a una velocitat constant de 15 km per hora, quina distància va volar la mosca?

8. TALLANT EL PASTÍS

Amb un sol tall recte, podríem dividir un pastís circular en dues parts. Un segon tall que travessara el primer, produiria probablement quatre parts, i un tercer tall podria arribar a produir set parts.

Uff!! Els trossos no cal que siguen iguals, tampoc totes les rectes cal que passen pel mig.

Quin és el major nombre de parts que podem obtindre amb sis talls rectes?



9. ELS CIRIS DE LA SENYORA PEPA

A la senyora Pepa li encanten els ciris, però per tal d'aprofitar-los al màxim, el costum d'aquesta senyora és arreplegar el terç que queda dins dels candelers, unir-los amb cola adhesiva i així els pot aprofitar de nou.

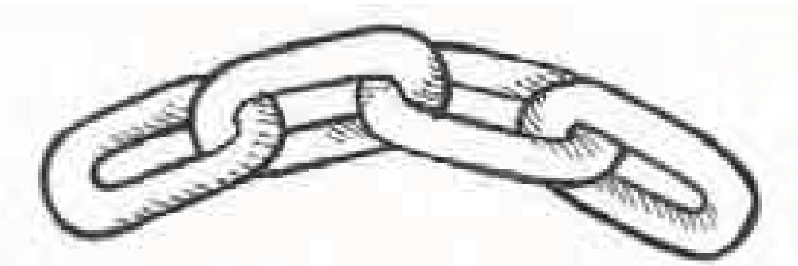
Amb els 27 ciris que té la caixa que acaba de comprar, quants ciris podrà utilitzar amb el truc que ella sol fer?

10. LA CADENA

A un ferrer li portaren cinc trossos de cadena de tres anelles cadascuna, i li encarregaren que els unira formant una cadena contínua.

Abans de fer-ho, el ferrer va pensar com ho podria fer de forma que haguera de tallar i forjar el mínim nombre d'anelles. Finalment va decidir que necessitaria obrir i tancar quatre anelles.

És possible fer-ho tallant menys anelles?



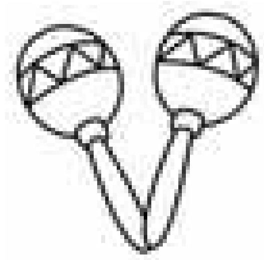
11. EL PIANO, LA TROMPETA I LES MARAQUES

El professor de música ha comprat un piano, una trompeta i unes maraques i ha pagat per tot 140 euros.

Troba el preu de cada instrument sabent que:

- el piano li ha costat 90 euros més que la trompeta, i
- la trompeta i el piano li han costat 120 euros més que les maraques.





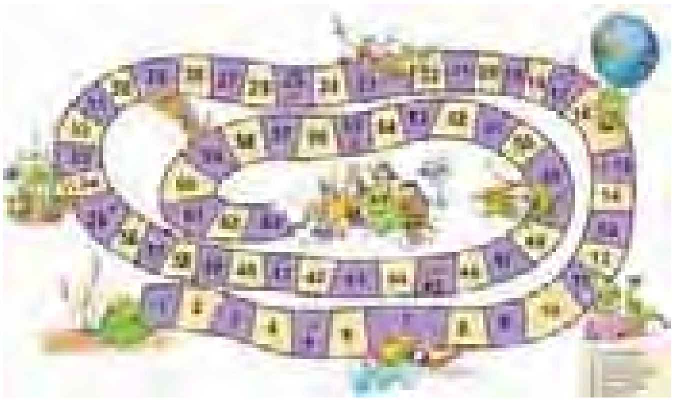
12. EL JOC DE PAULA

Paula ha inventat un joc per a jugar amb les seues amigues. El joc consisteix en un tauler paregut al de l'oca però amb una peculiaritat: per poder llançar i moure cal que endevines una pregunta.

És el torn de Lídia i el problema diu així:

"*Troba dos nombres tals que restant 1 al més gran i sumant 1 al menut obtenim el mateix resultat i sumant 1 al més gran s'obté un nombre que és el doble del resultat de restar 1 al menut*."

Pots ajudar-la?



13. CURIOSITATS MATEMÀTIQUES

L'altre dia, llegint un llibre de curiositats matemàtiques, vaig aprendre que el nombre sis és un nombre perfecte perquè és igual a la suma dels seus divisors exceptuant ell mateix, 6=1+2+3.

Podries trobar-ne un altre?

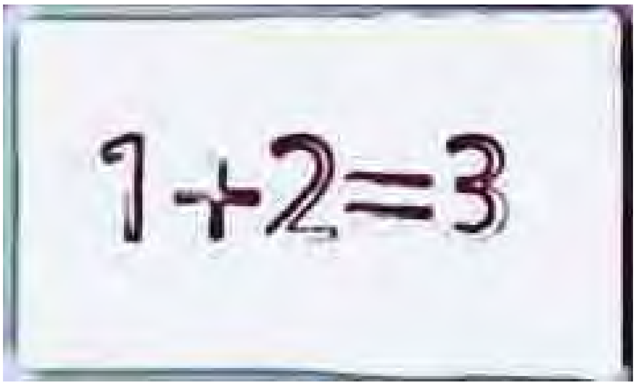
AJUDA: És un nombre menor que el mínim comú múltiple de 3 i 11.

14. SUMANT CONSECUTIUS

Digues quins nombres es poden expressar com a suma de dos nombres consecutius i, a més a més, admeten més d'una expressió.

Per exemple:

$$9 = 4 + 5 = 2 + 3 + 4$$



15. AVI I BESAVI

Paco és l'únic fill de l'avi de Xavier, i Maria és l'única nora de l'avi de Paco. Si l'únic fill de Xavier té 3 anys i d'una generació a l'altra consecutiva es porten 20 anys, quina és la suma de les edats de l'avi i del besavi de Xavier?

16. ELS CADENATS

A l'escola d'Antoni hi ha armariets amb cadenats per guardar els llibres. Cadascun dels cadenats té una combinació diferent que compleix:

- és un nombre menor que 1.000,
- són múltiples de 6, i
- la suma de les xifres de cada nombre és 21.

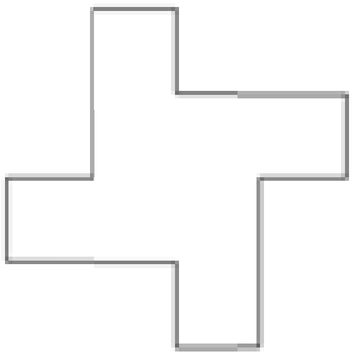
Quants armariets hi ha a l'escola d'Antoni?

Quina és la combinació de cada cadenat?

17. EL PERÍMETRE

En la següent figura els costats grans i xicotets són iguals entre si. Els costats grans mesuren el doble que els xicotets. Tots els angles són rectes i l'àrea de la figura és 392 cm^2.

Quina és la mesura del perímetre de la figura?



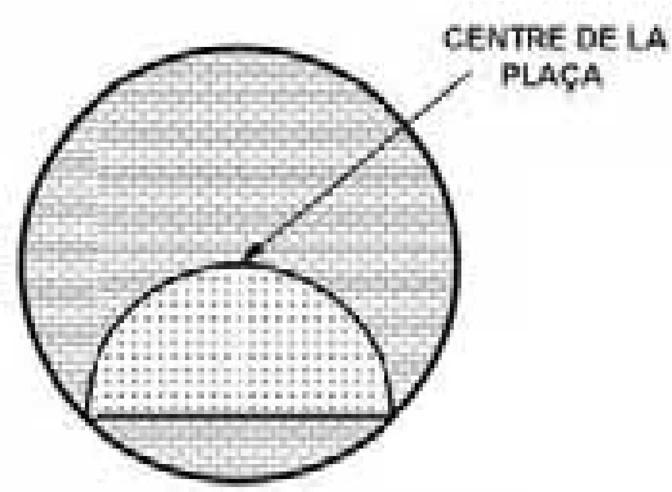
ENUNCIATS

PROBLEMES DE NIVELL A

PROBLEMES DE NIVELL A
(PRIMER CICLE DE SECUNDÀRIA)

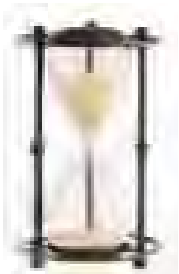
1. LA PLAÇA ENRAJOLADA

En una plaça circular hi ha un semicercle de 16 metres de diàmetre sembrat de gespa, com s'indica en la il·lustració adjunta. Si la resta de la plaça es vol enrajolar, quin seria el cost de l'obra si el metre quadrat de taulellets té un preu de 15,20 €?



2. L'OU BULLIT

Disposant d'un rellotge d'arena de 4 minuts, i d'un altre de 7 minuts, quin és el mètode més ràpid per a controlar la cocció d'un ou, sabent que aquesta cocció ha de ser de 9 minuts?



Rellotge de 4 minuts

Rellotge de 7 minuts

3. LES EDATS DEL AMICS

Un amic li diu a un altre: "Jo tinc el triple dels anys que tu tenies quan jo tenia l'edat que tu tens, i quan tu tingues l'edat que jo tinc, entre els dos sumarem 28 anys".

Quina edat té cadascun?

4. LES PARELLES

En la classe de 2n ESO són 18 alumnes. La tutora els ha canviat de lloc i els ha assegut per parelles. Per fer-ho, ha donat a cada xiquet un número a l'atzar entre l'1 i el 18.

Quan ja estaven tots seguts, Lluís s'ha adonat que la suma dels nombres de cada una de les parelles era un quadrat perfecte.

Si a ell li ha tocat el número 1, quin nombre té la seua parella?

5. ENSAÏMADES PER A ESMORZAR

Miquel porta 4 ensaïmades per esmorzar durant l'esplai i el seu amic Joan en porta 3. Com que a Pau se li ha oblidat l'esmorzar, els demana que el conviden i els promet que, a canvi, els pagarà la seua part. Aquests accepten i comparteixen el menjar a parts iguals i, en acabant, Pau els dóna 7 euros, dels quals Miquel n'agafa 4 i Joan 3.

Després d'una estona, un dels dos pensa que aquest repartiment no és just. Ho és o no? Justifica la teua resposta.

6. CARAMELS DE SABORS

Laura té tres fills trigèmins de cinc anys als quals els agraden molt els caramels. Laura té una urna amb 500 caramels dels quals 170 són de llima, 166 de taronja i 164 de maduixa.

Cada dia, després de dinar, extrau tres caramels aleatòriament i en dóna un a cada fill. El problema és que els xiquets són molt gelosos i si dos d'ells tenen caramels del mateix sabor i el tercer un de distint, aquest s'enfada i es posa a plorar.

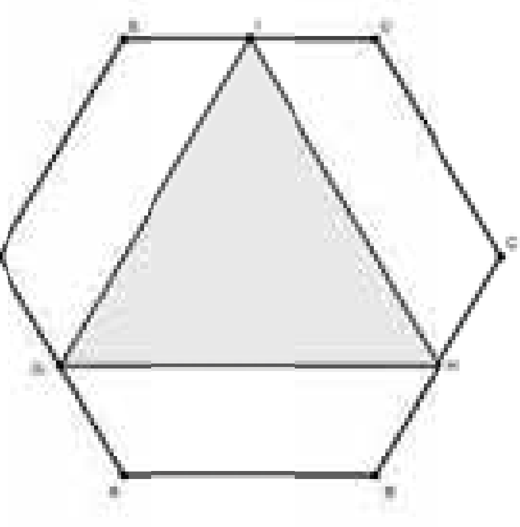
Per evitar açò, la mare torna a posar els caramels a l'urna i repeteix l'extracció fins que ix una combinació diferent d'aquesta.

a) Si en totes les extraccions els tres caramels que extrau Laura són del mateix sabor, per a quants dies tindran els xiquets caramels? Hi haurà caramels que es queden a l'urna sense que es puguen extraure? En cas afirmatiu, de quin tipus seran?

b) Per a quants dies tindran caramels els xiquets si sempre s'extrauen tres caramels de sabors distints? En aquest cas, quedaran caramels a l'urna? De quin tipus seran?

7. BONICA PROPORCIÓ!

A, B, C, D, E i F són els vèrtexs de l'hexàgon regular. G, H i I són els punts mitjans dels costats $\overline{AF}$, $\overline{BC}$, I $\overline{DE}$, respectivament. Si la longitud del costat de l'hexàgon regular és 6 cm, calculeu la (bonica) proporció entre l'àrea del triangle GHI i l'àrea de l'hexàgon regular.



8. LES EDATS

El producte de les edats dels fills d'Anna és 12.150 amb les següents condicions:

- El germà menor té la meitat de l'edat d'un dels seus germans majors.
- El germà major té el triple de l'edat d'un dels seus germans menors.
- Tots tenen edats diferents.

Quants germans són (com a mínim)? Quines són les seues edats?

9. LA CADENA

Un home va eixir de la presó i la seua única possessió era una cadena d'un metall preciós de set anelles. L'home necessitava allotjar-se en algun lloc durant una setmana fins que algú anara a buscar-lo. Va trobar una posada i va oferir al propietari la cadena com a pagament. El posader li va fer la següent proposta:

"Pots quedar-te tota la setmana si el dilluns tinc una anella, el dimarts dos, el dimecres tres, així fins que l'últim dia en tinga set, però tan sols pots tallar la cadena per una anella".

Per quina anella cal tallar la cadena?

10. ELS ENGRANATGES

a) En una fàbrica de metall han construït tres engranatges per a una màquina. El primer té 12 dents, el segon 121 i el tercer 90.

Quantes voltes ha de donar el primer engranatge per tal que l'últim en faça una completa?

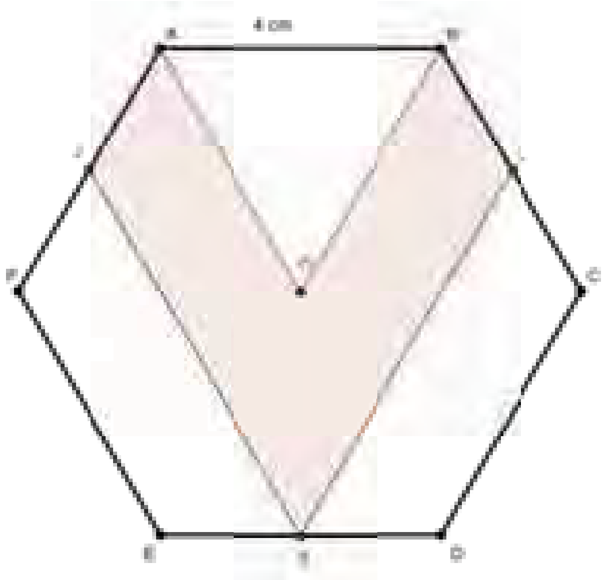
b) Per raons tècniques, es vol substituir el tercer engranatge de manera que per cada volta que faça, el menut en done 5.

Quin nombre de dents haurà de tindre el nou engranatge?

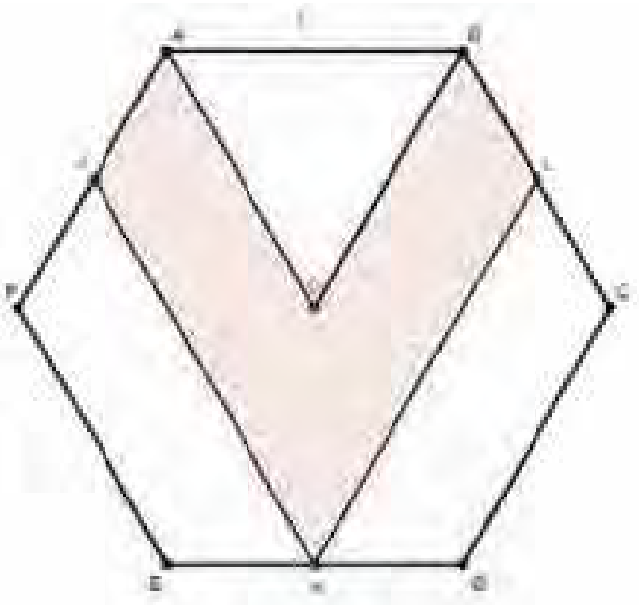
Importa el nombre de dents de l'engranatge central?

11. LA "V" DE L'HEXÀGON

a) Calcula el perímetre de la figura "V" que veus dins de l'hexàgon regular ABCDEF, de costat 4 cm, on J, L i K són els punts mitjans dels costats $\overline{AF}$, $\overline{BC}$, i $\overline{DE}$, respectivament.



b) Calcula el costat de l'hexàgon anterior si el perímetre d'aquesta figura "V" és de 96 cm.



ENUNCIATS

PROBLEMES DE NIVELL B

PROBLEMES DE NIVELL B
(SEGON CICLE DE SECUNDÀRIA)

1. EL CASTELLET FRACCIONARI

En la següent llista:

$$a_1 = 1 + 1, a_2 = 1 + \frac{1}{2}, \qquad a_3 = 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2}}, a_4 = 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2}}},$$

$$a_5 = 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2}}}}, \dots$$

- Quant val a_{11}?
- Quant val la multiplicació dels onze primers termes $a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_{11}$?

2. L'AVIÓ

Joan té passió per l’aviació. Viu en un poble molt proper a l’aeroport i els avions passen baixet perquè van cap a la pista d’aterratge. En Nadal li han regalat una càmera de vídeo i amb aquest aparell vol calcular l’altura a la qual passen els avions. Per fer-ho, col·loca la càmera mirant cap a dalt, en vertical, a mig camí entre dos edificis separats 20 m. Un edifici té 15 m d’altura i l’altre 10 m. La càmera està sobre un trípode a 2 m per damunt de terra.

Joan vol observar el pas d’un avió que ell puga identificar per tindre una referència. Aconsegueix enregistrar el pas d’un avió que te una llargària de 30 m. Amb la seua càmera observa que, des que comença a veure l’avió, tarda 0,75 s a aparèixer completament. Després tarda 20 segons a recórrer el cel fins que desapareix completament per damunt de l’edifici més xicotet.

A quina velocitat i a quina altura sobre terra vola l’avió?

3. TAULA INCOMPLETA

En la següent taula cada fila té un valor assignat així com també ho té cada columna. El nombre de cada casella és la suma de la fila i la columna on es troba eixa casella. Per exemple, el 6 és la suma del valor que té la primera fila i el valor de la quarta columna.

Troba els valors de *x* i de *y*.

3	0	**x**	6	-2
-2	-5	0	1	-7
5	2	7	8	0
0	-3	2	3	-5
-4	-7	-2	-1	**y**

4. EMBOLIC DE SOBRES

Lluís ha de repartir a cinc persones diferents cinc sobres que contenen diners. N'hi ha dos amb 500 € cadascun, un altre amb 100 € i dos més que contenen 20 € cadascun. Lluís ha oblidat a qui havia de lliurar cada sobre i decideix repartir-los a l'atzar.

Quan la tercera persona vaja a arreplegar el seu sobre, quina serà la probabilitat que continga 500 €?

5. CONSTRUCCIÓ DE RECTES

Determina aquells punts que es troben en la recta que uneix els punts $A(-5,12)$ i $B(15,-3)$ i que les seues coordenades siguen enters positius.

6. RAÓ DE POBLACIONS

Al llarg de l'any 2012, la població de la ciutat A va decréixer un 6%, mentre la població de la ciutat B va créixer un 14%. En acabar l'any 2012, les poblacions de les dues ciutats eren iguals.

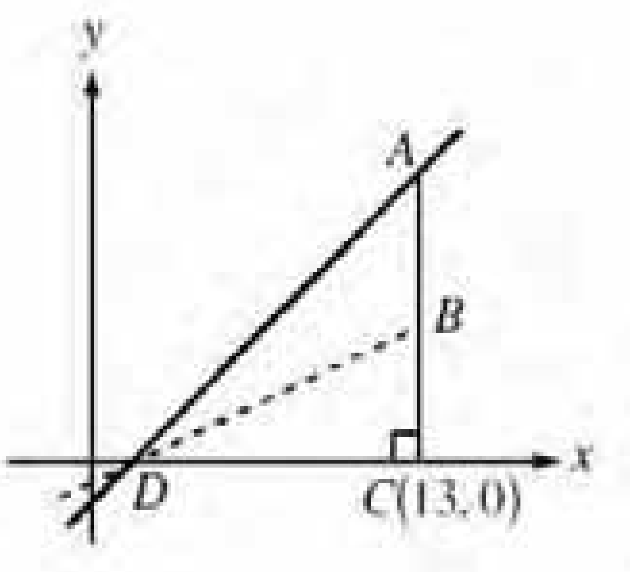
Quina va ser la raó de la població de la ciutat A respecte de la població de la ciutat B al començament de l'any 2012?

7. BISECCIÓ D'UN ANGLE

En la següent figura, l'equació de la recta AD és $y = \sqrt{3}\,(x-1)$.

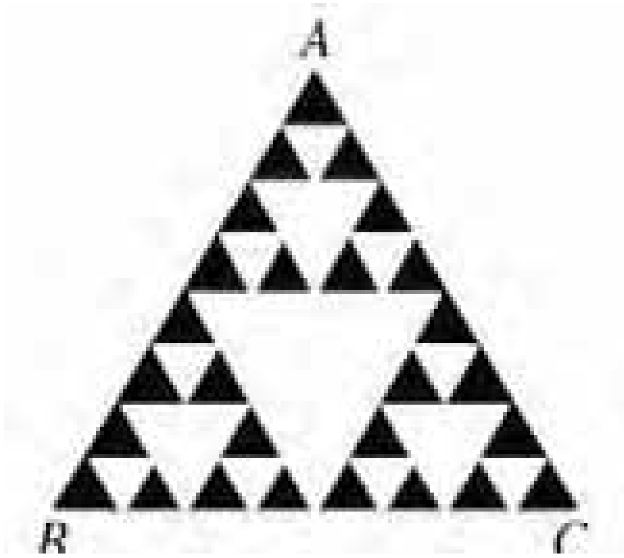
El segment $\overline{BD}$ divideix l'angle ADC en dos angles iguals, ADB i BDC.

Si les coordenades de B són (p, q), quin és el valor de q?



8. NEGRE SOBRE BLANC

A la següent figura, tots els triangles són equilàters. Si $AB = 16$, quina és l'àrea total que resulta de sumar tots els triangles negres?



9. QÜESTIÓ DE DÍGITS

Fent servir només els dígits 1, 2, 3, 4 i 5, formem una successió de la següent forma: un 1, dos 2, tres 3, quatre 4, cinc 5, sis 1, set 2, i així successivament.

La successió que apareix és:

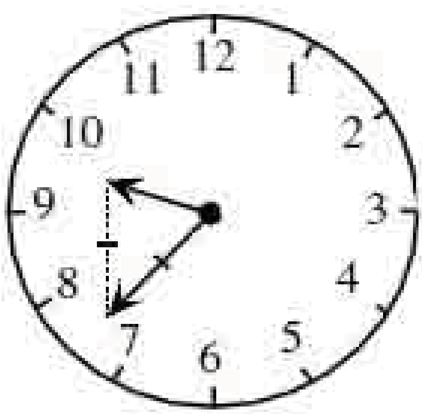
1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, ...

Quin és el dígit que ocupa el lloc 100 en aquesta successió?

10. RELLOTGE ISÒSCELES

En un instant de temps entre les 9:30 i les 10 hores, les manetes dels minuts i de les hores d'un rellotge analògic formen un triangle isòsceles (veure la figura següent).

Si els dos angles iguals en aquest triangle són cadascun el doble d'ample que el tercer angle, quina hora assenyala el rellotge?



11. PIRÀMIDE DE TRESOS

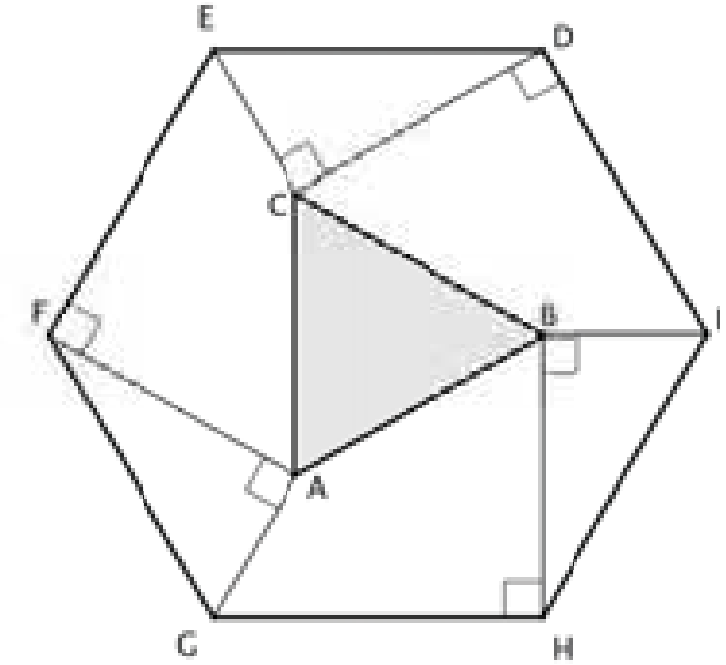
Calcula la suma de la piràmide següent

$$
\begin{array}{ccccccccc}
 & & & & 1 & & & & \\
 & & & 3 & & 3 & & & \\
 & & 3^2 & & 3^2 & & 3^2 & & \\
 & 3^3 & & 3^3 & & 3^3 & & 3^3 & \\
3^4 & & 3^4 & & 3^4 & & 3^4 & & 3^4 \\
 & \dots & & \dots & & \dots & & \dots &
\end{array}
$$

fins a la fila formada per 3^{10}

12. TRIANGLE DINS D'UN HEXÀGON

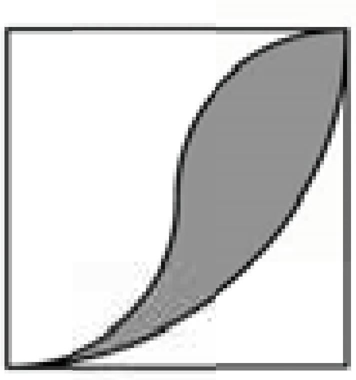
L'hexàgon de la figura té d'àrea 56 cm^2. Hem indicat els angle rectes amb un quadrat menut. Calcula l'àrea del triangle ABC.



13. PEIXET

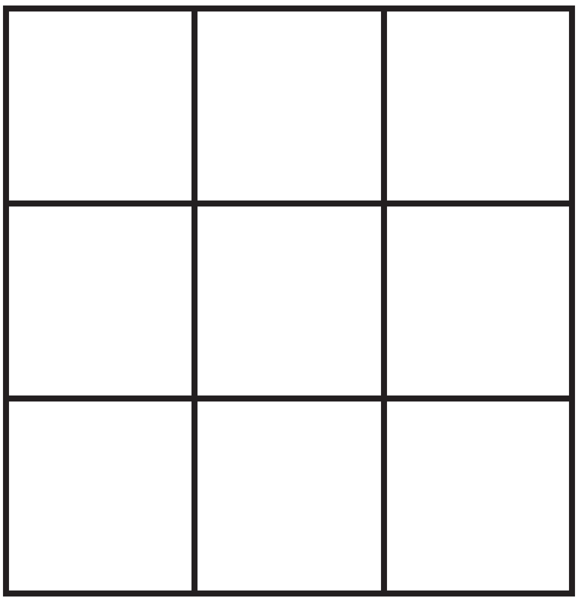
Hem dibuixat un peix amb 3 arcs de circumferència dins d'un quadrat de 8 cm de costat. Els tres arcs són un quart de circumferència i dos són iguals.

Calcula l'àrea del peixet.



14. QUADRAT MÀGIC, VAL PER 3

Construir un quadrat màgic de manera que cada fila, cada columna i cada diagonal sumen 63, i de forma que cada nombre que es col·loque siga múltiple de 3.



PROBLEMES OBERTS

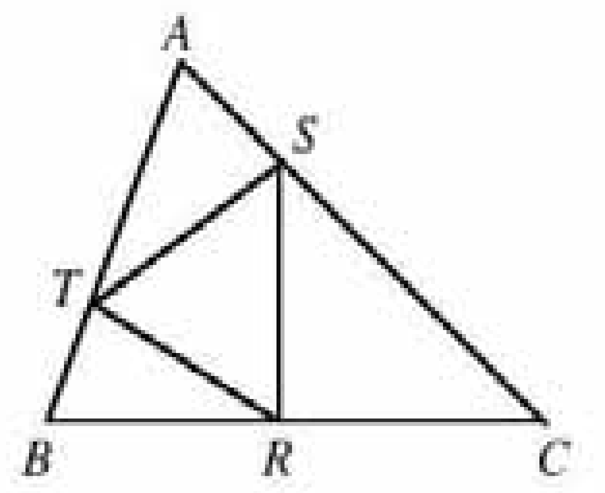
En aquesta secció us proposem un parell de problemes dels quals no donarem la solució perquè vosaltres ens en feu arribar les vostres. Envieu-nos-les a l'adreça de correu electrònic:

problemesolimpics@semcv.org

Esperem les vostres propostes !!

1. QUINA ÉS LA RAÒ?

En el triangle ABC, R és el punt mitjà de BC, CS = 3SA, i AT/TB = p/q . Si w és l'àrea del triangle CRS, x és l'àrea del triangle RBT , z és l'àrea del triangle ATS, i x^2 = wz, aleshores quin és el valor de la raó p/q?



2. CATÀSTROFE AL SALÓ DE BALL

Un saló de ball s'ha construït damunt d'una falla geològica. El saló té una dimensió de 80 x 80 metres i s'ha cobert amb rajoles quadrades de 40 cm de costat. Degut a un xicotet moviment de terra, s'ha badat. Com ens mostra de forma esquemàtica la fig. 1, el badall és una línia recta que ix del cantó entre la rajola 35 i la rajola 36 i arriba, a l'altra banda del saló, al cantó entre la rajola 155 i la rajola 156.

NOTA: *Les rajoles es comencen a comptar des de la que està baix a l'esquerra, que seria la rajola 1.*

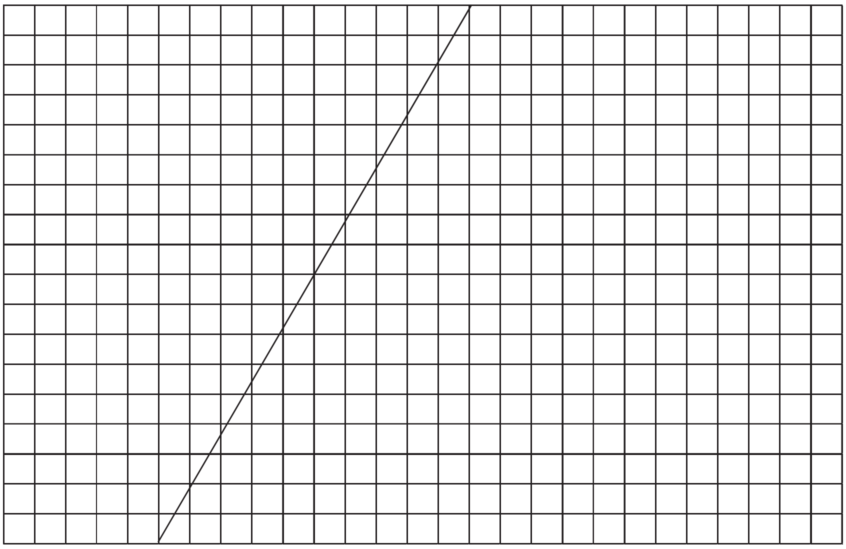


Fig. 1.

Hem d'encomanar les rajoles per canviar-les abans de la inauguració.

- Quantes rajoles cal encomanar?
- I si el badall arribara al cantó entre la rajola 139 i la 140?
- I si el badall arribara al mig de la rajola 155?

Creus que podries saber, només coneixent d'on ix i on arriba el badall, quantes rajoles trencaria?

A partir de la següent pàgina teniu les solucions de les activitats plantejades. Estan graduades segons un nivel de dificultat que va des de 10 (menor grau) fins a 50 (major grau de dificultat).

SOLUCIONS

PROBLEMES DE NIVELL C

PROBLEMES DE NIVELL C
(TERCER CICLE DE PRIMÀRIA)

1. VINT-I-QUATRE

Solució: 22 + 2 = 24.

Cal anar provant totes les xifres, és un problema de tempteig.

NIVELL DE DIFICULTAT: 10

2. CALCETINS DE COLORS

Solució: a) Has de traure 3 calcetins, b) Faria falta traure 12 calcetins.

a) En aquest primer cas, només és necessari que els 2 calcetins siguen d'igual color. Si els dos primers no són iguals, és segur que el tercer serà igual a un dels altres dos, de manera que la resposta correcta és 3 calcetins.

b) Suposem que el primer calcetí que trac és roig. Necessite un altre roig per a fer el parell, però el pròxim pot ser blau, i el pròxim, i el pròxim, i així fins a traure del calaix els deu calcetins blaus. El següent calcetí ha de ser roig, així que la resposta hauria de ser 12 calcetins.

NIVELL DE DIFICULTAT: 20

3. TRIA LA TEUA OCUPACIÓ

Solució: Triaria l'oferta B.

ANY	OFERTA A (EUROS)	OFERTA B (EUROS)
1	4.000	4.200
2	4.800	5.000
3	5.600	5.800
4	6.400	6.600
5	7.200	7.400

La segona oferta és molt millor que la primera. Guanyaries 200 euros més per any del que guanyaries si acceptares l'altra.

Nivell de Dificultat: 40

4. DE CANTONADA A CANTONADA

Solució: La longitud de la diagonal és 10 cm.

Si dibuixes l'altra diagonal del rectangle veuràs que és el radi del cercle. Les diagonals d'un rectangle són sempre iguals, per tant, la diagonal que va de la cantonada A a la B és igual al radi del cercle, és a dir 6+4= 10 cm.

Nivell de Dificultat: 20

5. ELS QUATRE GERMANS DE NAPOLEÓ

Solució: Napoleó tenia 15 anys quan va nàixer Jeroni.

Napoleó tenia 6 anys quan Llucià va nàixer i 9 anys més quan va nàixer Jeroni, és a dir, 15 anys. La dada de l'edat de Josep no té cap rellevància en aquest problema.

Nivell de Dificultat: 10

6. CREMES DE CARAMEL I XOCOLATA

Solució: Hi ha més pots de caramel.

Ha trencat la meitat dels pots de crema de xocolata, per tant tenia $2 \cdot 4=8$.

Ha trencat dos terços dels pots de crema de caramel, per tant tenia $3 \cdot 3=9$.

És a dir, va comprar més pots de crema de caramel.

Nivell de Dificultat: 10

7. LES BICICLETES I LA MOSCA

Solució: La mosca va volar 15 km.

Cada bicicleta marxa a 10 km/h, per tant es trobaran a la meitat de la distància de 20 km que els separa en una hora. La mosca vola a 15 km per hora, de manera que després d'una hora haurà recorregut 15 km.

Nivell de Dificultat: 40

8. TALLANT EL PASTÍS

Solució: Podem obtindre 29 parts.

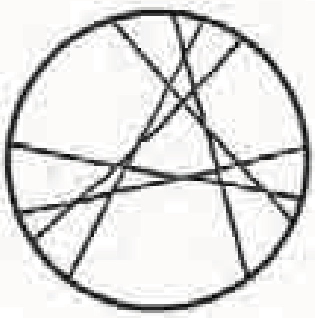
El pastís sense tallar és una sola part, de forma que quan es fa el tall número 1 se suma una part més, el que dóna dues parts en total.

El tall número 2, suma dues parts més, totalitzant 4.

El tall número 3, suma tres parts, totalitzant 7.

Cada tall afegeix un nombre de parts que és igual al número del tall. Si tenim en compte aquesta regla, resulta fàcil fer una taula que mostre el major nombre de parts que produirà cada tall:

NOMBRE DE TALLS	NOMBRE DE PARTS
0	1
1	2
2	4
3	7
4	11
5	16
6	22
7	29



Nivell de Dificultat: 50

9. ELS CIRIS DE LA SENYORA PEPA

Solució: Podrà utilitzar 40 ciris.

Després d'encendre 27 ciris, la senyora Pepa va ajuntar el terç que quedava als candelers i va aconseguir fer 9 ciris més. Aquests 9 ciris deixaren 9 trossos com per a fer-ne altres 3. Aleshores, amb els últims 3 trossets va fer l'últim ciri. En total 40 ciris.

NIVELL DE DIFICULTAT: 20

10. LA CADENA

Solució: Sí, es podria fer tallant només 3 anelles.

Pot dur-se a terme el treball obrint nomes tres anelles. Per fer-ho cal soltar totes les anelles d'un tros i unir amb elles els extrems dels altres.

NIVELL DE DIFICULTAT: 20

11. EL PIANO, LA TROMPETA I LES MARAQUES

Solució: El piano val 110 euros, la trompeta 20 euros i les maraques 10 euros.

Si escrivim de manera esquemàtica les dades de l'enunciat tenim:

- 140 € = piano + trompeta + maraques [1]
- Piano = trompeta + 90 € [2]
- Trompeta + piano = maraques + 120 [3]

Amb les condicions [1] i [3] podem deduir de seguida que les maraques valen 10 euros. Aleshores, entre el piano i la trompeta es gasta 130 €. Com el piano val 90 € més que la trompeta, està clar que el piano val 110 € i la trompeta 20 €.

NIVELL DE DIFICULTAT: 50

12. EL JOC DE PAULA

Solució: Els nombres són el 5 i el 7.

Cal parar atenció a l'enunciat del problema i no perdre's. Analitzem-lo en dues parts:

"*Troba dos nombres tals que restant 1 al més gran i sumant 1 al menut obtenim el mateix resultat [...]*"

D'ací podem concloure que els dos nombres buscats es diferencien en dues unitats.

Parem ara atenció a la segona part de l'enunciat:

"[...]*i sumant 1 al més gran s'obté un nombre que és el doble del resultat de restar 1 al menut.*"

Si ho analitzem bé, sembla prou evident que els dos nombres buscats han de ser imparells, ja que si sumem 1 al més gran estem obtenint el "doble de...", la qual cosa vol dir que és parell.

Provant una mica, obtindrem ràpidament la combinació demanada: 5 i 7.

NIVELL DE DIFICULTAT: 40

13. CURIOSITATS MATEMÁTIQUES

Solució: Es tracta del nombre 28.

Aquest problema es resol per tempteig:

$$28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$$

NIVELL DE DIFICULTAT: 20

14. SUMANT CONSECUTIUS

Solució: Començant pel nombre 9, en trobarem cada 6 nombres un amb aquestes condicions.

Efectivament,

$$9 = 4 + 5 = 2 + 3 + 4$$

$$15 = 7 + 8 = 4 + 5 + 6$$

$$21 = 10 + 11 = 6 + 7 + 8 \ldots$$

NIVELL DE DIFICULTAT: 30

15. AVI I BESAVI

Solució: La suma de les edats és de 146 anys.

- Iaio de Paco 83 anys.
- Iaio de Xavi i marit de Maria 63 anys.
- Paco 43 anys.
- Xavier 23 anys.
- Fill de Xavier 3 anys.

NIVELL DE DIFICULTAT: 10

16. ELS CADENATS

Solució: Hi ha 12 armariets i les combinacions són: 984; 894; 966; 696; 876; 786; 948; 498; 858; 588; 768 i 678.

Les combinacions han de ser d'1, 2 o 3 xifres perquè han de ser menors que 1.000.

Com les combinacions han de ser múltiples de 6, sabem que han de ser múltiples de 2 i 3.

Per ser múltiples de 2, les combinacions han de ser nombres parells, han d´acabar en 0, 2, 4, 6 i 8.

Per ser múltiple de 3, la suma de les seues xifres ha de ser divisible per 3, això es compleix perquè sumen 21.

Com la suma de les seues xifres ha de ser 21, sabem que les combinacions dels cadenats no poden acabar ni en 0 ni en 2, perquè no hi ha dos nombres d'una xifra que sumen 21 ni 19 respectivament.

Si la combinació acaba en 4, la suma de les altres xifres és de: $21 - 4 = 17$. Aleshores, les altres xifres han de ser 9 i 8.

Doncs, tenim dues combinacions: 984 i 894.

Si la combinació acaba en 6, la suma de les altres xifres és de: $21 - 6 = 15$. Aleshores, les altres xifres han de ser 9 i 6 o 8 i 7.

Doncs, tenim quatre combinacions: 966; 696; 876 i 786.

Si la combinació acaba en 8, la suma de les altres xifres és de: $21 - 8 = 13$. Aleshores, les altres xifres han de ser 9 i 4; 8 i 5; 7 i 6.

Doncs, tenim sis combinacions: 948; 498; 858; 588; 768 i 678.

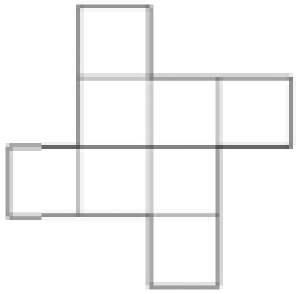
Aleshores, tenim 12 armariets i les combinacions són: 984; 894; 966; 696; 876; 786; 948; 498; 858; 588; 768 i 678.

NIVELL DE DIFICULTAT: 30

17. EL PERÍMETRE

Solució: El perímetre és: 112 cm .

Si dividim la figura en quadrats xicotets, obtenim 8 quadrats iguals de costat el xicotet, com veiem a la figura:



Aleshores, l´àrea de cada quadradet és de: $\frac{392}{8} = 49\ \text{cm}^2$.

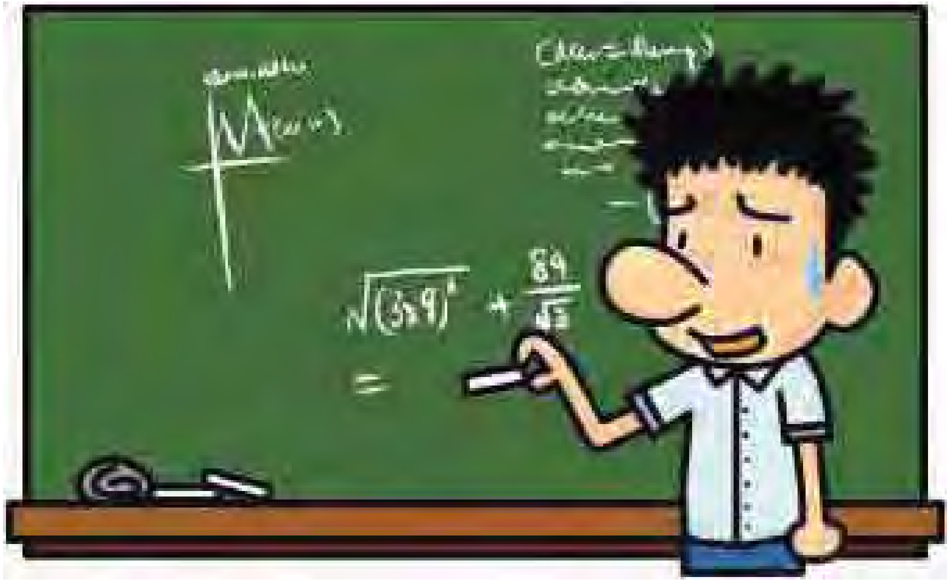
Sabem que l´àrea d´un quadrat és $costat^2$, doncs, el costat xicotet mesura $\sqrt{49} = 7$ cm.

Com tenim 4 costats grans i 8 costats xicotets, tenim $4 \cdot 2 + 8 = 16$ costats xicotets.

Aleshores, el perímetre de la figura és: $16 \cdot 7 = 112$ cm.

NIVELL DE DIFICULTAT: 10

SOLUCIONS



PROBLEMES DE NIVELL A

PROBLEMES DE NIVELL A
(PRIMER CICLE DE SECUNDÀRIA)

1. LA PLAÇA ENRAJOLADA

Solució: El cost total de l'obra serà de 4.584,17 €

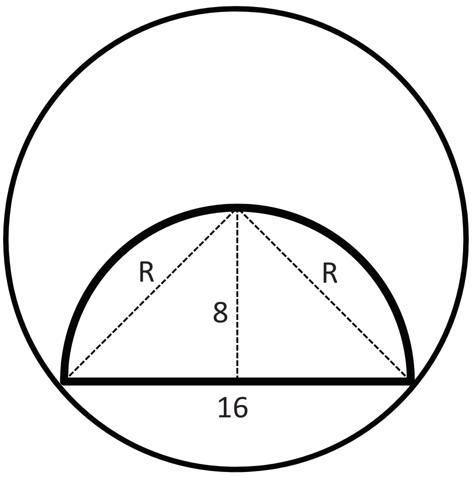
Per obtindre la superfície de taulellets necessària hem de restar a l'àrea de la plaça circular ($A_{plaça}$) l'àrea de la gespa (A_{gespa}):

$$A_{taulellets} = A_{plaça} - A_{gespa}$$

L'àrea de la gespa, com és una semicircumferència, la podem calcular amb la fórmula de l'àrea d'una circumferència i dividint per dos:

$$A_{gespa} = \frac{\pi \cdot 8^2}{2} \cong 100{,}53 \text{ m}^2$$

Per obtindre l'àrea de la plaça circular necessitem primer el seu radi. Com sabem que el diàmetre de la semicircumferència mesura 16 m, podem obtindre el radi de la circumferència exterior:



$$R = \sqrt{8^2 + 8^2} \cong 11{,}31 \text{ m}$$

$$A_{plaça} \cong \pi \cdot 11{,}31^2 = 402{,}12 \text{ m}^2$$

La superfície de taulellets serà:

$$A_{taulellets} = A_{plaça} - A_{gespa} \cong 402{,}12 - 100{,}53 = 301{,}59 \text{ m}^2$$

I el cost de l'obra *(P)*, com que cada m² val 15,20 €, serà:

$$P \cong 301{,}59 \cdot 15{,}2 \cong 4.584{,}17 \text{ €}$$

NIVELL DE DIFICULTAT: 20

2. L'OU BULLIT

Solució:

Girem els dos rellotges d'arena al mateix temps. Quan acabe el de 4 minuts li donem la volta i quan acabe el de 7 també el girem. Al girar el de 7 minuts ha de quedar-li un minut al de 4. Quan el de 4 haja acabat portarem 8 minuts en total i el de 7 portarà un minut, que al donar-li la volta una altra vegada tindrem exactament un minut de temps, per tant els 8 + 1 = 9 minuts.

NIVELL DE DIFICULTAT: 20

3. LES EDATS DEL AMICS

Solució: Jo tinc 12 anys i tu 8.

Siga $x =$ jo, $y =$ tu. Anem a traduir a llenguatge algebraic el text del problema:

- "*jo tinc el triple dels anys que tu tenies quan jo tenia l'edat que tu tens*"

$$x = 3\big(y - (x - y)\big) \rightarrow x = 3(2y - x) \rightarrow x = 6y - 3x \rightarrow$$
$$\rightarrow 4x - 6y = 0 \rightarrow 2x - 3y = 0 \qquad [1]$$

- "*quan tu tingues l'edat que jo tinc, entre els dos sumarem 28 anys*"

$$x + \big(x + (x - y)\big) = 28 \rightarrow 3x - y = 28 \qquad [2]$$

Resolem el sistema format per [1] i [2] (per reducció, per exemple):

$$\begin{cases} 2x - 3y = 0 \\ 3x - y = 28 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 0 \\ -9x + 3y = -84 \end{cases}$$

Sumant les dues equacions: $-7x = -84 \rightarrow x = \frac{-84}{-7} = 12$

Amb el valor de x podem obtindre el valor de y:

$$3 \cdot 12 - y = 28 \rightarrow y = 8.$$

Per tant, jo tinc 12 anys i tu 8.

NIVELL DE DIFICULTAT: 50

4. LES PARELLES

Solució: Les parelles serien: 18 i 7, 17 i 8, 16 i 9, 15 i 1, 14 i 2, 13 i 3, 12 i 4, 11 i 5, 10 i 6.

Estudiem quines possibilitats són vàlides per a cada nombre:

- 18 i 7. El 18 solament pot formar parella amb el 7.
- 17 i 8. El 17 solament pot formar parella amb el 8.
- 16 i 9. El 16 solament pot formar parella amb el 9.
- El 15 pot formar parella amb el 10 o l'1. Suposem que el 15 forma parella amb el 10. Les parelles serien:

  1 i 3 (el 8 i el 15 ja estan ocupats)

  2 i 14 (el 7 ja està ocupat)

  13 i 12 (perquè el 3 està ocupat)

  11 i 5

  En aquest cas queden tan sols el 4 i el 6 i no formen quadrat perfecte. Per tant, el 15 sols pot formar parella amb l'1.

Nivell de Dificultat: 20

5. ENSAÏMADES PER A ESMORZAR

Solució 1: El repartiment no és just ja que Miquel hauria de rebre 5 euros i Joan 2.

Sabem que en total hi ha 4+3=7 ensaïmades a repartir entre 3 persones, per tant cadascú menjarà 7/3 ensaïmades, és a dir, 2 ensaïmades i 1/3 d'ensaïmada.

Com Pau paga 7 euros per 7/3 ensaïmades (que és el que es menja), el valor de cada ensaïmada serà de 3 euros.

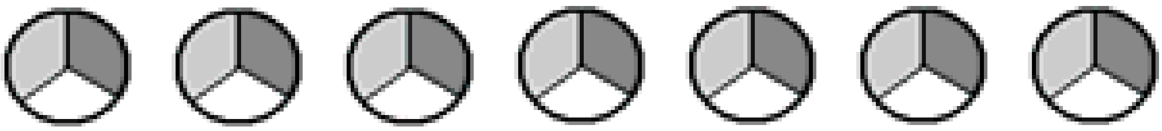
Ara bé, com Miquel porta 4 ensaïmades i se'n menja 7/3, en regala 4-7/3=5/3. Per tant, en multiplicar 5/3 per 3 (que són els euros que val cada ensaïmada) obtenim que hauria de cobrar 5 euros per la quantitat que ha regalat.

D'altra banda, com que Joan en porta 3 i se'n menja 7/3, en regala 3-7/3=2/3. Aleshores, hauria de cobrar 3·2/3=2 euros.

En definitiva, el repartiment dels diners no és just ja que Miquel hauria de rebre 5 euros i Joan 2, en compte de 4 i 3, respectivament.

Solució 2: El repartiment no és just ja que Miquel rep 0,8 euros per porció d'ensaïmada i Joan 1,5.

Com que hi ha 4+3=7 ensaïmades a repartir entre 3 persones, cadascú menjarà 7/3, és a dir, es divideixen les ensaïmades en 3 trossos i cadascú n'agafa 7:



Ara bé, com que Miquel tenia 4 ensaïmades, tenia 12 trossos en total. Aleshores, com se n'ha menjat 7, n'ha regalat 12-7=5. A més, com que rep 4 euros per eixos trossos, Pau li ha pagat 4/5=0,8 euros per cada tros.

D'altra banda, com Joan tenia 9 trossos (ja que tenia 3 ensaïmades), n'ha regalat 9-7=2. Llavors, com que Pau li ha pagat 3 euros, és com si li haguera donat 3/2=1,5 euros per cada tros.

En conclusió, el repartiment no és just ja que Miquel rep 0,8 euros per tros d'ensaïmada mentre que Joan en rep 1,5.

NIVELL DE DIFICULTAT: 30

6. CARAMELS DE SABORS

Solució:

a) Si els caramels són del mateix sabor es faran 165 extraccions i sobraran 2 caramels de llima, 1 de taronja i 2 de maduixa.

b) Si els caramels són de sabors distints es faran 164 extraccions i sobraran 6 caramels de llima i 2 de taronja.

a) Per trobar el nombre d'extraccions de 3 caramels del mateix sabor el que fem és dividir el nombre de caramels d'un mateix sabor per 3 i obtenir, així, el quocient enter de la divisió. Per tant, hi haurà 56 extraccions en què tots els caramels siguen de llima, 55 de taronja i 54 de maduixa. En total, 56+55+54=165 extraccions.

Per trobar quins serien els caramels que es quedarien a l'urna al final del procés, calculem el residu de la divisió (o bé efectuant la divisió o bé emprant les regles de divisibilitat). Llavors, obtenim que els caramels que es quedarien serien 2 de llima, 1 de taronja i 2 de maduixa.

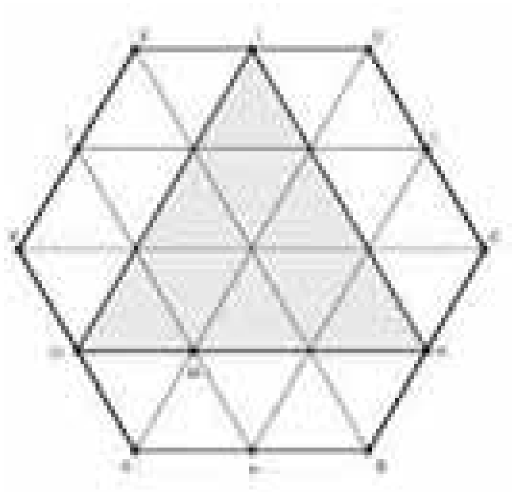
b) Si els 3 caramels són sempre de sabors distints, com a màxim es podran fer tantes extraccions com quantitat de caramels de maduixa hi ha, ja que és el sabor del qual hi ha un nombre menor de caramels. Per tant, com a màxim es podran fer 164 extraccions d'aquest tipus.

Pel que fa a l'obtenció dels caramels que es quedarien a l'urna, només s'ha de restar 164 a la quantitat de caramels dels altres sabors per obtindre el resultat. Aleshores, obtenim que quedarien 170-164=6 caramels de llima i 166-164=2 caramels de taronja.

Nivell de Dificultat: 10

7. BONICA PROPORCIÓ!

Solució: La proporció és $3/8$.



Si considerem J, K, L el punts mitjans dels altres costats de l'hexàgon regular EF, AB i CD, aleshores hem partit en parts iguals tant l'hexàgon com el triangle, amb la qual cosa, prenent com a unitat de mesura el triangle AMK (u.m.), tenim:

Àrea hexàgon: 24 u.m.

Àrea triangle: 9 u.m.

Proporció bonica$= \frac{9\,u.m.}{24\,u.m.} = \frac{3}{8}$

Nivell de Dificultat: 30

8. LES EDATS

Solució: Com a mínim són quatre germans i amb les condicions del problema hi ha dues solucions: 3, 6, 15 i 45 anys, i 5, 9, 10 i 27 anys.

La descomposició factorial de 12.150 és $2 \cdot 3^5 \cdot 5^2$.

1. Si són dos germans:

$x =$ edat del germà menut.

$y =$ edat del germà major.

$y = 2x \rightarrow x \cdot (2x) = 2 \cdot 3^5 \cdot 5^2 \rightarrow x^2 = 3^5 \cdot 5^2$, exponent imparell de la potència de base 3 i x representa un valor enter.

No és vàlida aquesta suposició, per tant, hi haurà més de dos germans.

2. Si són tres germans:

$x =$ edat del germà menut.

$y =$ edat del germà mitjà.

z = edat del germà major.

Possibilitats:

- $x,\ y = 2x,\ z = 3x$ (el germà mitjà té el doble d'edat que el menor i el germà major el triple que el germà menor)

  Fent la igualtat amb la descomposició de 12.150:

  $x \cdot 2x \cdot 3x = 2 \cdot 3^5 \cdot 5^2 \rightarrow\ x^3 = 3^4 \cdot 5^2$, exponent parell de la potència de base 3 i x representa un valor enter.

  No és vàlida aquesta possibilitat.

- $x,\ y = 2x,\ z = 3y$ (el germà mitjà té el doble d'edat que el menor i el germà major el triple que el germà mitjà)

  Fent la igualtat amb la descomposició de 12.150:

  $x \cdot 2x \cdot 3(2x) = 2 \cdot 3^5 \cdot 5^2 \rightarrow 2^2 \cdot 3 \cdot x^3 = 2 \cdot 3^5 \cdot 5^2$, és a dir, 4 no divideix a 12.150.

  No és vàlida aquesta possibilitat.

Per tant, hi haurà més de tres germans.

3. Si són quatre germans:

$x =$ edat del germà menor.

$y =$ edat del segon germà .

$z =$ edat del tercer germà.

$t =$ edad del germà major.

Possibilitats:

- $x, y = 2x,\ z,\ t = 2y$ queda descartada ja que hem observat en l'apartat (2) que 2^2 no és divisor de 12.150.
- $x, y = 2x\ (x < y),\ z,\ t = 3z\ (z < t)$, i també $x < z$.

Fent la igualtat amb la descomposició de 12.150:

$$x \cdot y \cdot z \cdot t = x \cdot 2x \cdot z \cdot 3z = 2 \cdot 3^5 \cdot 5^2 \to \ x^2 \cdot z^2 = 3^4 \cdot 5^2 \to$$
$$\to \boldsymbol{x \cdot z = 3^2 \cdot 5}$$

Les possibilitats per la parella (x, z) són (1, 45), (3, 15) i (5,9) amb $x < z$.

(3.1) Si x =1, $z = 45$ anys $\to$ $t = 3 \cdot 45 = 135$ anys per al fill major, (esperança de vida prou elevada per ser versemblant).

(3.2) **Si x= 3 anys i z=15 anys, y=6 anys, z=45 anys.** Solució vàlida.

(3.3**) Si x=5 anys, z=9 anys, y=10 anys, t=27 anys.** Una altra solució vàlida.

Per tant, com a mínim són quatre germans i amb les condicions del problema n'hi ha dues solucions:

- 3, 6, 15 i 45 anys.
- 5,9,10 i 27 anys.

NIVELL DE DIFICULTAT: 50

9. LA CADENA

Solució: Tallar per la tercera anella.

Cal tallar per la tercera anella, així s'obtenen tres parts: una amb dues anelles, una altra amb quatre i una anella solta.

- Dilluns: s'entrega l'anella solta (1 anella).
- Dimarts: el posader torna l'anella solta i l'home lliura el tros de cadena amb dues anelles (2 anelles).
- Dimecres: l'home lliura l'anella solta (1+2 anelles).
- Dijous: el posader torna els dos pedaços de cadena (dues i una) i l'home li dóna el tros de cadena amb quatre anelles (4 anelles).
- Divendres: l'home lliura l'anella solta (4+1 anelles).
- Dissabte: el posader torna l'anella solta i l'home lliura el tros de cadena amb dues anelles (4+2 anelles).
- Diumenge: l'home dóna al posader l'anella solta (4+2+1 anelles).

NIVELL DE DIFICULTAT: 20

10. ELS ENGRANATGES

Solució: a) En farà 7 voltes i mitja. b) L'engranatge nou haurà de tindre 60 dents. No importa el nombre de dents de l'engranatge central.

Si el primer engranatge fa una volta el segon en farà 12/121 voltes.

Si el segon engranatge fa una volta el tercer en farà 121/90 voltes.

Per tant, si el primer fa una volta, el tercer en farà:

$\frac{12}{121} \cdot \frac{121}{90} = \frac{12}{90}$ voltes,

així que el nombre de dents de l'engranatge central no importa.

Per tant, el nombre de voltes que ha de fer el primer engranatge perquè l'últim en faça una és la solució de l'equació $\frac{12}{90} \cdot x = 1$, on $x = \frac{90}{12} = 7{,}5$.

Perquè l'engranatge menut done cinc voltes, el nombre de dents del gran haurà de complir l'equació $\frac{12}{x} \cdot 5 = 1$. Per tant, $x = 60$ serà el nombre de dents que haurà de tindre l'engranatge gran.

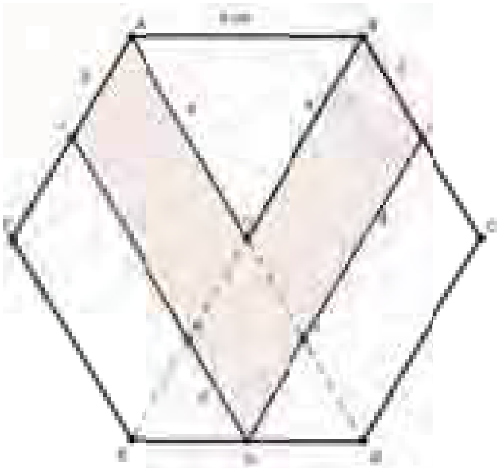
NIVELL DE DIFICULTAT: 30

11. LA "V" DE L'HEXÀGON

Solució: a) El perímetre de la figura és de 24 cm.

b) La longitud del costat és 16 cm.

a) Siga O el centre de l'hexàgon regular. El radi és $\overline{OA} = \overline{OB} = 4$ cm. Si unim O amb els vèrtex E i D, aquests radis intersequen els costats $\overline{JK}$ i $\overline{LK}$ en els punts R i M, formant-se tres quadrilàters, dos paral·lelograms simètrics i un rombe. Per tant, $\overline{AO} = \overline{JR} = 4$ cm.



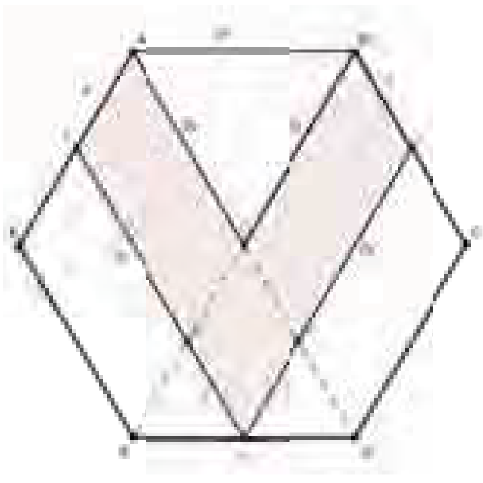
També s'observa un altre paral·lelogram, BLKR. Així, $\overline{RK} = \overline{BL} = 2$ cm. Així, el perímetre P de la figura:

$$P = 4 \cdot (AB + BL) = 4 \cdot (4 + 2) = 24 \text{ cm}.$$

b) Siga x la meitat del costat $\overline{AB}$.

Per l'estudi anterior, $4 \cdot (x + 2x) = 96$. Resolent, $x = 8$ cm.

Per tant, la longitud del costat és 16 cm.



NIVELL DE DIFICULTAT: 30

SOLUCIONS

PROBLEMES DE NIVELL B

PROBLEMES DE NIVELL B
(SEGON CICLE DE SECUNDÀRIA)

1. EL CASTELLET FRACCIONARI

Solució: a_{11} = 233/144 i el producte $a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_{11}$ = 233

Es pot veure fàcilment que la llista és: 2, 3/2 , 5/3, 8/5, 13/8 ... on cada numerador es veu que es pot deduir com la suma dels dos numeradors anteriors (sèrie de Fibonacci), i cada denominador es pot veure que és el numerador del terme anterior.

Amb tot tenim a_6=21/13 i els següents fins a a_{11}: 34/21, 55/34, 89/55, 144/89, 233/144. I el producte dels 11 primers termes serà:

$$2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{3} \cdot \ldots \cdot \frac{144}{89} \cdot \frac{233}{144} = 233.$$

Com a curiositat, la sèrie s'acosta cada vegada més a un important nombre, el nombre auri $\Phi = 1{,}6180339\ldots$, que és un nombre irracional i no obstant això, l'hem tret amb una successió infinita de fraccions que són nombres racionals.

NIVELL DE DIFICULTAT: 30

2. L'AVIÓ

Solució: L'avió vola a una velocitat de 40 m/s i a una altura de 398 m.

Utilitzarem la nomenclatura de la figura. Com que l'avió, que té una llargària de 30 m, apareix en 0,75 s, trobem que la velocitat (v) és:

$$v = \frac{30}{0{,}75} = 40 \text{ m/s}.$$

Tarda 20 s a desaparèixer, per tant:

$$L = 40 \cdot 20 = 800 \text{ m}.$$

(20 s des que està completament visible fins que desapareix completament)

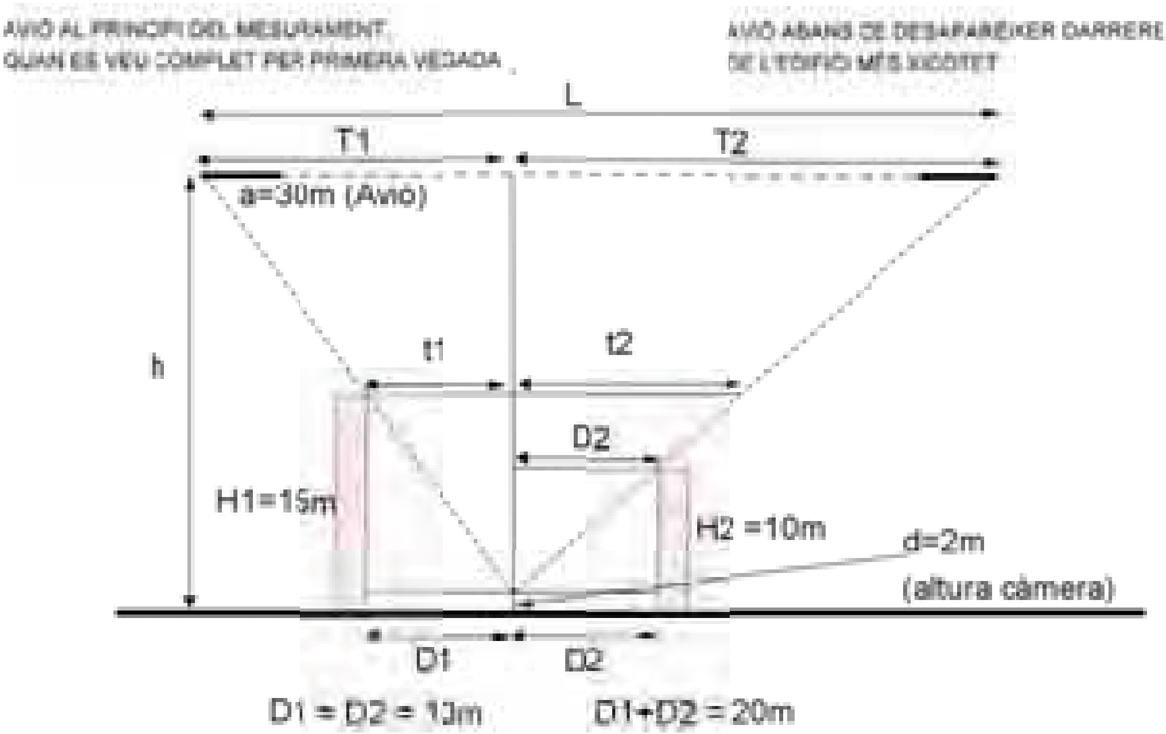
Utilitzant la nomenclatura de la figura, podem escriure per semblança de triangles:

$$\frac{T2}{t2} = \frac{h-d}{H1-d} = \frac{T1}{t1}$$

i també

$$\frac{D2}{(H2-d)} = \frac{t2}{(H1-d)}$$

Com que $T1 + T2 = 800$ m, $t1 = 10$ m, $D1 = D2 = 10$ m, $d = 2$ m, $H1 = 15$ m i $H2 = 10$ m, ens queden per trobar $t2$, h, $T1$, $T2$.



Tenim quatre equacions i quatre incògnites, la cosa va bé. Podem veure que:

$$t2 = \frac{(H1-d)}{(H2-d)} \cdot D2$$

i també podem traure:

$$T1 \cdot \left(1 + \frac{(H1-d)}{(H2-d)} \cdot \frac{D2}{t1}\right) = 800$$

I finalment, amb un poquet més d'àlgebra...

$$h = d + \frac{800}{\frac{D2}{(H2-d)} + \frac{t1}{(H1-d)}}$$

Amb els valors corresponents:

$$h = 2 + \frac{800}{\frac{10}{(10-2)} + \frac{10}{(15-2)}} \cong 398 \text{ m}$$

NOTA: Podíem haver fet menys àlgebra, però així Joan pot utilitzar el càlcul més vegades amb altres avions i entre altres edificis. L'àlgebra ens ajuda a generalitzar.

NIVELL DE DIFICULTAT: 40

3. TAULA INCOMPLETA

Solució: $\boldsymbol{x = 5}$ ***i*** $\boldsymbol{y = -9}$

Denotem el valor de les files com $\boldsymbol{f_1, f_2, f_3, f_4, f_5}$ a la primera fila, la segona, la tercera i així succesivament. El mateix farem per a les columnes: $\boldsymbol{C_1, C_2, C_3, C_4, C_5}$.

Considerem aquestes caselles extretes de la taula anterior.

x	6
0	1

Com que $\boldsymbol{x}$ es troba en la primera fila i la columna tres, aleshores serà: $\boldsymbol{x = f_1 + C_3}$.

De la mateixa manera $\boldsymbol{6 = f_1 + C_4}$, $\boldsymbol{0 = f_2 + C_3}$ i $\boldsymbol{1 = f_2 + C_4}$

Per tant: $\boldsymbol{0 + 6 = f_2 + C_3 + f_1 + C_4 = f_1 + C_3 + f_2 + C_4 = x + 1}$

Resolem l'equació $\boldsymbol{0 + 6 = x + 1 \rightarrow x = 5}$

Amb el mateix raonament, ara considerem les següents caselles:

3	-5
-1	**y**

Obtenint l'equació $\boldsymbol{3 + y = -5 - 1 \rightarrow y = -9}$

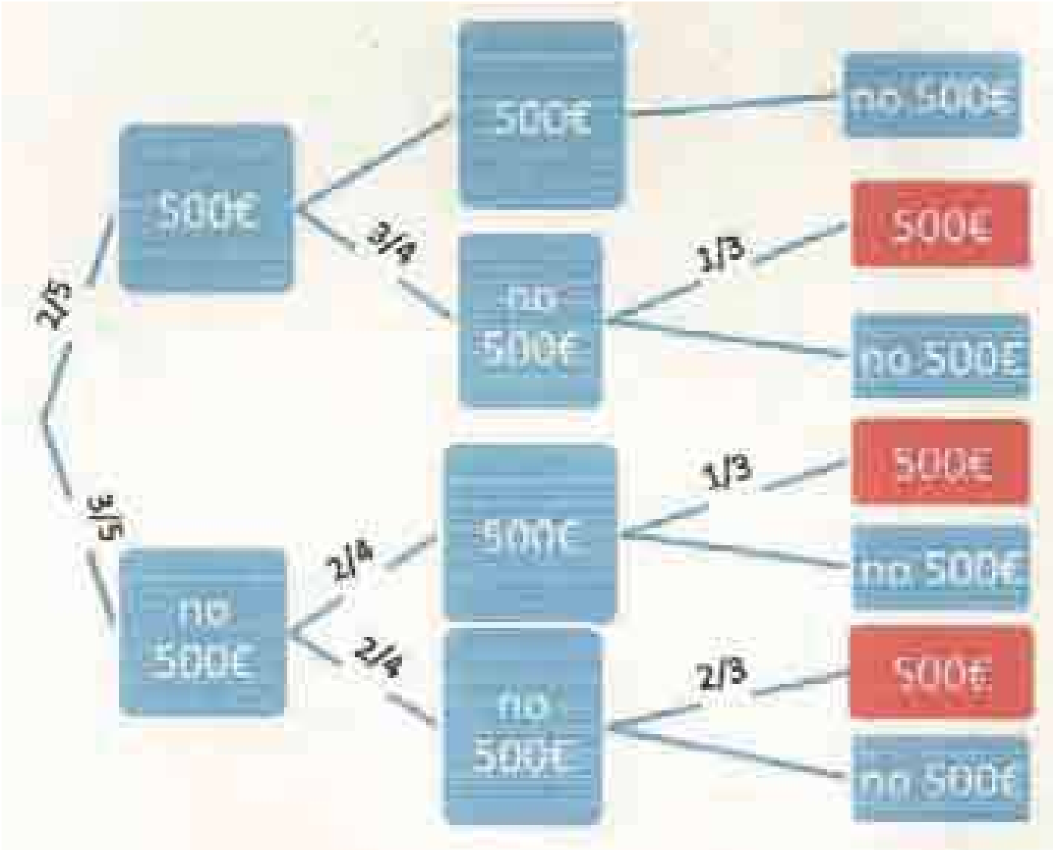
NIVELL DE DIFICULTAT: 30

4. EMBOLIC DE SOBRES

Solució: La probabilitat demanada és $\frac{2}{5}$.

Resoldrem el problema mitjançant un diagrama d'arbre i sumant les tres branques que donen 500 € a la tercera persona.

El diagrama d'arbre corresponent és el següent:



Fent el producte de probabilitats

$$\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{3}+\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{4}\cdot\frac{1}{3}+\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{4}\cdot\frac{2}{3}=\frac{6}{60}+\frac{6}{60}+\frac{12}{60}=\frac{24}{60}=\frac{2}{5}$$

NIVELL DE DIFICULTAT: 20

5. CONSTRUCCIÓ DE RECTES

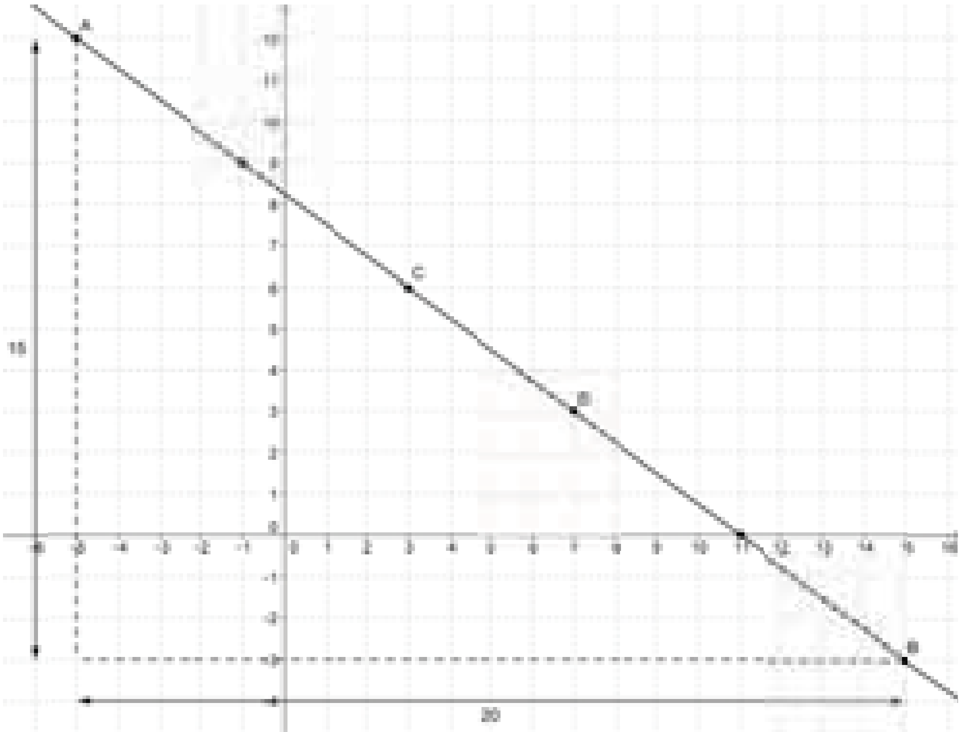
Solució: Hi ha dues solucions $\boldsymbol{C(3,6)}$ ***i*** $\boldsymbol{D(7,3)}$.

Es tracta de calcular el pendent de la recta que formen els punts $(-5,12)$ i $(15,-3)$.

Amb els punts A i B tracem un triangle rectangle. El pendent compleix la fórmula següent:

$$p = \frac{catet\ vertical}{catet\ horitzontal} = \frac{12-(-3)}{-5-15} = \frac{15}{-20} = \frac{3}{-4}$$

Per aconseguir el altres punts, ens fixem en el punt $(-5{,}12)$ i ens desplacem tres unitats cap a baix i 4 cap a la dreta, així successivament fins al punt $(15,-3)$.



NIVELL DE DIFICULTAT: 10

6. RAÓ DE POBLACIONS

Solució: La raó demanada és 57/47.

Siga s la població de la ciutat A al començament de l'any 2012, i siga v la població en la ciutat B al començament de l'any 2012. Al final de l'any 2012, la población de la ciutat A va ser 0,94·s i la població de la ciutat B va ser 1,14·v.

Per tant 0.94s = 1.14v (1). Per a trobar la raó s/v és suficient aïllar en (1) i obtenim

$$\frac{s}{v} = \frac{1{,}14}{0{,}94} = \frac{57}{47}$$

NIVELL DE DIFICULTAT: 20

7. BISECCIÓ D'UN ANGLE

Solució: El valor de q és $12/\sqrt{3}$.

Com que D és el punt de tall de la recta AD amb l'eix OX, les coordenades de D són (1,0). Per tant, $\overline{DC} = 12$.

El pendent de la recta AD és $\sqrt{3}$, per tant $AC = 12\sqrt{3}$ i $\angle ADC = 60°$. Com que BD és bisectriu de l'angle $\angle ADC$, aleshores $\angle BDC = 30°$ i els angles del triangle DBC són $30° - 60° - 90°$.

Per tant: $BC = \frac{12}{\sqrt{3}}$ i la coordenada $q = \frac{12}{\sqrt{3}}$.

NIVELL DE DIFICULTAT: 30

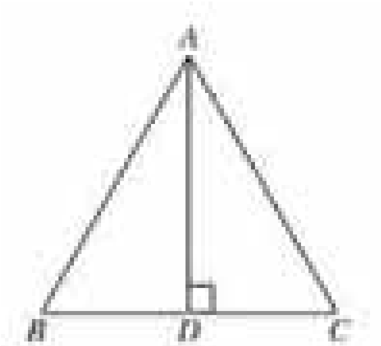
8. NEGRE SOBRE BLANC

Solució: L'àrea dels triangles negres és $27\sqrt{3}$ u.s.

En la figura, hi ha 27 triangles negres. Si la figura sencera la dividim en triangles equilàters de la mida més menuda, hi ha (comptant per files):

$8 + 2 \cdot 7 + 2 \cdot 6 + 2 \cdot 5 + 2 \cdot 4 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 64$ triangles

Per tant, 27/64 del triangle ABC està acolorit de negre.



La perpendicular des de A al costat BC el talla en el punt D. Com que el triangle ABC és equilàter i AB = 16, aleshores BD = DC = 8.

Aplicant el Teorema de Pitàgores o el fet que els angles del triangle ABD són 30° – 60° – 90°, trobem que:

$$AD = 8\sqrt{3}$$

Aleshores, l'àrea del triangle ABC és:

$$A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 8\sqrt{3} \cdot 16 = 64\sqrt{3}$$

i l'àrea de tots els triangles negres és:

$$\frac{27}{64}\cdot 64\sqrt{3} = 27\sqrt{3}$$

NIVELL DE DIFICULTAT: 30

9. QÜESTIÒ DE DÍGITS

Solució: El dígit que ocupa el lloc 100 és el 4.

El nombre total de dígits en n grups de la successio està donat per $1+2+3+\ldots+n$. Per a determinar el grup que conté al dígit que ocupa la posició 100 en la successió, hem de trobar l'enter positiu n tal que:

$$1+2+3+\ldots+(n-1) < 100 \quad \text{i} \quad 1+2+3+\ldots+n > 100.$$

Examinant un poc aquestes sumes trobem que:

$$1+2+3+\ldots+13 = 91 \quad \text{i} \quad 1+2+3+\ldots+13+14 = 105$$

El dígit que està al lloc 100 en la successió està en el grup 14. Per tant, el dígit que ocupa el lloc 100 és el 4.

NIVELL DE DIFICULTAT: 30

10. RELLOTGE ISÒSCELES

Solució: L'hora que assenyala el rellotge és 9:36.

Siga x l'angle, en graus, entre les manetes de les hores i dels minuts. Sabem que el triangle de la figura és isòsceles, amb cadascun dels dos angles iguals amb doble amplitud que el tercer angle. Aleshores:

$$x+x+\frac{1}{2}x = 180 \to \frac{5}{2}x = 180 \to x = 72$$

Per cada minut que passa, la maneta dels minuts recorre un angle de $360°/60 = 6°$ i la maneta de les hores un angle de $\left(\frac{360°}{12}\right) : 60 = \left(\frac{1}{2}\right)°$

A les 9:00 hi ha un angle de 270° entre les manetes de les hores i dels minuts. En el moment que mostra la figura, hi ha un angle de 72° entre les manetes de les hores i dels minuts.

Com que la maneta dels minuts guanya $5\frac{1}{2}$ graus a la maneta de les hores cada minut, fan falta $\frac{270-72}{5\cdot\frac{1}{2}} = 36$ minuts des de les 9:00 perquè les manetes de les hores i dels minuts abasten aquest angle.

Per tant, l'instant que assenyala la figura és les 9:36 hores.

NIVELL DE DIFICULTAT: 40

11. PIRÀMIDE DE TRESOS

Solució: La suma val 930.022.

Sumant-los en diagonal tindrem:

$$1+3+3^2+3^3 \ldots + 3^{10} = \frac{3^{11}-1}{3-1} = \frac{3^{11}-1}{2}$$

$$3+3^2+3^3+\cdots+3^{10} = \frac{3^{11}-3}{3-1} = \frac{3^{11}-3}{2}$$

$$3^2+3^3+\cdots+3^{10} = \frac{3^{11}-3^2}{3-1} = \frac{3^{11}-3^2}{2}$$

$$3^2+3^3+\cdots+3^{10} = \frac{3^{11}-3^3}{3-1} = \frac{3^{11}-3^3}{2}$$

....

$$3^9+3^{10} = \frac{3^{11}-3^9}{2}$$

i també tenim que $3^{10} = \frac{3^{10}(3-1)}{2} = \frac{3^{11}-3^{10}}{2}$

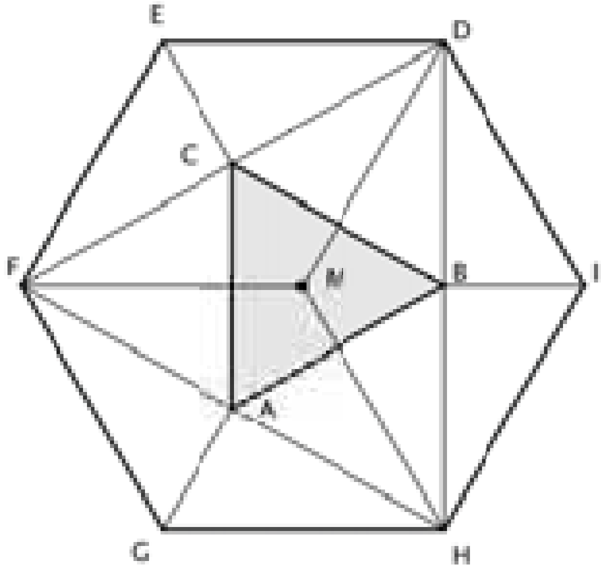
$$S = \frac{1}{2}(11\cdot 3^{11} - (1+3+3^2+\cdots+3^{10}))$$

$$S = \frac{1}{2}\left(11\cdot 3^{11} - \frac{3^{11}-1}{2}\right) = 930.022$$

NIVELL DE DIFICULTAT: 30

12. TRIANGLE DINS D'UN HEXÀGON

Solució: L'àrea del triangle ABC val 7 cm².

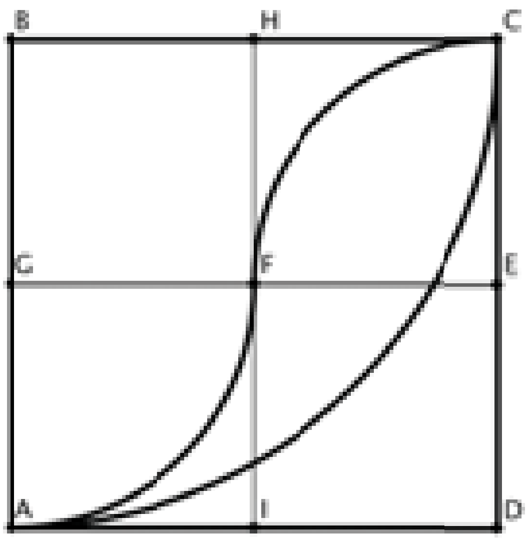


L'hexàgon està format per 3 rombes com el FEDM. Observem que el triangle FDH és la meitat de l'hexàgon i el triangle ABC la quarta part d'aquell. Aleshores l'àrea del triangle és 56/8=7 cm².

NIVELL DE DIFICULTAT: 30

13. PEIXET

Solució: L'àrea del peixet val $16\pi - 32$ ***cm².***



L'àrea del peixet serà la de tot el quadrat (64 cm²) menys la de la zona en blanc.

El triangle curvilini FHC més el sector circular GFA formen un quadrat d'àrea 16 cm², que amb el quadrat BGHF fan 32 cm².

L'àrea del triangle curvilini CAD la podem calcular restant a l'àrea del quadrat major el sector BCA. Serà: $64 - \frac{1}{4}\pi \cdot 64$ cm².

L'àrea del peixet serà $32 - 64 + \frac{1}{4}\pi \cdot 64 = 16\pi - 32$ cm².

NIVELL DE DIFICULTAT: 20

14. QUADRAT MÀGIC, VAL PER 3

Solució: Es pot construir de la següent forma.

24	9	30
27	21	15
12	33	18

Aquesta solució ix partint d'un quadrat màgic amb els números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 i 9, en què cada fila, columna i diagonal suma 15, fent les següents operacions:

a) sumant a cada línia 6 (és suficient sumar a cada casella 2) i després b) multiplicant cada línia per 3, és a dir, cada casella de la línia per 3, de forma que cada línia sumarà 63, tal com passa en la solució anterior.

Una altra solució: Partim de

21	21	21
21	21	21
21	21	21

Si apliquem tres canvis que es poden definir per tal de no modificar la suma i ser múltiples de 3:

3	-3	
-3		3
	3	-3

	-6	6
6		-6
-6	6	

-12	12	
12		-12
	-12	12

Obtenim el següent quadrat màgic:

12	24	27
36	21	6
15	18	30

que també és solució.

Es pot jugar amb altres combinacions.

NIVELL DE DIFICULTAT: 20

S. E. M. C. V.

AL-KHWARIZMI

QÜESTIONS D’UN MESTRE

Anomenarem així d’ara endavant aquesta secció, coneguda anteriorment com ”El problema de Juan Pagés”, per voluntat de l’autor de la mateixa.

LA REGLA DE LA COMPANYIA (1)

Tres socis formen una companyia. El primer fica un capital de 10.600 euros; tres anys després ingressa en la companyia el segon soci, amb 24.750 euros i dos anys després el tercer, amb 30.900 euros. Al cap de huit anys de la fundació, la liquiden amb uns guanys de 280.440 euros.

Quina part correspon a cada soci, sabent que el 18% dels guanys són per a pagar imposts?

LA REGLA DE LA COMPANYIA (2)

Quatre socis reuneixen un capital de 541.800 euros per a explotar un negoci en què obtenen uns guanys de 154.800 euros. En repartir els beneficis, al primer corresponen 35.000 euros; al segon 42.000; al tercer, 18.000 i al quart la resta.

Troba el capital invertit per cada soci en el negoci.

LA REGLA DE LA COMPANYIA (3)

Una indústria paga d’imposts el 17,5% dels guanys bruts. Si per tal motiu paga 43.700 euros i els capitals aportats pels tres socis eren de 175.000, 300.000 i 250.000 euros respectivament, quin benefici net tingué cadascú?

SOLUCIÓ LA REGLA DE LA COMPANYIA (1)

Aquests problemes tenen per objecte repartir els guanys o pèrdues entre un cert nombre de persones associades en un negoci. Quan els capitals i els temps són diferents els guanys o pèrdues es reparteixen en parts directament proporcionals als productes dels capitals pels corresponents temps.

	Capitals	**Temps**	**Productes**
1r.	10.600	8	84.800
2n.	24.750	5	123.750
3r.	30.900	3	92.700

$100\% - 18\% = 82\%$ **guanys nets**

$\frac{82}{100}$ de 280.440 = 229.960,8 euros

$$\frac{x}{84.800} = \frac{y}{123.750} = \frac{z}{92.700} = \frac{x+y+z}{84.800+123.750+92.700} = \frac{229.960,8}{301.250}$$

- $x = 84.800 \cdot \frac{229.960,8}{301.250} = 64.732,53$ euros.
- $y = 123.750 \cdot \frac{229.960,8}{301.250} = 94.465,22$ euros.
- $z = 92.700 \cdot \frac{229.960,8}{301.250} = 70.763,04$ euros

SOLUCIÓ LA REGLA DE LA COMPANYIA (2)

Els guanys del quart soci han estat 59.800 euros. Per tant:

$$\frac{35.000}{x} = \frac{42.000}{y} = \frac{18.000}{z} = \frac{59.800}{t} = \frac{154.800}{541.800}$$

- $x = 35.000 \cdot \frac{541.800}{154.800} = 122.500$ euros
- $y = 42.000 \cdot \frac{541.800}{154.800} = 147.000$ euros
- $z = 18.000 \cdot \frac{541.800}{154.800} = 63.000$ euros
- $t = 59.800 \cdot \frac{541.800}{154.800} = 209.300$ euros

1r soci → 122.500 euros

2n soci → 147.000 euros

3r soci → 63.000 euros

4t soci → 209.300 euros

SOLUCIÓ LA REGLA DE LA COMPANYIA (3)

$$\frac{17{,}5 \cdot x}{100} = 43.700 \;\rightarrow x = 43.700 \cdot \frac{100}{17{,}5} = 249.714{,}28$$

Guanys nets: 100% - 17,5% = 82,5%

82,5/100 de 249.714,28 = 206.014,28 de guany

$$\frac{x}{175.000} = \frac{y}{300.000} = \frac{z}{250.000} = \frac{206.014{,}28}{725.000}$$

- x = 175.000 x 206.014,28/725.000 = 49.727,58 euros.
- y = 300.000 x 206.014,28/725.000 = 85.247,29 euros.
- z = 250.000 x 206.014,28/725.000 = 71.039,41 euros.

1r soci → 49.727,58 euros

2n soci → 85.247,29 euros

3r soci → 71.039,41 euros.

ACTUALITZEU ELS VOSTRES CORREUS ELECTRÒNICS...!!!

ATENCIÓ, SOCIS!!

Per tal d'actualitzar la nostra base de dades, us demanem que ens informeu de les possibles variacions en les vostres dades, especialment en les vostres adreces de correu electrònic.

És important tindre aquesta informació per a un millor funcionament de la societat. És suficient que envieu un correu electrònic a:

tresorer@semcv.org

indicant les vostres novetats.

Gràcies per la vostra col·laboració.

CONTACTEU AMB NOSALTRES...!!!

SI VOLS ENVIAR-NOS SOLUCIONS DE PROBLEMES OBERTS, PROPOSTES DE PROBLEMES O DE TEMES, COMENTARIS I SUGGERIMENTS POTS ENVIAR UNA CARTA A L'ADREÇA:

SEMCV "AL-KHWARIZMI"
PROBLEMA OBERT
APARTAT 22.045
46071 VALÈNCIA

TAMBÉ POTS ENVIAR UN MISSATGE AL CORREU ELECTRÒNIC:

problemesolimpics@semcv.org

ESPEREM LES VOSTRES COL·LABORACIONS!!!

S. E. M. C. V.
AL-KHWARIZMI

XI Jornades de la Societat d'Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana Al-Khwarizmi.

Matemàtiques 3.14

Castelló 2014

- Organitza: SEMCV "Al- Khwarizmi"
- Convoquen: Universitat Jaume I de Castelló, SEMCV "Al- Khwarizmi"
- Col·labora: Departament de Matemàtiques de la Universitat Jaume I

Segon Anunci

Els dies **7 i 8 de març del 2014** tindran lloc a la Universitat Jaume I de Castelló les XI Jornades de la Societat d'Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana Al-Khwarizmi amb el lema **Matemàtiques 3.14**.
Email de contacte: xi_jornades@semcv.org

Inscripció: fins al 28 de febrer del 2014.
http://www.semcv.org/inscripcio_jornades/inscripcio_xi_jornades2014.html

Quotes d'inscripció:
Socis de la SEMCV i altres Societats de la FESPM: 10 € .
No socis: 30 €.
Allotjament: Residència Universitària.
http://www.uji.es/serveis/otci/prog/campus.thtml
Més informació: www.semcv.org

Programa provisional

Conferències.

- Antón Aubanell. *Bombolles de sabó*.
- Antonio Pérez. *Matemáticas en vivo o Matemáticas de museo*.

Ponències.

- David Barba, Cecilia Calvo. *Enriquir les activitats d'aula a partir de l'ús de materials manipulatius i applets*.
- Joseángel Murcia. *Comunicar las matemáticas*.
- Iolanda Guevara. *Pitàgores a Xina o el procediment Gou Gu*.
- Vicent Palmer (Departament Matemàtiques Universitat Jaume I). *La Història de les Matemàtiques en la formació del professorat*.
- Josep Lluís Pol. *Veig matemàtiques per tot arreu. És greu doctor?*
- Bernat Ancochea, Isabel Sorigué. *L'alumnat d'Infantil toca Geogebra.*
- Julio Rodrigo. *El documento puente, una herramienta fundamental para el trabajo por competencias.*

PREMI MARIA ANTÒNIA CANALS 2014

La Federació d'Entitats per a l'Ensenyament de les Matemàtiques a Catalunya (FEEMCAT), la Societat Balear de Matemàtiques SBM-XEIX i la Societat d'Educació Matemàtica de la C. V. "al-Kwhārizmī" convoquen el Premi "Maria Antònia Canals" 2014, per a projectes d'innovació educativa realitzats en algun/s dels tres cursos anteriors a la convocatòria. Els projectes han d'estar dirigits a l'ensenyament de la matemàtica en els següents nivells educatius: educació infantil (0–6), educació primària (6-12), educació secundària (12-18) i universitària.

Pot optar al premi qualsevol professional de l'ensenyament, des de l'escola bressol fins a la universitat, sempre que faci servir el català en qualsevol de les seves variants.

No podran optar al premi treballs ja publicats o premiats en altres concursos.

Els projectes han de ser presentats, en suport informàtic (Word, Open Office, pdf), amb una extensió d'entre 10 i 40 pàgines com a màxim (arial 11, doble espai).

La presentació del projecte constarà dels següents apartats:

- Resum de 5 a 10 línies, redactat en català, amb Arial 11 a doble espai.
- Exposició dels objectius i del context en què s'ha desenvolupat. Referències emprades (webs, textos,...)
- Descripció de l'experiència i dels materials usats.
- Una mostra de les produccions de l'alumnat (fotografies, produccions escanejades, ...)
- Conclusions i reflexió final sobre el que ha representat el projecte pel que fa a l'aprenentatge matemàtic de l'alumnat implicat en el projecte.

Document, a part de l'anterior, que contingui les indicacions següents:

- nom i cognoms dels autors;
- adreça postal i electrònica i telèfon dels autors;
- NIF dels autors;
- una declaració signada pels autors que el treball és inèdit i no ha estat premiat en altres concursos.

S'atorgarà un sol premi per nivell educatiu dotat amb 600€ i, si s'escau, mencions especials als treballs que ho mereixin citant-los a l'acta del jurat i facilitant-ne la difusió.

Els premis poden restar deserts o no ésser adjudicats.

El termini de lliurament dels treballs finalitzarà el 31 de juliol de 2014

El veredicte serà comunicat als guanyadors personalment i el lliurament es farà en un acte públic.

Les societats convocants es reserven el dret a la publicació dels projectes premiats. Aquesta publicació pot ser a la revista Noubiaix o en format de llibre o d'altres que puguin ser més escaients en funció del tipus de treball premiat.

Les societats es comprometen a divulgar els premis i a donar a l'autor l'oportunitat de presentar el seu treball en les jornades respectives.

El jurat estarà format per un membre designat per cada societat, un membre del consell de redacció de la revista Noubiaix i un especialista en didàctica de la matemàtica amb veu i vot, i el secretari d'una de les tres societats convocants, amb veu i sense vot, que actuarà de secretari.

El guanyador es compromet a fer constar el guardó en ulteriors publicacions.

Els treballs s'han d'adreçar indistintament a: premi.mantoniacanals@gmail.com o bé a la seu de la societat:

Societat d'Educació Matemàtica de la CV "al-Khwārizmī"
Premi "M. Antònia Canals"
Apartat de correus: 22045
46071 València

http://www.semcv.org

XIV CONCURS DE FOTOGRAFIA “MATEMÀTICA A LA VISTA”

B A S E S

1. La Societat d’Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana "Al-Khwarizmi" convoca el XIV Concurs de Fotografia “Matemàtica a la vista” amb dos apartats:

   Apartat I: Poden participar totes les alumnes i tots els alumnes que cursen actualment estudis de Primària, Secundària, FPA, FP, Cicles formatius i Batxillerat.

   Apartat II: Pot participar qualsevol persona no inclosa en l’apartat anterior.

2. Les fotografies, originals, en color o en blanc i negre, *en paper*, tindran una grandària d'almenys 10×15 per a l’apartat I, i almenys 18×24 per a l’apartat II. Cada fotografia es presentarà muntada sobre cartolina amb un títol o peu de foto visible. El títol posarà de manifest la condició matemàtica del concurs. Cada sèrie —tres o més fotos sobre un mateix tema— s’identificarà amb títol únic, si bé cada foto portarà subtítol.

3. El termini de presentació de fotografies acabarà el dia 24/02/2014. Les fotografies –muntades i amb el títol visible– no mostraran dades de qui concursa. El nombre de fotos que pot presentar cada participant és 5, i 2 sèries. S'aportaran, clarament, dades personals i l'apartat (o apartats) a què es concursa. Si es tenen les fotografies en format digital, es prega que s'envien al correu de referència.

4. Els premis, que contemplaran la fotografia i el seu peu de foto, seran:

   Apartat I: 1r : 150 € 2n: 100 € 3r: 75 €.
   4t Tres premis iguals de 30 € Millor sèrie: 150 €.

   Apartat II: (Premi a una fotografia o una sèrie) 1r: 250 € 2n: 150 €

5. Les fotografies rebudes s'exposaran en la Universitat Jaume I de Castelló durant la celebració de les XI Jornades d'Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana *Al-Khwarizmi*, el març del 2014. Els premis es lliuraran el dia 8, abans d'acabar les Jornades. Posteriorment, les fotografies del concurs, junt amb altres de concursos previs, podran exhibir-se en alguns centres que ho sol•liciten.

Espiral numérica, Begoña Contell Gonzalo, de l’IES Ramón Llull. València.
1r Premi Apartat I - XIII Concurs

6. La participació implica l’acceptació de les bases. El jurat que decidirà el concurs estarà compost almenys per tres membres de la Societat organitzadora. La seua decisió serà inapel·lable.

7. Tota fotografia premiada passarà a ser propietat de la Societat a tots els efectes. Les fotografies participants podran aparéixer en les publicacions de la SEMCV.

Per a qualsevol consulta, caldrà dirigir-se al coordinador de la Societat per a aquest concurs: Salvador Caballero Rubio, e-mail: fotografia@semcv.org

Per realitzar els enviaments: Concurs de fotografia "Matemàtica a la vista"
IES Antonio José Cavanilles
Av del Alcalde Lorenzo Carbonell, 32-34
03007 Alacant

Vols fer-te soci? Ompli la següent butlleta d'inscripció i ens l'envies a la nostra seu. Anima als teus companys o inscriu al teu centre a la nostra societat.

INSCRIPCIÓ I DOMICILIACIÓ BANCÀRIA

SOCIETAT D'EDUCACIÓ MATEMÀTICA DE LA COMUNITAT VALENCIANA "Al-Khwārizmī"

Facultat de Magisteri "Ausiàs March"
Departament de Didàctica de la Matemàtica
Apartat 22.045 46071 VALÈNCIA

Cognoms:...Nom:....................................
DNI / NIF:....................................

Domicili particular:

Població:...C.P.:..............
Carrer:.. Telèfon:...
Correu-e:....................................

Centre de treball:

Nom:...
Carrer:...Població:...............................C.P.:...........
Telèfon:..Correu-e:...

Entitat bancària (on es lliurarà el cobrament de quotes):

Nom:...
Carrer:...Població:...............................C.P.:...........
Codi Compte Client:

Entitat	Oficina	D.C.	Nº Compte
| | | | |	| | | | |	| | |	| | | | | | | | | | |

....a...........de.......................................de 2013.
(signatura)

El titular del compte:...
DNI:..

Esta revista es publica amb el suport de l'Acadèmia Valenciana de la Llengua

Trobaràs tota la informació en la nostra web.

Societat d'Educació Matemàtica Comunitat Valenciana

Al-Khwarizmi

Visiteu-la: www.semcv.org

S.
E.
M.
C.
V.

AL-KHWARIZMI

Societat d'Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana "Al-Khwarizmi"