S.E.M.C.V. AL-KHWARIZMI

PROBLEMES OLÍMPICS

Revista de problemes de Matemàtiques

Número 82. Desembre 2015

GALERIA DE FOTOS PARTICIPANTS AL XIV CONCURS DE FOTOGRAFIA “MATEMÀTICA A LA VISTA”

“Dos ruedas tangentes”.
Patrica Sánchez Felipe. IES L’Estació (Ontinyent)

“El infinito en una escalera”
José Hernández. Col. Mare de Déu de l’Olivar (Alaquàs)

“100 años geométricos”
Cristina Schimmel. IES L’Arabí (L’Alfàs del pi)

“Esferas acuáticas”
Sandra Pérez. IES María Moliner (Port de Sagunt)

“La simetria en el plato”
Sara Gil. CC Alfa & Omega (Dénia)

“Ácida proporción”
Rita Martínez. CC Alfa & Omega (Dénia)

“Parábola nocturna”.
Luisa Abrahamyan. IES Lloixa (San Joan d’Alacant)

“Bisectrices”.
Akier Brugman. IES L’Arabí (Alfàs del Pi)

“Espiral”.
Marina Rodríguez. IES L’Arabí (Alfàs del Pi)

Ací teniu el número 82 de la revista **PROBLEMES OLÍMPICS** corresponent al mes de desembre de 2015, amb més propostes per a treballar la resolució de problemes de matemàtiques.

Ja tenim obert el termini d'inscripció de l'alumnat a la XXVII Olimpíada Matemàtica 2016 per a les províncies de València i Alacant. Tingueu en compte que hi ha fins al 15 de març per a formalitzar la inscripció, no ho deixeu per a última hora.

Estem preparant l'organització de les XII Jornades d'Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana, que celebrarem a València els dies 30 de setembre i 1 d'octubre de 2016. Pròximament tindreu més informació amb els detalls de la convocatòria en la publicació del primer anunci. També trobareu la convocatòria del XV Concurs de fotografia matemàtica que com és tradició, es resoldrà durant la celebració de les Jornades de la Societat. Us animem a participar.

La *Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas* celebra cada dos anys les JAEM, i per al 2017 la FESPM ha decidit celebrar-les conjuntament amb el *Congreso Iberoamericano de Educación Matemática* CIBEM. El VIII CIBEM se celebrarà a Madrid del 10 al 14 de juliol de 2017 i ja està obert el termini d'inscripció a preu reduït. Teniu tota la informació a la web: www.cibem.org

PROBLEMES OLÍMPICS

Societat d'Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana "Al-Khwarizmi"
Apartat 22.045
46071 València

Director: Tomàs Queralt Llopis

Correcció lingüística: José Fernando Juan García

D.L.: V-3026-2001
ISSN: 1578-1771

Portada: "Mosaico". 2n. Premi compartit de l'Apartat II del XIV Concurs de fotografia matemàtica. Autor: Juan Fernando López Villaescusa. IES Ramón Llull (València).

Et falta algun exemplar de la revista Problemes Olímpics? Si vols ens el pots demanar i te l'enviem a la teua adreça.

SOL·LICITUD D'ENVIAMENT DE NÚMEROS ANTERIORS DE "PROBLEMES OLÍMPICS"

Nom: ____________________ Cognoms: ____

Adreça: ____ Telèfon: ____________

C.P. ________ Població: ____________________ Província: ______________________

Correu-e: ____________________________ Tasca docent (curs, nivell, etc.)______________

Desitge rebre els següents números de la revista "Problemes Olímpics" a la meua adreça:

☐ Problemes Olímpics Nº 11	(1.8 €)	☐ Problemes Olímpics Nº 46	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 12	(1.8 €)	☐ Problemes Olímpics Nº 47	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 13	(1.8 €)	☐ Problemes Olímpics Nº 48	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 14	(1.8 €)	☐ Problemes Olímpics Nº 49	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 15	(2.4 €)	☐ Problemes Olímpics Nº 50	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 16	(1.8 €)	☐ Problemes Olímpics Nº 51	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 17	(1.8 €)	☐ Problemes Olímpics Nº 52	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 18	(1.8 €)	☐ Problemes Olímpics Nº 53	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 19	(1.8 €)	☐ Problemes Olímpics Nº 54	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 20	(2.0 €)	☐ Problemes Olímpics Nº 55	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 21	(2.0 €)	☐ Problemes Olímpics Nº 56	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 22	(2.0 €)	☐ Problemes Olímpics Nº 57	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 23	(2.0 €)	☐ Problemes Olímpics Nº 58	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 24	(2.0 €)	☐ Problemes Olímpics Nº 59	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 25	(2.0 €)	☐ Problemes Olímpics Nº 60	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 26	(2.0 €)	☐ Problemes Olímpics Nº 61	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 27	(2.0 €)	☐ Problemes Olímpics Nº 63	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 28	(2.0 €)	☐ Problemes Olímpics Nº 64	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 29	(2.0 €)	☐ Problemes Olímpics Nº 65	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 30	(2.0 €)	☐ Problemes Olímpics Nº 66	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 32	(2.0 €)	☐ Problemes Olímpics Nº 67	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 33	(2.0 €)	☐ Problemes Olímpics Nº 68	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 34	(2.0 €)	☐ Problemes Olímpics Nº 69	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 35	(2.0 €)	☐ Problemes Olímpics Nº 70	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 36	(2.0 €)	☐ Problemes Olímpics Nº 71	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 37	(2.0 €)	☐ Problemes Olímpics Nº 73	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 38	(2.0 €)	☐ Problemes Olímpics Nº 74	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 39	(2.0 €)	☐ Problemes Olímpics Nº 75	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 40	(2.5 €)	☐ Problemes Olímpics Nº 76	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 41	(2.5 €)	☐ Problemes Olímpics Nº 77	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 42	(2.0 €)	☐ Problemes Olímpics Nº 78	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 43	(2.5 €)	☐ Problemes Olímpics Nº 79	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 44	(2.5 €)	☐ Problemes Olímpics Nº 80	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 45	(2.5 €)	☐ Problemes Olímpics Nº 81	(2.5 €)

Ens envies aquesta butlleta emplenada a la nostra adreça: Societat d'Educació Matemàtica "Al-Khwarizmi", Apartat 22.045, 46071-València, indicant en el sobre "Revista Problemes Olímpics", incloent el justificant d'ingrés del preu total dels exemplars que sol·licites al nostre compte de BANKIA: 2038-6301-37-3000011367.

SUMARI

PROBLEMES PER A PRACTICAR

ENUNCIATS

SOLUCIONS

ENUNCIATS

PROBLEMES DE NIVELL C

PROBLEMES DE NIVELL C
(TERCER CICLE DE PRIMÀRIA)

1. TRES NUMERETS

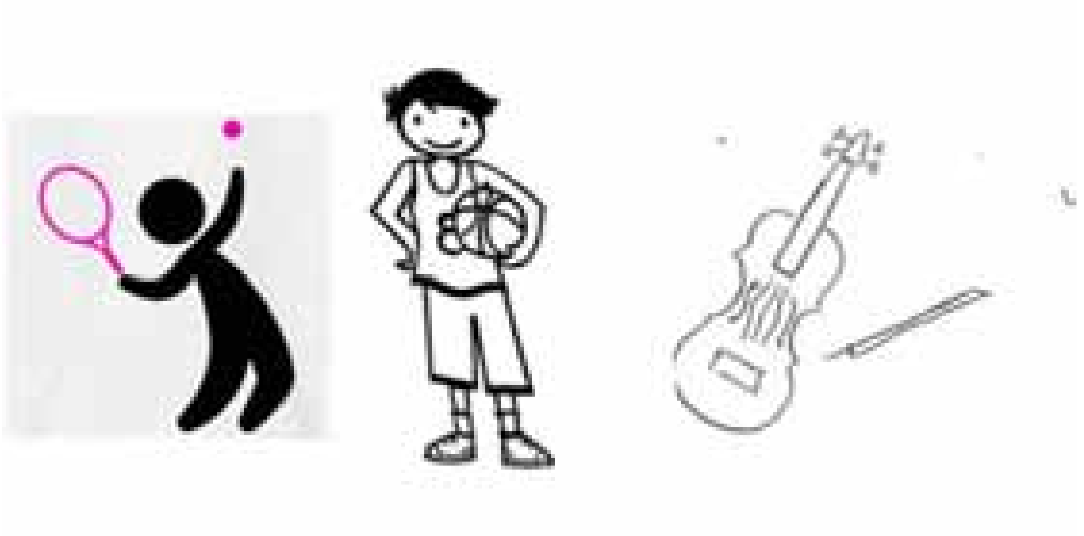
Tres numerets de dues xifres s'escriuen amb aquestes sis xifres amb la condició que la diferència entre el nombre major i el mitjà és 33.

Quant val la suma dels tres?

2. ACTIVITATS EXTRAESCOLARS

Tres amigues, Carla, Blanca i Sara realitzen activitats extraescolars. Una juga al tenis, una altra juga al bàsquet i l'altra toca el violí. La que toca el violí és la major de les tres. Blanca és la cosina menor de Sara i no juga al tenis. Les majors són cosines.

Quina activitat extraescolar fa cadascuna?



3. BLANCANEUS I ELS ERIÇONS

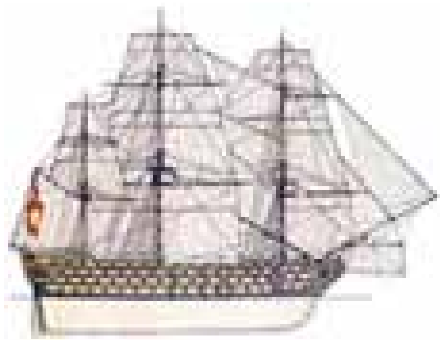
Et passeges per Eurodisney. Ací està Blancaneus venent cotó de sucre i eriçons de xocolate. Dos cotons de sucre i un eriçó de xocolate costen 4 €. Dos eriçons de xocolate i 3 cotons de sucre costen 7 €. Vols menjar-te un cotó de sucre i un eriçó de xocolate.

Quant has de pagar-li a Blancaneus?

4. TRAFALGAR

Durant la batalla naval de Trafalgar, els dos terços de les naus franceses es van enfonsar. Només en van tornar 7.

Quantes n'hi havia al principi?



5. SUMEN 99

Afegeix els signes + necessaris entre alguns dels dígits següents, per a obtindre un total de 99. Troba dues solucions.

987654321

6. JUGUEM A LES BOLETES

Tu i jo tenim el mateix nombre de boletes. Tu me'n dónes 2. Jo te'n done 5.

Quantes bales tens més que jo?

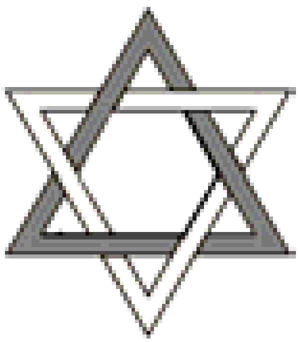
7. UN EXAMEN TIPUS TEST

Joan fa un examen de 20 preguntes. Per cada resposta correcta, aconsegueix 8 punts, per cada resposta incorrecta li resten 5 punts. Si es deixa en blanc una pregunta, compta 0 punts.

Si sabem que Joan va obtindre una puntuació de 13, quantes preguntes va contestar?

8. L'ESTRELA

Manel veu la següent estrela des de davant:



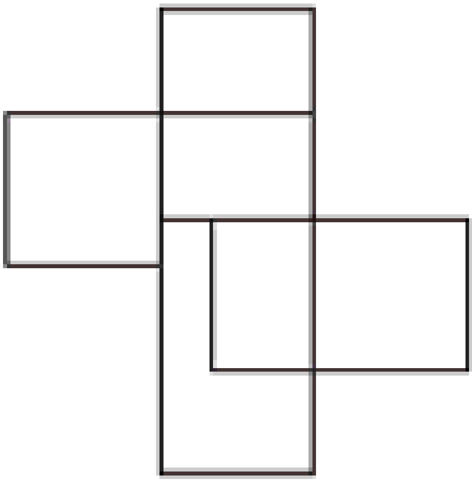
Si Marcel estiguera darrere, com la veuria? Dibuixa-la.

9. LA DATA MÍNIMA

La fase comarcal de l'Olimpíada Matemàtica que organitza la Societat "Al-Khwarizmi" se celebra l'últim dissabte del mes d'abril. Com a mínim, en quina data es pot celebrar?

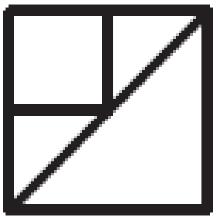
10. QUADRILÀTERS

Quants quadrilàters veus en el dibuix següent?

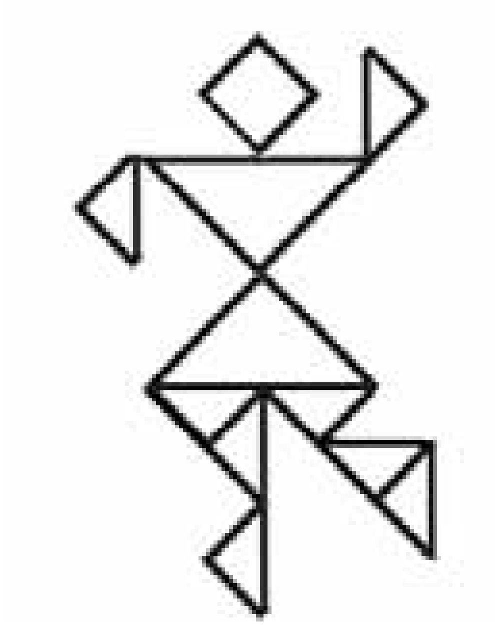


11. RETALLANT

Mireia té diversos quadrats d'àrea 10 cm^2 i els retalla tal com s'observa en la figura, en quadrats més petits i en triangles.



Amb els trossos que obté, forma la següent figura:



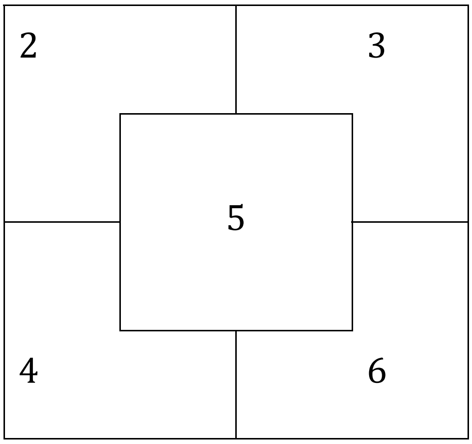
Quina àrea té aquesta figura?

12. EL SEMÀFOR

Un semàfor està 35 segons en verd, 4 segons en ambre i 32 segons en roig. Si a les 12:00 h del migdia es posa en verd, podrem passar a les 22:35 de la nit?

13. EN PARTS IGUALS

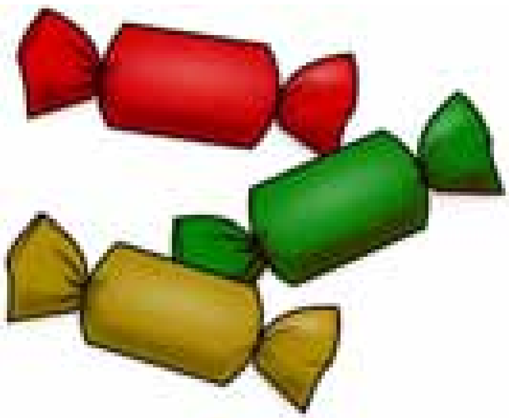
Divideix la regió 2 en dos parts iguals, la 3 en tres parts iguals, i així successivament per a cada una de les regions.



14. ELS CARAMELS

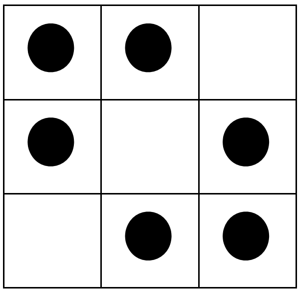
Tinc una bossa amb caramels de maduixa i de menta. En total en tinc 111 i n’hi ha el doble de maduixa que de menta.

Sabries dir-me quants caramels tinc de cada tipus?

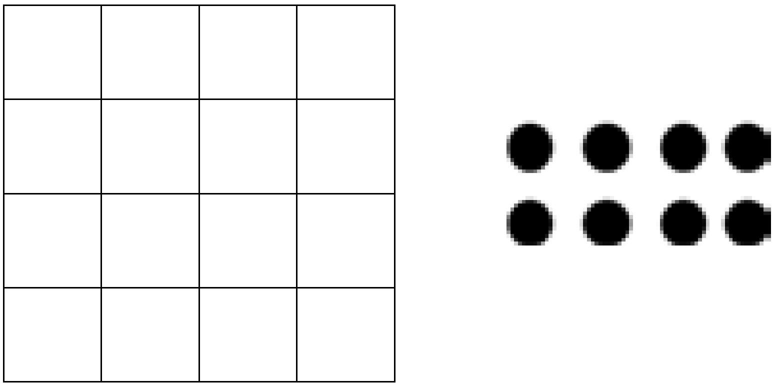


15. MONEDES

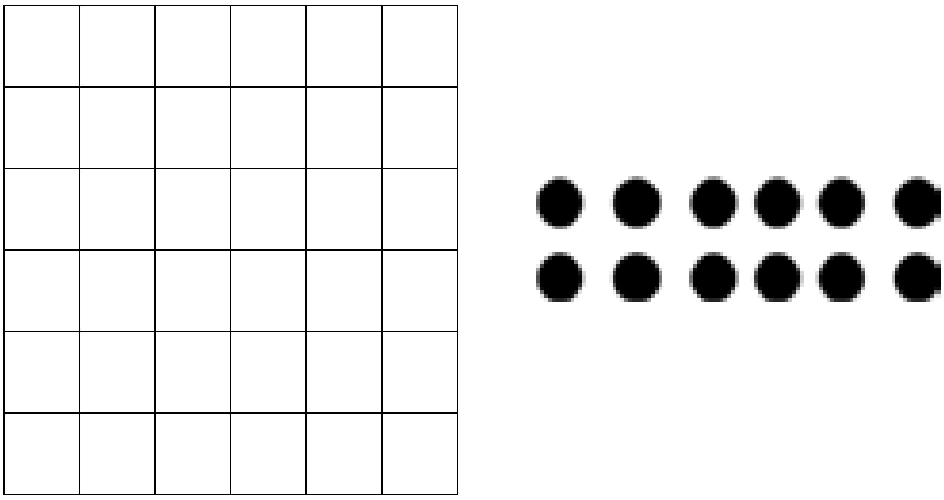
Observa la primera figura. Hem de col·locar 6 monedes sobre la quadrícula de manera que no hi haja mai més de dues monedes alineades (ni tan sols en diagonal).



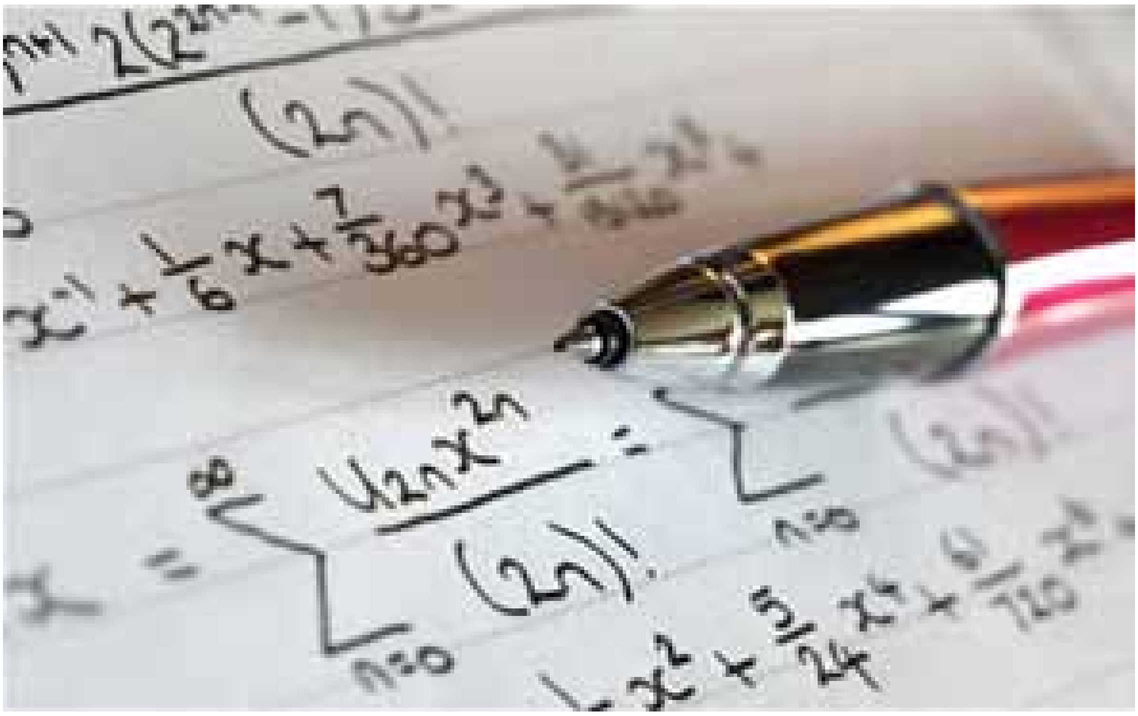
Sabries col·locar, amb la mateixa condició, 8 monedes sobre la segona quadrícula?



I 12 sobre la tercera?



ENUNCIATS



PROBLEMES DE NIVELL A

PROBLEMES DE NIVELL A
(PRIMER CICLE DE SECUNDÀRIA)

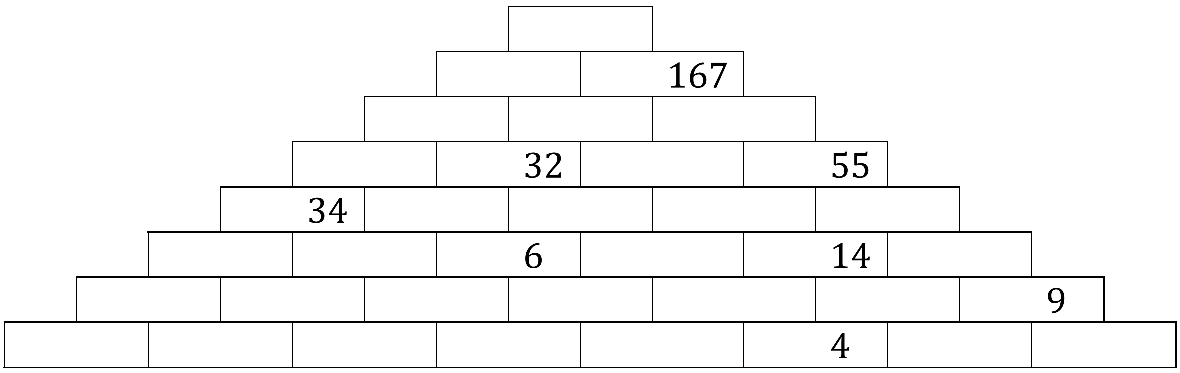
1. LA CONTRASENYA

Cristina mai oblida les sis xifres de la contrasenya del seu correu electrònic perquè ha comprovat que si lleva l'1 de davant i el fica al final i deixa la resta de les xifres en el mateix ordre, aleshores el nombre inicial queda automàticament multiplicat per 3.

Quina és la contrasenya de Cristina?

2. LA PIRÀMIDE

Només cal sumar. Cada quadre és la suma dels dos directament inferiors. Completa la piràmide.



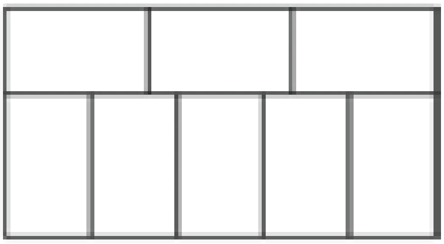
3. EL CAMPAMENT

144 xiquets d'un campament d'estiu han de repartir-se en diferents grups, de manera que cada grup tinga el mateix nombre de xiquets.

Com podem fer aquest repartiment si cal que els grups siguen d'almenys cinc xiquets i com a molt de vint?

4. UN RECTANGLE DE RAJOLES

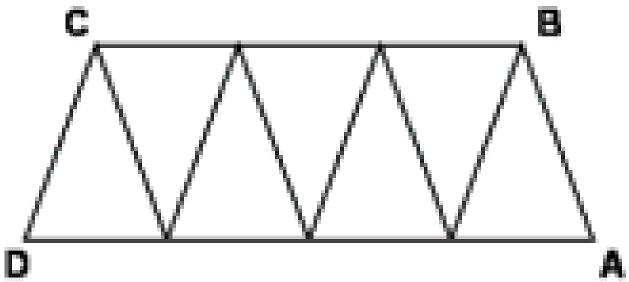
Les rajoles d'una casa són de forma rectangular i tenen un perímetre de 48 cm cadascuna. Es pretén construir amb 8 rajoles la següent figura.



Sabries indicar-nos la superfície de la figura?

5. CONSTRUINT UN TRAPEZI

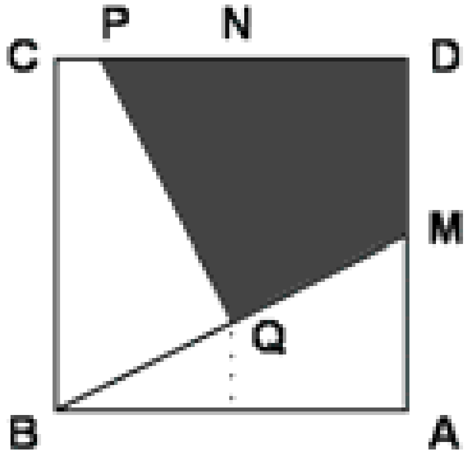
Amb triangles isòsceles formem el següent trapezi. Si l'angle desigual del triangle isòsceles mesura 40°, quant mesura cadascun dels angles del trapezi?



6. UNA TAULA DIFERENT PER A UN RACÓ

Un fuster disposa d'un tauler de 2 × 2 metres. Vol construir una taula que tinga la forma determinada pel quadrilàter de vèrtexs $PDMQ$ de la figura.

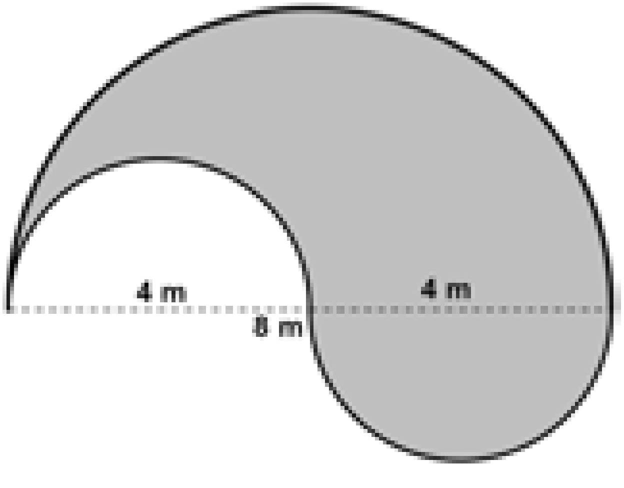
Calcula el perímetre de la taula, sabent que $\overline{PQ}$ és perpendicular a $\overline{BM}$, M és el punt mitjà del costat $\overline{AD}$, N el punt mitjà del costat $\overline{CD}$ i Q el punt mitjà de $\overline{BM}$.



7. EL JARDÍ

Robert vol plantar un jardí especial per als seus iaios, però només disposa de 1.200 €. Les flors que vol plantar costen 0,05 € cadascuna i ocupen una superfície de 10 cm².

Si el jardí que vol plantar té la forma i les dimensions que mostra el dibuix, tindrà prou diners Robert?



8. CLASSIFICACIÓ FUTBOLÍSTICA

En una lliga de futbol amb cinc equips, la classificació en la primera volta (cada equip ha jugat un partit contra els altres) ha sigut la següent:

	Punts	PG	PE	PP
A		3	1	0
B	8			
C	5			
D	4		1	
E				

PG significa partits guanyats, PE partits empatats i PP partits perduts.

Per cada partit, suma tres punts el guanyador, 1 punt si empaten i zero punts el que perd.

Completa totes les caselles de la classificació i a continuació indica quins han sigut els resultats entre els equips (indicar només si han empatat o qui ha guanyat).

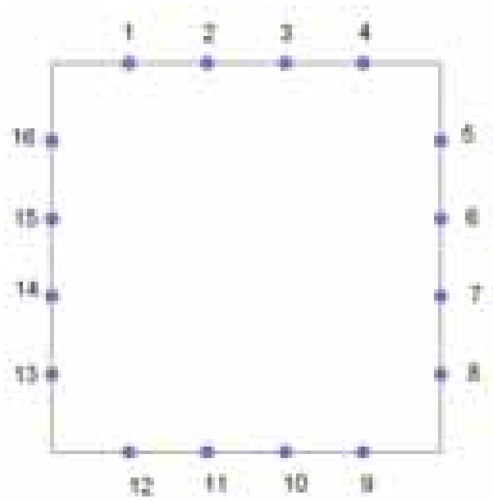
9. LA PLAÇA QUADRADA

En un poble, quatre amics viuen en un plaça de forma quadrada. En cada costat de la plaça hi ha quatre cases, deixant cada costat dividit en cinc trossos iguals. Les cases van numerades en ordre creixent començant per l'1 i acabant en la porta 16.

Els amics són Albert, Borja, Carles i Diana i viuen a les cases 2, 5, 11 i 14, respectivament.

Es volen reunir en una de les quatre cases i per a elegir en quina ho faran han decidit triar la casa que estiga més propera de les altres tres.

En quina casa es reuniran els quatre amics?

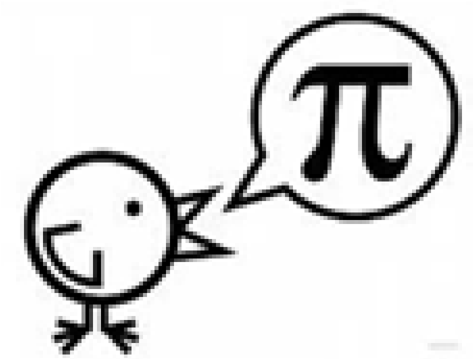


10. NOMBRES A-π-OLATS

El símbol $[n]$ assigna la part entera del nombre n. Per exemple:

$$[3{,}45] = 3$$

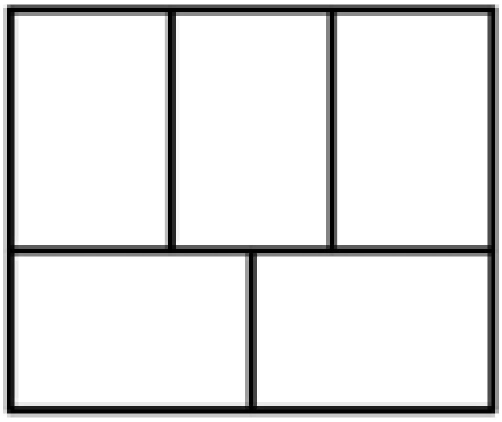
Podries aconseguir els nombres de l'1 al 10 utilitzant, únicament, el nombre π (el menor nombre de vegades, i com a màxim tres vegades) i les operacions $+, -, \times, :, \sqrt{\ }, [\ ]$ i els parèntesis?



11. RECTANGLES

Un rectangle de 176 cm de perímetre es pot dividir en cinc rectangles de igual perímetre i igual àrea com es veu al dibuix.

Quin és el perímetre del rectangle més menut?



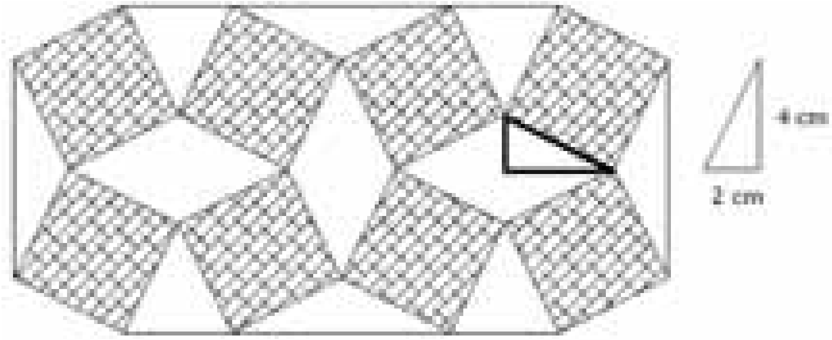
12. LA COMARCA SUPERPOBLADA

El nombre d'habitants a una comarca de València és un nombre de sis xifres que és quadrat perfecte i cub perfecte. Ara bé, si se'n van 6 habitants de la comarca, el nombre d'habitants que queda és un nombre primer.

Quants habitants hi ha a la comarca?

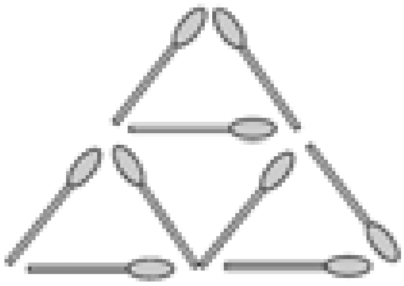
13. EL PREU DEL MOSAIC

Volem decorar una paret amb rajoles com la de la figura. El preu d'una rajola ve donat per l'àrea de la zona ombrejada. Sabent que un centímetre quadrat de la zona ombrejada val 0,01 €, quant costa cada rajola? I quant pagarem per a completar la paret, si necessitem 100 rajoles com la de la figura?



14. ELS LLUMINS TRIANGULABLES

Es col·loquen sobre la taula 9 llumins formant 4 triangles equilàters tal com es mostra a la figura. Podem construir 4 triangles equilàters de la mateix forma que els anteriors, però utilitzant sols 6 llumins? Com?



15. PARTIDA DE CARTES

Pau i Aitana es troben jugant una partida de cartes. La persona que perd la primera partida li dóna 1 € a l'altra, en la segona partida l'import és de 2 €, en la tercera de 4 € i cada vegada que es perd una partida es paga el doble de la partida anterior.

Pau va començar amb 21 € i va perdre tots els diners en 5 partides. Quin resultat va obtindre en cada una de les partides?

16. LA CLAVEGUERA

Una claveguera rectangular deixa eixir l'aigua a 1,38 l/s gràcies a 23 forats circulars idèntics. Per millorar l'eixida de l'aigua, un operari de l'ajuntament fa 16 nous forats de diàmetre la meitat del que tenien els forats originals.

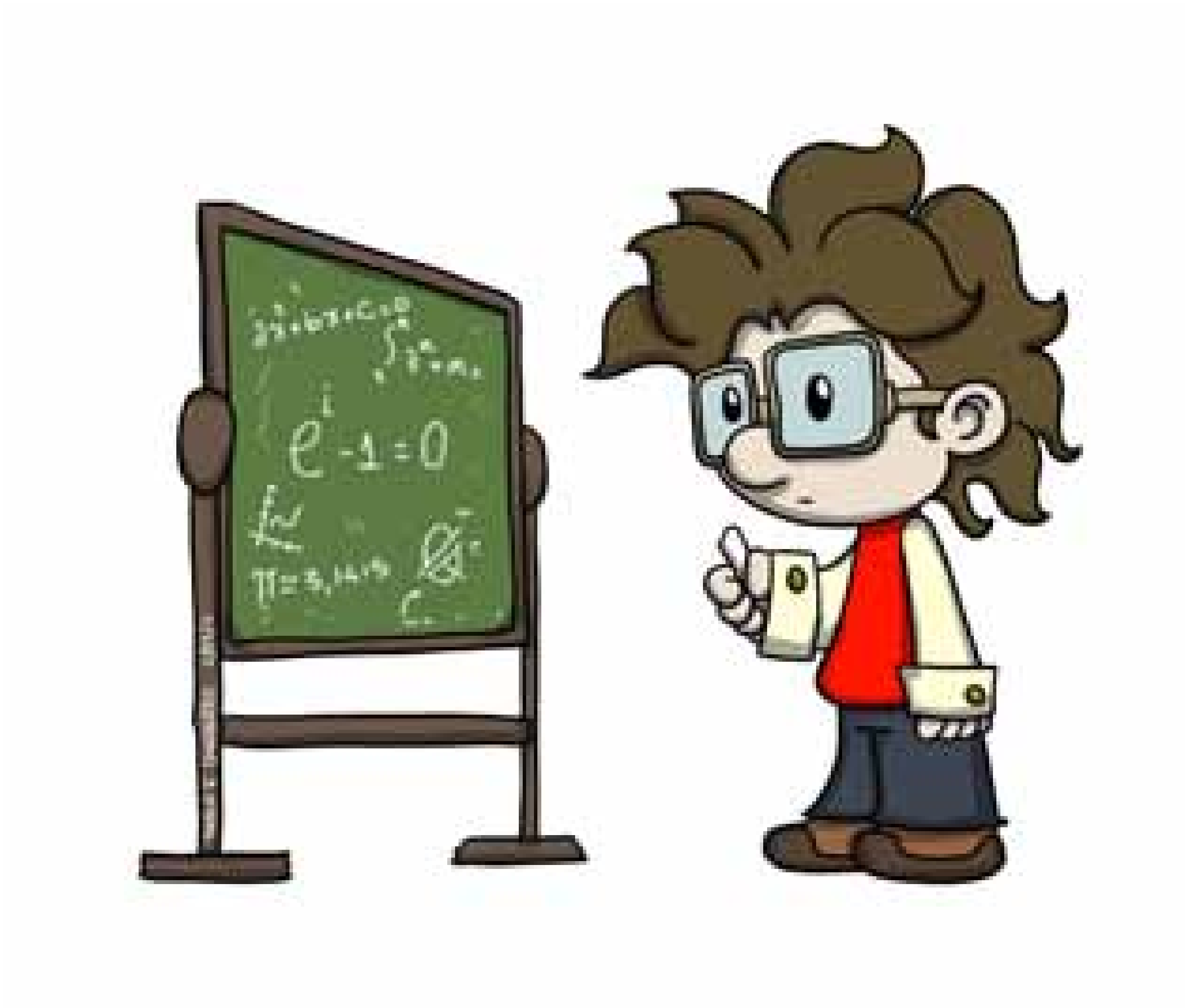
Quina quantitat d'aigua per segon deixarà passar la claveguera després de fer els forats?

17. LA MARE I ELS FILLS

Mariola és una mare que té fills cada 15 mesos. Dels nou fills que té, l'edat del major és sis vegades la del més jove.

Podries dir quina és l'edat del més menut?

ENUNCIATS

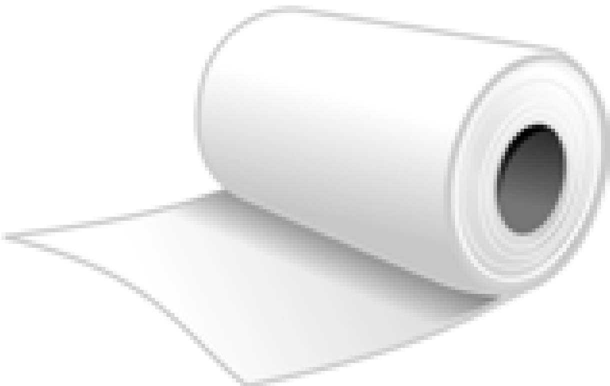


PROBLEMES DE NIVELL B

PROBLEMES DE NIVELL B
(SEGON CICLE DE SECUNDÀRIA)

1. PAPER HIGIÈNIC

Un rotllo de paper higiènic és una espiral al voltant d'un tub de cartró. Volem obtenir la seua longitud però la longitud d'una espiral és difícil de calcular així que ho farem imaginant que són circumferències concèntriques.



Sabem que el tub té 2 cm de radi i tot el rotllo 6 cm, i que el paper dóna 161 voltes al voltant del tub.

Quina és la longitud del rotllo de paper higiènic?

2. PRODUCTE DE TRES NOMBRES

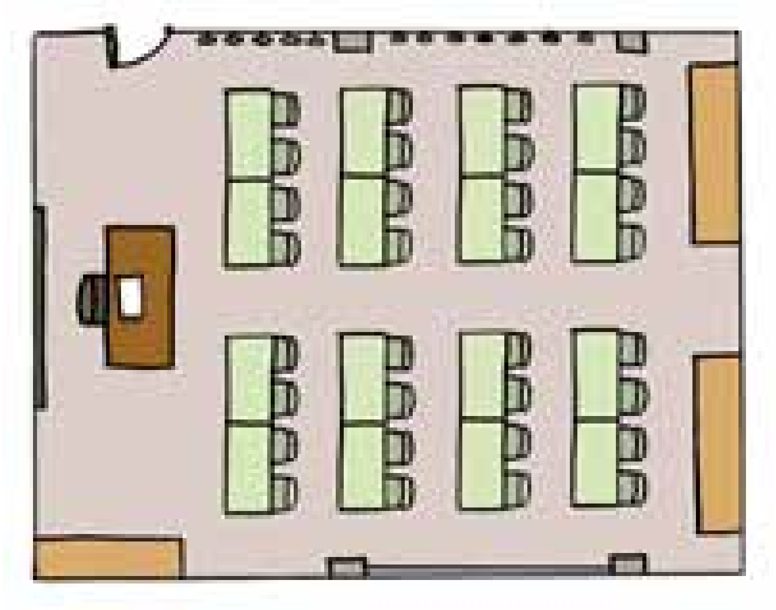
Tres nombres primers positius, $a > b > c$ compleixen

$$a + b + c = 49$$
$$a - b - c = 13$$

Quant val $a \cdot b \cdot c$?

3. EXAMEN DE MATEMÀTIQUES

Un professor de matemàtiques vol fer un examen, però solament pot col·locar les taules en fila. I no vol que ningú s'assega a fer l'examen al costat d'un altre, és a dir, que ha d'haver almenys una taula de separació entre un alumne i un altre.



I es pregunta: quin és el nombre mínim d'alumnes necessari, per tal que quan arribe un altre alumne no puga seure sense estar al costat d'un altre, si tenim 2.016 taules?

I si tenim *n* taules?

Exemple de com podrien estar asseguts:

1	2		3	

Els alumnes 1 i 2 estan mal asseguts, mentre que el 3 està bé.

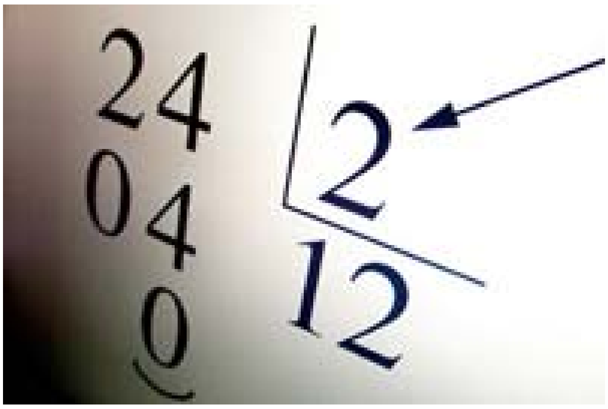
4. UNA CURIOSA CALCULADORA

Disposem d'una calculadora molt curiosa que sols té els nombres 111 i 27, i on sols pots fer les operacions de sumar i restar, tantes vegades com vulgues. El problema consisteix a obtindre com a resultat el nombre més proper a 35 que es puga i dir com s'ha obtingut. Raona el que faces tant com pugues.

5. COMPTANT DIVISORS

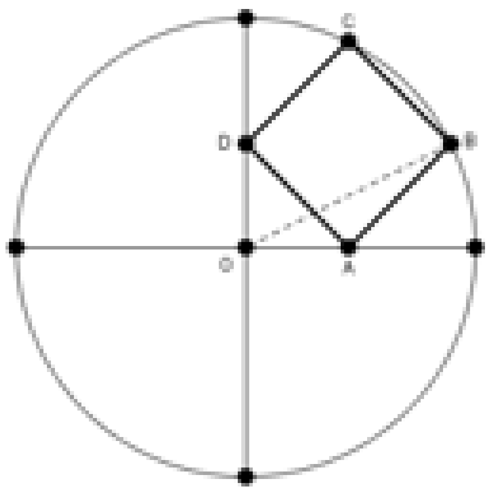
Sabem que el nombre 6 té quatre divisors: 1, 2, 3 i 6.

Troba dos nombres, un parell i l'altre senar, de forma que cadascun d'ells tinga exactament 2.016 divisors.



6. MESURANT UN ANGLE

En la figura següent, el quadrat $ABCD$ té els vèrtexs C i B sobre una circumferència, i els vèrtexs D i A sobre dos eixos perpendiculars (és a dir, com mostra la figura), de forma que els segments $\overline{OA}$ i $\overline{OD}$ tenen la mateixa mesura.



Quina és la relació entre les longituds del costat del quadrat i el radi del cercle?

7. L'ORGANITZADOR DE PERIÒDICS

Pere està organitzant periòdics ficant-los en caixes. Si els posa de 2 en 2, de 3 en 3, de 4 en 4, de 5 en 5, de 6 en 6, de 7 en 7, de 8 en 8, de 9 en 9, o de 10 en 10, sempre li sobra 1 periòdic. Finalment, posant-los d'11 en 11, no li'n sobra cap.

Quants periòdics n'ha d'organitzar Pere si sabem que és el menor nombre de periòdics amb el qual pot ocórrer eixa situació?

8. JUGANT AMB TAULES

Mentre Abel i Borja estaven jugant, el segon ha escrit les següents col·leccions de nombres:

1	2	3
4	5	6
7	8	9

1	0	1
0	-1	0
0	-1	0

Només acabar, li ha donat a Abel les següents instruccions: Els únics moviments permesos són sumar o restar 1 tantes voltes com es vulga a qualsevol fila o columna. Cal passar d'una taula a l'altra.

Després d'una bona estona, Borja ha escrit altres dues taules:

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	0

Quan s'ha acabat la vesprada, Abel encara no havia aconseguit resoldre cap dels dos jocs.

Creus que és possible completar els jocs?

- En cas que sí, dóna les instruccions necessàries per a passar de una taula a l'altra.
- En cas que no, raona per què no és possible.

9. EL MÉS RIC DEL MÓN

A un país de l'altre costat del món, els seus habitants tenen un costum d'allò més estrany: quan van a pagar en qualsevol botiga, sols poden pagar si porten l'import exacte.

Joan és molt ric, però té un problema: té totes les monedes que necessite, però únicament té monedes amb un valor de 5 i de 7.

Quan Joan volia comprar un joc de taula nou, s'ha trobat que no podia pagar-lo.

Després de pensar-ho molt, Joan s'ha adonat que hi ha un determinat valor v tal que si el joc de taula val v o més, aleshores Joan sempre podrà comprar-lo.

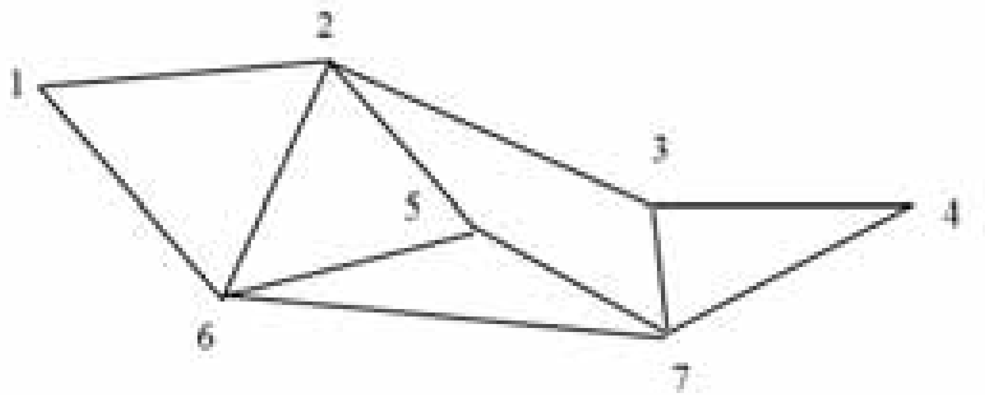
a. Quin és eixe valor, i per què?
b. Sabent açò, quin és el màxim cost que tenia el joc de taula que Joan no ha pogut comprar?

10. EL CAMÍ MENYS CURT

Pere es troba en el punt 1 de la imatge, i vol anar al punt 4. Clarament, el camí més curt passa per 2 i 3, però Pere arriba massa prompte, i ha decidit pegar una volta per a fer temps.

Si Pere tarda 1 minut en recórrer cada línia, quants camins hi haurà en els que tarde exactament 5 minuts?

No importa si Pere repeteix alguns camins.



11. VARIABLES ENREVESSADES

Els nombres reals x, y i z compleixen les relacions:

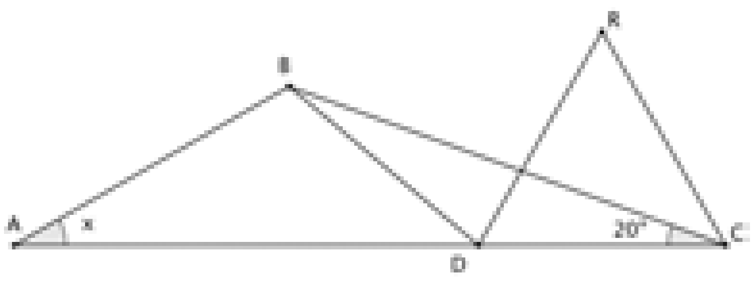
$$x + y + z = 20 \quad \text{i} \quad \frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=15$$

Determina el valor exacte d'aquesta suma.

$$\frac{z}{x}+\frac{x}{y}+\frac{y}{z}+\frac{y}{x}+\frac{z}{y}+\frac{x}{z}$$

12. QÜESTIÓ DE TRIANGLES

A la figura, $\overline{AD}=\overline{BC}$, $\overline{BD}=\overline{CD}$ i el triangle CDR és equilàter. Troba x.



13. JUGANT AMB EQUACIONS

Tenim dos nombres qualssevol x i y, de forma que verifiquen l'equació:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=1$$

Aleshores, quin serà el valor de:

$$\frac{x}{y}+\frac{y}{x}-x\cdot y$$

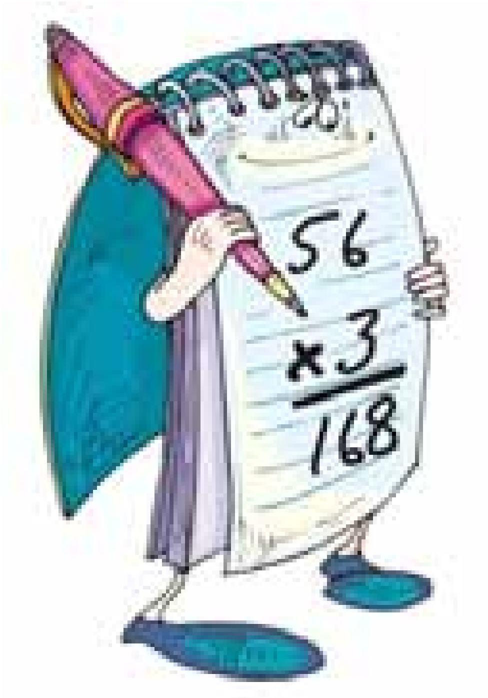
on $x\cdot y$ és simplement multiplicar x per y?

14. JOC DE CARTES

Estem jugant a un joc de cartes. Cada carta té en cada una de les seues cares un nombre parell entre 238 i 362, de forma que estan totes les cartes possibles amb eixa condició, i no n'hi ha dues iguals.

Quantes cartes hi ha en total?

SOLUCIONS



PROBLEMES DE NIVELL C

PROBLEMES DE NIVELL C
(TERCER CICLE DE PRIMÀRIA)

1. TRES NUMERETS

Solució: Els numerets són 53, 20 i 14, i la suma és 87.

Siguen A, B i C els tres nombres, amb $A > B > C$ i tals que compleixen que $A - B = 33$.

A més, les xifres d'un d'ells són diferents a les xifres dels altres dos. Els candidats són:

10	12	13	14	15
20	21	23	24	25
30	31	32	34	35
40	41	42	43	45
50	51	52	53	54

$\boldsymbol{A - 33 = B}$. Aleshores la xifra de les desenes de A és igual a la xifra de les desenes de B més tres, i passa el mateix amb les xifres de les unitats de les dos nombres: $d_A = d_B + 3$; $u_A = u_B + 3$.

Possibilitats:

1. Si $d_A = 5$:

$$\begin{array}{r} 54 \\ -\ 33 \\ \hline 21 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 53 \\ -\ 33 \\ \hline 20 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 52 \\ -\ 33 \\ \hline 19 \end{array} \quad \text{No vàlid}$$

Si $A = 54$, $B = 21$, queden les xifres 0 i 3 per a formar C. Tindrem $C = 30$, però $30 > 21 = B$. Aleshores no és possible.

Si $A = 53$ i $B = 20$, C estarà format per les xifres 1 i 4: $C = 14$ ó $C = 41$; però $C = 41 > B = 20$, i només és possible $C = 14$.

2. Si $d_A = 4$:

$$\begin{array}{r} 45 \\ -\ 33 \\ \hline 12 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 43 \\ -\ 33 \\ \hline 10 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 42 \\ -\ 33 \\ \hline 9 \end{array} \quad \text{No vàlid}$$

Si A = 45, B = 12, queden les xifres 0 i 3 per a formar C. Tindrem $C = 30$, però $30 > 12 = B$. Aleshores no és possible.

Si A = 43 i B =10, queden per formar C les xifres 2 i 5: C = 52 o C = 52. En ambdós casos trobem $C > B$ i no es compleixen les condicions de l'enunciat.

3. Si $d_A = 3$:

$$\begin{array}{r} 35 \\ -\ 33 \\ \hline 02 \end{array}$$

No vàlid, ja que no és un nombre de dues xifres.

Per tant, la suma $A + B + C = 53 + 20 + 14 = 87$.

DIFICULTAT: 40

2. ACTIVITATS EXTRAESCOLARS

Solució: Carla juga al tenis, Blanca va a bàsquet i Sara toca el violí.

Les tres amigues tenen edats diferents i Blanca és la cosina menuda de Sara; aleshores Sara és la major de les tres, per ser majors les cosines, Blanca és la mitjana i Carla la menuda.

Sara toca el violí per ser la major i com que Blanca no juga al tenis, ha de ser qui juga al bàsquet. En conseqüència, Carla juga al tenis.

DIFICULTAT: 20

3. BLANCANEUS I ELS ERIÇONS

Solució: Has de pagar-li 3 €.

2 xocolates + 1 eriçó = 4 €

3 xocolates + 2 eriçons = 7 €

Es pot resoldre per tempteig o bé restant les equacions.

DIFICULTAT: 20

4. TRAFALGAR

Solució: Al principi hi havia 21 naus.

Si els 2 terços de les naus es van enfonsar, van quedar solament un terç, que són 7 naus, aleshores el 3 terços del total seran 21 naus.

DIFICULTAT:10

5. SUMEN 99

Solució:

- ***La primera solució és*** $\mathbf{9+8+7+6+5+43+21=99}$***.***
- ***La segona solució és*** $\mathbf{9+8+7+65+4+3+2+1=99}$***.***

DIFICULTAT: 30

6. JUGUEM A LES BOLETES

Solució: Tens 6 bales més que jo.

Si jo te'n done 2 i tu me'n dónes 5, jo en tindré 3 menys que al començament i tu en tindràs 3 més. La diferència serà 6. Per exemple, suposem que els dos tenim 10 boletes. Si tu me'n dónes 2, jo en tinc 12 i tu 8; si jo te'n done 5, ara en tinc 7 i tu 13. Aleshores tens 6 boletes més que jo.

DIFICULTAT: 20

7. UN EXAMEN TIPUS TEST

Solució: Va contestar 13 preguntes.

Si anomenem C al nombre de respostes correctes i I al nombre de respostes incorrectes, tenim que: $C+I \le 20$, i que $8C-5I=13$. Però com que C i I han de ser naturals, de l'expressió anterior deduïm que $8C-13$ ha de ser múltiple de 5.

Fem una taula dels possibles valors de C de manera que es complisca eixa condició, i obtenim els valors de I corresponents:

C	$\mathbf{8C-13}$	**I**
1	$8\cdot 1-13=-5$	-1

6	$8 \cdot 6 - 13 = 35$	7
11	$8 \cdot 11 - 13 = 75$	15

El primer parell $(C, I) = (1, -1)$ es descarta perquè no té sentit que I siga negatiu. El parell $(C, I) = (11{,}15)$ i següents, es descarten perquè incompleixen que $C + I < 20$. Per tant, només ens queda l'opció que $C = 6$ i $I = 7$.

En total ha contestat a $6 + 7 = 13$ preguntes.

DIFICULTAT: 30

8. L'ESTRELA

Solució: La veu igual.

DIFICULTAT: 30

9. LA DATA MÍNIMA

Solució: El dia 24 d'abril.

El dia és el 24 d'abril, ja que abril té 30 dies i la data mínima correspon a la possibilitat que l'últim dia del mes siga divendres.

DIFICULTAT: 10

10. QUADRILÀTERS

Solució: 10 quadrilàters.

DIFICULTAT: 20

11. RETALLANT.

Solució: La figura té una àrea de 22,5 cm² .

Perquè es formen dos quadrats iguals a l'inicial i un quadrat menut.

DIFICULTAT: 20

12. EL SEMÀFOR

Solució: El semàfor està en roig: no podrem passar.

Sumant els temps, $35 + 4 + 32 = 71$, sabem que cada volta tarda 71 segons a tornar a estar en verd.

Sabem que des de les 12.00 h fins a les 22.35 de la nit han passat 10 hores i 35 minuts. Ho passem a segons:

10 hores × 3.600 segons = 36.000 segons

35 minuts × 60 segons = 2.100 segons

En total 36.000 + 2.100 = 38.100 segons

Ara cal esbrinar quantes vegades canvia el semàfor en eixe temps:

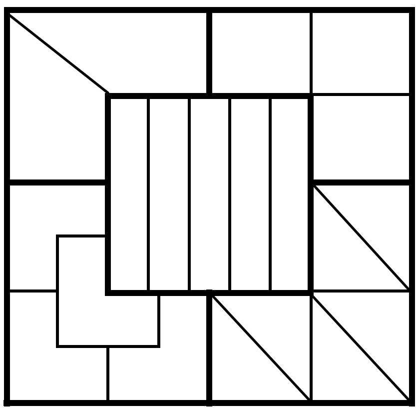
38.100 : 71 = 536 amb un residu de 44 segons.

Aleshores com que ens trobem amb un residu de 44 segons, podem afirmar que el semàfor està en roig i no es podrà passar.

DIFICULTAT: 40

13. EN PARTS IGUALS

Solució:



DIFICULTAT: 30

14. ELS CARAMELS

Solució: 37 caramels de menta i 74 de maduixa.

Per cada caramel de menta que tinc hi ha 2 de maduixa, de manera que tinc grups de 3 caramels. Dividim 111 per 3 i així esbrinarem quants grups de tres hi ha i sabrem quants caramels de menta en tinc.

111 : 3 = 37. Aleshores hi ha 37 caramels de menta i el doble de caramels de maduixa, és a dir 37 × 2 = 74 de maduixa.

DIFICULTAT: 20

15. MONEDES

Solució: Aquesta és una possible solució:

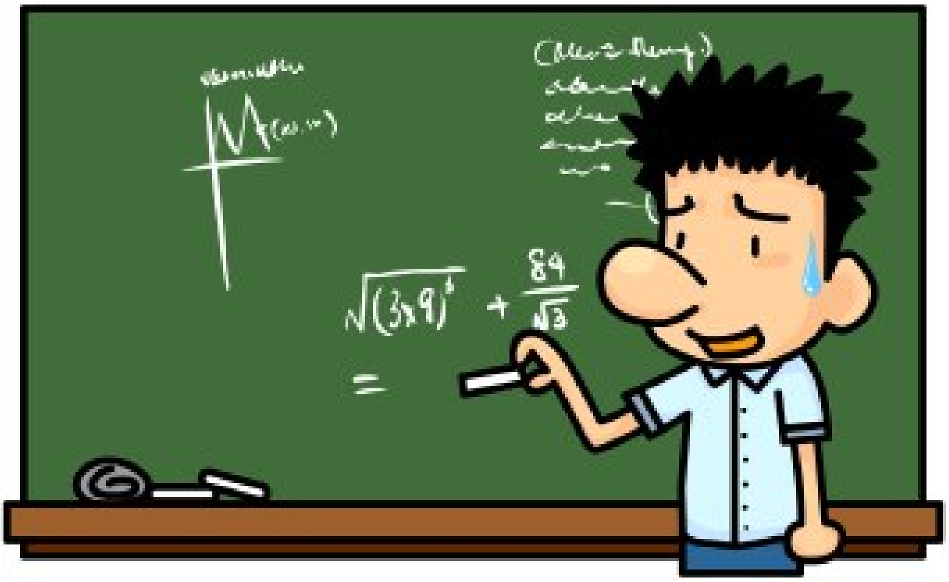
●	●	
●		●
	●	●

●		●	
●		●	
	●		●
	●		●

●			●		
●			●		
	●			●	
	●			●	
		●			●
		●			●

DIFICULTAT: 40

SOLUCIONS



PROBLEMES DE NIVELL A

PROBLEMES DE NIVELL A
(PRIMER CICLE DE SECUNDÀRIA)

1. LA CONTRASENYA

Solució: La contrasenya és 142857.

La contrasenya és un nombre de 6 xifres que comença per 1, és a dir $100.000+n$, on n és un nombre de 5 xifres.

Si portem l'1 a l'última xifra tenim $10n+1$ que és el triple del nombre inicial.

$$(100.000+n)\cdot 3 \;=\; 10\cdot n\;+1$$

Equació que dóna com a resultat: 42.857.

Per tant la contrasenya és 142.857.

DIFICULTAT: 10

2. LA PIRÀMIDE

Solució:

							321							
						154		167						
					82		72		95					
				50		32		40		55				
			34		16		16		24		31			
		24		10		6		10		14		17		
	16		8		2		4		6		8		9	
8		8		0		2		2		4		4		5

Comencem calculant el 40 de la casella de la quarta fila. A partir del 32 i el 55 dels seus costats i tenint en compte que les seues caselles superiors han de sumar 167:

$$32+a+55+a=167$$

D'ací obtenim $a=40$.

Per a obtindre el 10 de l'altra casella ombrejada fem el mateix, a partir de les dels costats, 6 i 14. Com que la suma de les dues superiors al 10 sumen 40 (obtingut anteriorment), si procedim del mateix mode:

$$6 + b + 14 + b = 40 \rightarrow b = 10$$

La resta de caselles es poden obtindre successivament, perquè ja tenim molts resultats consecutius.

DIFICULTAT: 20

3. EL CAMPAMENT

Solució: 24 equips de 6 xiquets, 18 equips de 8, 12 equips de 12, 9 equips de 16, 16 equips de 9 o 8 equips de 18.

Si descomponem el nombre $144 = 2^4 \cdot 3^2$ i calculem els seus divisors:

1	2	4	8	16
3	6	12	24	48
9	18	36	72	144

D'aquests només ens quedem amb els majors de 5 i menors de 20.

Aleshores podem fer 24 equips de 6 xiquets, 18 equips de 8, 12 equips de 12, 9 equips de 16, 16 equips de 9 o 8 equips de 18.

DIFICULTAT: 10

4. UN RECTANGLE DE RAJOLES

Solució: 1.080 cm².

Si observem la figura veiem que 3 vegades la base del rectangle coincideix amb 5 vegades l'altura del rectangle.

$$3 \cdot BASE = 5 \cdot ALTURA$$

A més a més com el perímetre del rectangle és 48 cm, la suma entre la base i l'altura és igual a 24 cm.

$$BASE + ALTURA = 24 \text{ cm.}$$

Per tant:

$$3 \cdot BASE + 3 \cdot ALTURA = 3 \cdot 24 = 72 \text{ cm.}$$

Es dedueix: $5 \cdot ALTURA + 3 \cdot ALTURA = 72 \text{ cm}$

$$8 \cdot ALTURA = 72 \text{ cm} \rightarrow ALTURA = 72/8 = 9 \text{ cm}$$

La $BASE = 24 - 9 = 15$ cm.

La superfície d'una rajola és: $BASE \cdot ALTURA = 15 \cdot 9 = 135 \text{ cm}^2$

La superfície total és $8 \cdot 135 = 1.080 \text{ cm}^2$.

DIFICULTAT: 20

5. CONSTRUINT UN TRAPEZI

Solució: 70° i 110°.

Els angles iguals d'un dels triangles isòsceles mesuren:

$$(180° - 40°)/2 = 70°$$

Els angles $\hat{B}$ i $\hat{C}$ del trapezi mesuren:

$$\widehat{\mathrm{B}} = \widehat{\mathrm{C}} = 70° + 40° = 110°$$

Els angles $\hat{A}$ i $\widehat{D}$ del trapezi mesuren:

$$\widehat{\mathrm{A}} = \widehat{\mathrm{D}} = 70°$$

DIFICULTAT: 10

6. UNA TAULA DIFERENT PER A UN RACÓ

Solució: 5,55 m.

Els triangles BAM i QNP són semblants al disposar de dos angles iguals.

En el triangle BAM, tenim que $\overline{BA} = 2$ m , $\overline{AM} = 1$ m. Per tant:

$$\overline{BM}^2 = \overline{BA}^2 + \overline{AM}^2 \rightarrow \overline{BM}^2 = 2^2 + 1^2 \rightarrow \overline{BM}^2 = 5 \rightarrow \overline{BM} = \sqrt{5} \text{ m}$$

En el triangle QNP tenim que:

$$\overline{QN} = 1 + 0{,}5 = 1{,}5 \text{ m}$$

per ser Q el punt mitjà del segment $\overline{BM}$.

En ser els dos triangles semblants, tenim la següent relació:

$$\left.\frac{\overline{\mathrm{PQ}}}{\overline{\mathrm{BM}}} = \frac{\overline{\mathrm{QN}}}{\overline{\mathrm{BA}}}\right\} \left.\frac{\overline{\mathrm{PQ}}}{\sqrt{5}} = \frac{1{,}5}{2}\right\} \overline{\mathrm{PQ}} = \frac{1{,}5\sqrt{5}}{2} = 0{,}75\sqrt{5} \text{ m}$$

Per calcular $\overline{PN}$, tenim la següent relació:

$$\left.\frac{\overline{PN}}{\overline{AM}} = \frac{\overline{QN}}{\overline{AB}}\right\} \left.\frac{\overline{PN}}{1} = \frac{1{,}5}{2}\right\} \quad \overline{PN} = \frac{1{,}5 \cdot 1}{2} = \frac{1{,}5}{2} = 0{,}75 \text{ m}$$

El perímetre és la suma de les longituds dels costats:

$$\overline{PC} = \overline{PN} + \overline{NC} = 0{,}75 + 1 = 1{,}75 \text{ m } \rightarrow \overline{CM} = 1 \text{ m} \rightarrow \overline{QM} = 0{,}5 \cdot \sqrt{5} \text{ m}$$

$$\overline{PQ} = 0{,}75 \cdot \sqrt{5} \text{ m}$$

Perímetre:

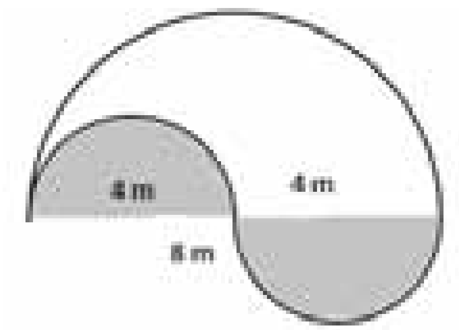
$$P = PC + CM + QM + PQ = 1{,}75 + 1 + 0{,}5 \cdot \sqrt{5} + 0{,}75 \cdot \sqrt{5} =$$
$$= 2{,}75 + 1{,}25\sqrt{5} \cong 5{,}55 \text{ m}$$

DIFICULTAT: 50

7. EL JARDÍ

Solució: No, necessitarà 1.256,64, € aproximadament.

Calculem l'àrea de la figura, que es pot resumir en una semicircumferència de radi 4 m tal com ens mostra la figura següent:



$$\text{Semicircumferència } = \frac{\pi \, . \, \text{radi}^2}{2} = \pi \cdot \frac{16}{2} \cong 25{,}132736 \text{ m}^2$$

Com que ens diuen en cm^2 la superfície que abasta una flor, hem de fer un canvi d'unitats:

$$25{,}132736 \text{ m}^2 = 251.327{,}36 \text{ cm}^2$$

Dividim per 10, ja que són 10 cm^2 el que ocupa cada flor:

$251327{,}36 : 10 = 25.132{,}736$ i obtenim el nombre de plantes que necessitarem per cobrir tota la superfície del jardí.

Com cadascuna d'elles costa 0,05 €, el preu final serà:

$$25.132{,}736 \cdot 0{,}05 = 1.256{,}64 \text{ €}$$

DIFICULTAT: 10

8. CLASSIFICACIÓ FUTBOLÍSTICA

Solució:

	Punts	PG	PE	PP
A	**10**	3	1	0
B	8	**2**	**2**	**0**
C	5	**1**	**2**	**1**
D	4	**1**	1	**2**
E	**0**	**0**	**0**	**4**

Per completar la graella, A obté 10 punts per haver guanyat 3 partits i només un empat ($3 \cdot 3 + 1 \cdot 1$).

Com que B ha obtingut 8 punts, l'única manera possible és haver guanyat 2 partits i empatat els mateixos.

C té 5 punts i per a això ha hagut de guanyar un partit, empatar-ne dos i perdre'n un altre, ja que és l'única forma de sumar 5 punts.

4 punts es poden obtenir guanyant un partit, empatant-ne un altre i la resta perdre'ls; o empatant-ne els quatre, però com que ja sabem que n'ha empatat un, l'opció correcta és la primera.

Per completar E, sabem que el nombre de victòries ha de ser igual al nombre de derrotes. Com que entre els quatre primers classificats han obtingut 7 victòries, ha d'haver també set derrotes. Fins ara portem tres derrotes, per tant, l'equip E ha perdut tots els partits i obté zero punts.

Ara hem de saber qui ha guanyat en cada un dels partits. Sabem que E ha perdut tots els partits, per tant els partits A-E, B-E, C-E i D-E han sigut derrotes per a l'equip E.

Ens fixem que B i C han empatat dues voltes i A i D només una, per tant el partit B-C ha acabat en empat.

Com que A i D han empatat una vegada, i a B i C encara els queda un empat (i no pot ser entre ells), el partit A-D ha acabat en victòria per a A.

Arribats a aquest punt, a A li queda una victòria i un empat, a B el mateix, a C un empat i una derrota i a D el mateix que a C. Els partits que ens queden són A-B, A-C, B-D i C-D. Com que a tots els queda un empat, tenim dos opcions:

1. A-C i B-D empaten
2. A-B i C-D empaten

Si es compleix 1, aleshores el partit A-B acabaria en empat, però ja no poden empatar més perquè ja han empatat tots els partits que podien.

Per tant, A-B i C-D empaten i ens queda una victòria per a A i per a B i una derrota per a C i D, i ens queden els partits A-C i B-D, per tant aquestss dos partits són guanyats per A i per B.

Per tant, els partits queden (en negreta el guanyador):

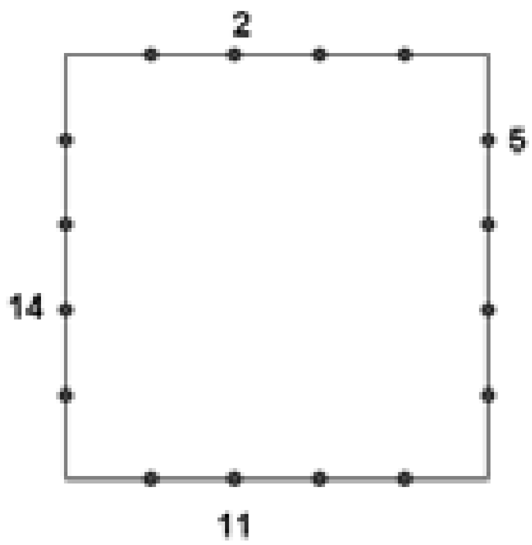
A-B, **A**-C, **A**-D, **A**-E, B-C, **B**-D, **B**-E, C-D, **C**-E, **D**-E

DIFICULTAT: 30

9. LA PLAÇA QUADRADA

Solució: Es reuneixen a la casa d'Albert.

Per la informació que tenim del problema, la plaça és de la següent manera, i les cases d'Albert, Borja, Carles i Diana són les que estan marcades.



El que hem de fer és calcular la distància de cada una de les cases a les altres tres, i a continuació sumar les distàncies a cada una de les cases. Per a això aplicarem el teorema de Pitàgores.

$$d_{2,5} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$$

$$d_{2,11} = 5$$

$$d_{2,14} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$$
$$d_{5,11} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$
$$d_{5,14} = \sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{29}$$

$$d_{11,14} = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8}$$

Per tant, per anar a casa d'Albert (casa 2) la resta d'amics estan a una distància de $\sqrt{10} + 5 + \sqrt{13} \approx 11{,}77$; per anar a la casa de Borja (casa 5) hi ha una distància de $\sqrt{10} + 5 + \sqrt{29} \approx 13{,}55$; per anar a la casa de Carles (casa 11) hi ha una distància de $5 + 5 + \sqrt{8} \approx 12'83$; i per anar a casa de Diana (casa 14) hi ha una distància de $\sqrt{13} + \sqrt{29} + \sqrt{8} \approx 11{,}82$. Per tant, la casa més propera a les altres tres és la d'Albert i és on es reuniran els amics.

DIFICULTAT: 30

10. NOMBRES A-π-OLATS

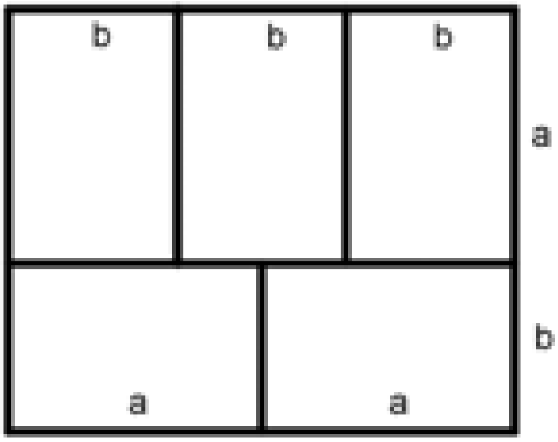
Solució: Els nombres es poden formar de la següent manera:

$$1 = [\sqrt{\pi}]$$
$$2 = [\sqrt{\pi}] + [\sqrt{\pi}]$$
$$3 = [\pi]$$
$$4 = [\pi + \sqrt{\pi}]$$
$$5 = [\pi\sqrt{\pi}]$$
$$6 = [\pi + \pi]$$
$$7 = [\pi + \pi] + [\sqrt{\pi}]$$
$$8 = [(\pi\ x\ \pi) - \sqrt{\pi}]$$
$$9 = [\pi\ x\ \pi]$$
$$10 = [\pi\ x\ \pi] + [\sqrt{\pi}]$$

DIFICULTAT: 20

11. RECTANGLES

Solució: El perímetre és 80 cm.



Si plantegem el sistema d'equacions amb les condicions del problema:

$$\begin{cases} 2a = 3b \\ 4a + 5b = 176 \\ 2a \cdot (a + b) = 5ab \end{cases}$$

L'última equació, resultat de comparar les àrees, equival a la primera. La solució del sistema és $a = 24$, $b = 16$. El perímetre del rectangle petit serà, per tant, 80 cm.

Per a plantejar el problema en el primer cicle podem esperar obtindre el resultat provant amb els possibles valors enters que poden tindre a i b en la condició: $2a = 3b$.

D'aquesta manera, ***a*** ha de ser múltiple de 3:

a	***b***	***Perímetre gran***	***Perímetre menut***
3	2	22	
6	4	44	
9	6	66	
12	8	88	
15	10	110	
18	12	132	
21	14	154	
24	16	$\boxed{176}$	80

DIFICULTAT: 20

12. LA COMARCA SUPERPOBLADA

Solució: 117.649 habitants.

El nombre que busquem té 6 xifres, per tant és un nombre de l'interval $100.000 \leq x \leq 999.999$. A més, sabem que x és quadrat i cub perfecte, per tant, podem continuar fitant de la següent manera:

$$\sqrt{100.000} \leq \sqrt{x} \leq \sqrt{999.999} \rightarrow 316{,}22 \leq \sqrt{x} \leq 999{,}99 \rightarrow 317 \leq \sqrt{x} \leq 999$$

$$\sqrt[3]{100.000} \leq \sqrt[3]{x} \leq \sqrt[3]{999.999} \rightarrow 46{,}41 \leq \sqrt[3]{x} \leq 99{,}99 \rightarrow 47 \leq \sqrt[3]{x} \leq 99$$

Per tant, l'arrel cúbica del nombre que busquem està entre 47 i 99. Aleshores, busquem nombres tals que, al fer el seu cub, la seua arrel quadrada siga exacta. Fent aquest procés per als nombre de 47 a 99, només hi ha tres nombres que compleixen aquests dos criteris, els quals són:

Nombre	**Arrel quadrada**	**Arrel cúbica**
117.649	343	49
262.144	512	64
531.441	729	81

Finalment, cal restar 6 i buscar quin nombre és primer, per tant:

117.649 – 6 = 117.643, que és primer.

262.144 – 6 = 262.138. És parell i per tant no és primer.

531.441 – 6 = 531.435 acaba en 5. Per tant és múltiple 5 i no és primer.

NOTES:

1. Comprovar que 117.643 és un nombre primer no és una qüestió trivial.
2. Un procediment alternatiu per a trobar els tres nombres és considerar que han de ser potències d'exponent 6. Les úniques sisenes potències de sis xifres són 7^3, 8^3 i 9^3.

DIFICULTAT: 50

13. EL PREU DEL MOSAIC

Solució: Una rajola val 1,60 € i el preu total és 160€.

La hipotenusa del triangle negre és igual al costat d'un dels quadrats.

Per tant, pel teorema de Pitàgores: $l = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20}$ cm

Aleshores, l'àrea d'un quadrat és:

$$A = \sqrt{20} \cdot \sqrt{20} = 20 \text{ cm}^2$$

Ara bé, a una rajola hi ha 8 quadrats i, per tant, la zona ombrejada a una rajola és $20 \cdot 8 = 160 \text{ cm}^2$.

Aleshores el preu d'una rajola és:

$$160 \cdot 0{,}01 = 1{,}60 \text{ €}$$

Com necessitem 100 rajoles, el preu total serà:

$$1{,}60 \cdot 100 = 160 \text{ €}$$

DIFICULTAT: 10

14. ELS LLUMINS TRIANGULABLES

Solució: Sí, formant un tetraedre.

DIFICULTAT: 30

15. PARTIDA DE CARTES

Solució: guanya la primera, perd la segona, guanya la tercera i perd la quarta i la cinquena.

La solució ve donada per la seqüència següent:

	1 – G	**2 – P**	**3 – G**	**4 – P**	**5 – P**
21	+1	-2	+4	-8	-16
	22	**20**	**24**	**16**	**0**

Anotació: Per obtindré la solució també és possible fer un arbre de successos.

DIFICULTAT: 20

16. LA CLAVEGUERA

Solució: 1,62 litres per segon.

Cada forat de la claveguera deixa eixir 1,38 / 23 = 0,06 l/s.

Els nous forats tindran la meitat del diàmetre i per tant la meitat del radi inicial. Si calculem l'àrea dels nous forats obtenim:

$$Area = \pi \cdot \left(\frac{r}{2}\right)^2 = \pi \cdot \frac{r^2}{4} = \frac{\pi \cdot r^2}{4}$$

aleshores un forat de la meitat de diàmetre deixarà eixir la quarta part de cabal.

Hem fet 16 nous forats que equivalen a 4 forats iguals als inicials. 23 forats circulars inicials més 4 nous deixaran eixir 27 · 0,06 = 1,62 l/s.

DIFICULTAT: 30

17. LA MARE I ELS FILLS

Solució: el més menut té 2 anys.

Si considerem que cada 15 mesos naix un nou germà, del primer al nové transcorren 15 · 8 mesos = 120 mesos = 10 anys.

Ara bé, si considerem que l'edat del major és sis vegades la del jove ens trobem que:

$$\boxed{} + 10 = 6 \cdot \boxed{}$$

El valor que compleix això és el 2, que és l'edat del més menut.

Anotació: Podem també utilitzar l'àlgebra per arribar a la solució.

Si suposem que el més menut és aquell l'edat del qual volem saber, aleshores eixa edat és "***x".***

El més menut té ***x*** anys, el segon tindrà $x + \frac{15}{12}$ i desprès afegirem $\frac{15}{12}$ per cada germà nascut. Aleshores l'edat del major seria:

$$x + 8 \cdot \frac{15}{12} = x + 10$$

Donat que l'edat del major és sis vegades la del menut, es tindrà la igualtat que dóna origen a l'equació següent:

$$x + 10 = 6x$$

Que dóna com a solució $x = 2$

DIFICULTAT: 20

SOLUCIONS

PROBLEMES DE NIVELL B

PROBLEMES DE NIVELL B
(SEGON CICLE DE SECUNDÀRIA)

1. PAPER HIGIÈNIC

Solució: 40 m aproximadament.

Podem considerar que és una progressió aritmètica de 161 termes en que la diferència és:

$$\frac{6-2}{160}=\frac{4}{160}=\frac{1}{40}$$

Tindrem doncs:

$$l_0 = 2\cdot\pi\cdot 2\,, \qquad l_{160} = 2\cdot\pi\cdot(2+160\cdot\frac{1}{40}) = 2\cdot\pi\cdot 6$$

I la suma serà:

$$S=\frac{(4\pi+12\pi)161}{2}\cong 4.046 \text{ cm} \cong 40 \text{ m}$$

DIFICULTAT: 30

2. PRODUCTE DE TRES NOMBRES

Solució: 2.015 o 2.397.

Traslladant c als segons membres el sistema es converteix en

$$\begin{Bmatrix} a+b+c=49 \\ a-b-c=13 \end{Bmatrix} \longrightarrow \begin{Bmatrix} a+b=49-c \\ a-b=13+c \end{Bmatrix}$$

Sumant i restant les dues equacions tenim $2a = 62\ i\ 2b = 36 - 2c$.

I per tant $a = 31$ i $b = 18 - c$. Com que c ha de ser primer, les úniques possibilitats són $c = 5$ amb $b = 13$ i $c = 7$ amb $b = 11$.

I el producte serà 31 · 13 · 5, és a dir 2.015, o 31 · 11 · 7, és a dir 2.397.

DIFICULTAT: 10

3. EXAMEN DE MATEMÀTIQUES

Solució: El nombre mínim d'alumnes per a 2.016 taules és 1.008. I per a* n *és* n/2 *si* n *és múltiple de 2, i* (n + 1)/2 *si* n *és imparell.

Si numerem les taules des d'un dels extrems de la fila, el professor pot indicar que sols s'ocupen les taules amb número imparell. Si el nombre de taules és parell, podrà arribar a ocupar-se'n exactament la meitat. Si n és imparell, una més que per a n – 1, és a dir, $(n-1)/2+1=(n+1)/2$.

Per exemple:

X		X		X		X		X	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

X		X		X		X		X		X
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

DIFICULTAT: 10

4. UNA CURIOSA CALCULADORA

Solució: 36.

Ens demanen sumar i restar els nombres 27 i 111 tantes vegades com siga necessari. El resultat d'això, fent les reordenacions i les agrupacions que calga, serà una expressió de la forma $a \cdot 111 + b \cdot 27$, on a i b són nombres enters. Examinant aquesta expressió, cal adonar-se que tant 27 com 111 són múltiples de 3 (en efecte, $27 = 3 \cdot 9$, $111 = 3 \cdot 37$). Per tant, independentment de quins siguen els valors de a i b, el resultat sempre serà un múltiple de 3:

$$a \cdot 27 + b \cdot 111 = a \cdot 3 \cdot 9 + b \cdot 3 \cdot 37 = 3 \cdot (a \cdot 9 + b \cdot 37)$$

Com que ens demanen que el nombre siga el més proper possible a 35, i sabem que ha de ser un múltiple de 3, la pregunta que cal fer-se ara és: "Podrem trobar uns a i b de forma que eixa expressió valga 36?". La resposta és que sí, i un procediment per a arribar-hi és el següent:

Si a 111 li llevem 27 quatre voltes, ens dóna 3, ja que:

$$1 \cdot 111 - 4 \cdot 27 = 111 - 108 = 3$$

Si ara agafem aquesta expressió i la multipliquem per 12, arribem a:

$$12 \cdot (1 \cdot 111 - 4 \cdot 27) = 12 \cdot 3 = 36$$

Però, per la propietat distributiva,

$$12 \cdot (1 \cdot 111 - 4 \cdot 27) = 12 \cdot 1 \cdot 111 - 12 \cdot 4 \cdot 27 = 12 \cdot 111 - 48 \cdot 27$$

Per tant, si fem $a = 12$ i $b = -48$ (és a dir: sumem 12 voltes 111 i li llevem 48 voltes 27), arribem al resultat que volíem.

També ho podem fer sumant 3 voltes 111 i restant 11 vegades 27.

DIFICULTAT: 30

5. COMPTANT DIVISORS

Solució:* $2^{2.015}$ *i* $3^{2.015}$*, per exemple.

Primer que res, farem uns quants casos d'on deduirem una forma d'arribar a la solució anterior, que no és única.

Observa la següent tabla:

Nombre	**Expressió**	**Nombre de divisors**	**Divisors**
1	1	1	1
2	2	2	1, 2
3	3	2	1, 3
4	2^2	3	1, 2, 4
5	5	2	1, 5
6	$2 \cdot 3$	4	1, 2, 3, 6
7	7	2	1, 7
8	2^3	4	1, 2, 4, 8

Fent uns quants casos, ens adonem que 2^0 té 1 divisor, 2^1 en té 2, 2^2 en té 3, 2^3 en té 4. Si seguírem provant nombres, veuríem que 2^4 té 5 divisors, 2^5 en té 6 i així successivament.

En general, 2^n té $n + 1$ divisors si n és un nombre natural. Per tant, si volem 2.016 divisors, basta considerar $2^{2.015}$. Per tant, hem trobat un nombre parell amb 2.016 divisors. Si volem també un nombre senar podem simplement raonar igual que abans amb potències de 3 en compte de potències de 2, i fàcilment podem deduïr que $3^{2.015}$ té 2.016 divisors i és senar.

DIFICULTAT: 20

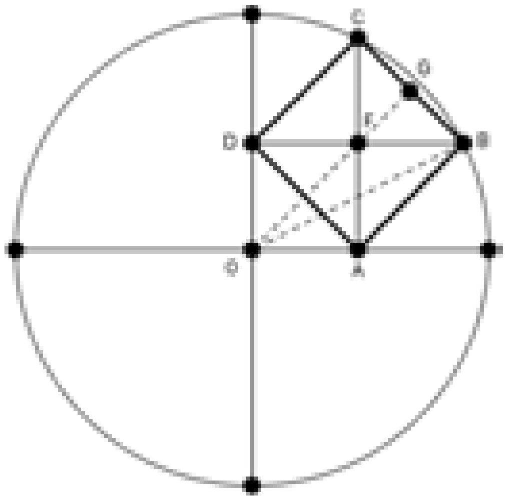
6. MESURANT UN ANGLE

Solució: El costat del quadrat mesura $\frac{2}{\sqrt{10}} \approx 0{,}6325$ ***vegades el radi. Equivalentment, el radi mesura*** $\frac{\sqrt{10}}{2} \approx 1{,}5811$ ***vegades el costat del quadrat.***

Per a fer més còmodes els càlculs, anomenarem r a la mesura del radi, i c a la mesura del costat del quadrat. Primer que res, ens podem adonar que el segment $\overline{OB}$, marcat amb una línia discontinua en la figura, és un radi de la circumferència.

Per tant, el que compararem serà la mesura d'un costat del quadrat amb la mesura d'aquest segment, $\overline{OB}$.

Ara, raonarem: $\overline{OA}$ i $\overline{OD}$ tenen la mateixa mesura. Per tant, el triangle de vèrtexs O, A, D és isòsceles. Com que l'angle $\widehat{AOD}$ és recte, els angles $\widehat{OAD}$ i $\widehat{ODA}$ són els dos de 45°.



Pel que hem raonat, el triangle de vèrtexs O, A, D és exactament igual als triangles de vèrtexs D, F, A, de vèrtexs A, F, B, de vèrtexs B, F, C i de vèrtexs C, F, D, i com que són iguals, tots 5 tenen la mateixa base i la mateixa altura.

També es dedueix d'aquest fet que el segment $\overline{OG}$ passa pel punt mitjà de $\overline{AD}$, per F i pel punt mitjà de $\overline{CB}$, que hem anomenat G, i per tant, és perpendicular al segment $\overline{CB}$. Per tant, els punts O, G, B formen un triangle rectangle. La hipotenusa d'aquest triangle és $\overline{OB}$, de longitud r. El catet més petit és $\overline{GB}$, i mesura $\frac{c}{2}$.

Quant al catet més gran, $\overline{OG}$, per la igualtat de triangles feta abans, mesura 3 voltes la altura del triangle de vèrtexs B, F, C, és a dir, $\frac{3 \cdot c}{2}$. Aplicant el teorema de Pitàgores, obtenim:

$$r^2 = \left(\frac{c}{2}\right)^2 + \left(\frac{3 \cdot c}{2}\right)^2 = \frac{c^2}{4} + \frac{9 \cdot c^2}{4} = \frac{10}{4} c^2$$

Fent l'arrel quadrada del resultat obtenim el que volíem: $r = \frac{\sqrt{10}}{2} c$.

DIFICULTAT: 30

7. L'ORGANITZADOR DE PERIÒDICS

Solució: 25.201.

La solució ha de ser una unitat més que un múltiple de 2 que siga també múltiple de 3, de 4, de 5, de 6, de 7, de 8, de 9 i de 10. Per tant, la solució ha de ser també una unitat més que un múltiple del "mínim comú múltiple" de 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 i 10, que per a abreviar anomenarem "m".

Factoritzem aquests nombres:

$2 = 2, 3 = 3, 4 = 2^2, 5 = 5, 6 = 2 \cdot 3, 7 = 7, 8 = 2^3, 9 = 3^2, 10 = 2 \cdot 5$

Recordem que per a calcular el mínim comú múltiple d'uns nombres, cal agafar tots els factors elevats al màxim dels exponents:

$$m = \text{mcm}\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,10\} = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = 2.520$$

Per tant, sabem ja que busquem un nombre de la forma $n \cdot 2.520 + 1$, on n és un nombre enter.

A més, sabem que la solució ha de ser un múltiple d'11; per tant, podem anar provant valors per a n fins que el resultat siga múltiple d'11, i com que ens demanen el menor de tots, el primer que trobem serà la solució.

Valor de n	**Valor de $2520 \cdot n + 1$**	**És múltiple de 11?**
1	2521	No
2	5041	No
3	7561	No
4	10081	No
5	12601	No
6	15121	No
7	17641	No
8	20161	No
9	22681	No
10	25201	**Sí**

Per tant, la solució és $10 \cdot 2520 + 1 = 25.201$.

DIFICULTAT: 30

8. JUGANT AMB TAULES

Solució: En el primer cas sí que es pot arribar. En el segon, no.

Per al primer cas, restant 4 i 7 voltes a la segona i tercera fila, i restant 2 voltes a la segona columna i restant 3 a la tercera columna, obtenim el resultat desitjat.

Per al segon cas, notem que si sumem les xifres de la primera taula obtenim un nombre parell, mentre que si ho fem per a la segona taula obtenim un nombre senar. Al sumar o restar, estem afegint o llevant 4 en total, que és un nombre parell. Per tant, els moviments no canvien la paritat, i és impossible passar la suma dels nombres de parells a senars o viceversa.

DIFICULTAT: 40

9. EL MÉS RIC DEL MÓN

Solució: El nombre més gran que no es pot formar amb monedes de 5 i 7 és 23. El nombre a partir del qual tots els següents es poden formar és 24.

És fàcil comprovar que el major nombre que no es pot formar és 23.

Per a veure que a partir del 24 tots es poden formar, notem que:

$$24 = 2 \cdot 5 + 2 \cdot 7$$

$$25 = 5 \cdot 5$$

$$26 = 1 \cdot 5 + 3 \cdot 7$$

$$27 = 4 \cdot 5 + 1 \cdot 7$$

$$28 = 4 \cdot 7$$

A partir d'ací, tots els podem formar afegint tants 5 com calga a aquestes combinacions.

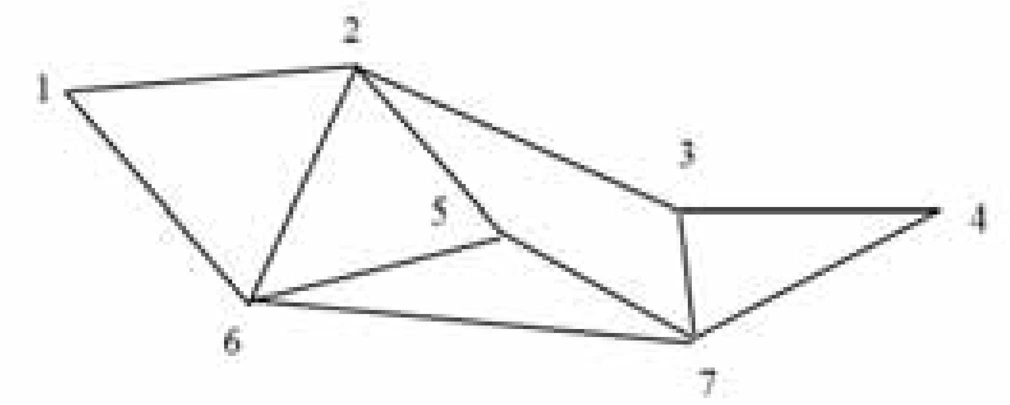
DIFICULTAT: 20

10. EL CAMÍ MENYS CURT

Solució: Hi ha 25 camins.

Els camins són:

121234, 121674, 123434, 123474, 123234, 123734, 125234, 125734, 125674, 126234, 126574, 126734, 161234, 161674, 162374, 162574, 162674, 165234, 165734, 165674, 167374, 167474, 167434, 167574, 167674.



DIFICULTAT: 40

11. VARIABLES ENREVESSADES

Solució: La suma resulta 297.

$$\frac{z}{x}+\frac{x}{y}+\frac{y}{z}+\frac{y}{x}+\frac{z}{y}+\frac{x}{z}=\frac{1}{x}(y+z)+\frac{1}{y}(x+z)+\frac{1}{z}(x+y)=$$

$$=\frac{1}{x}(20-x)+\frac{1}{y}(20-y)+\frac{1}{z}(20-z)=$$

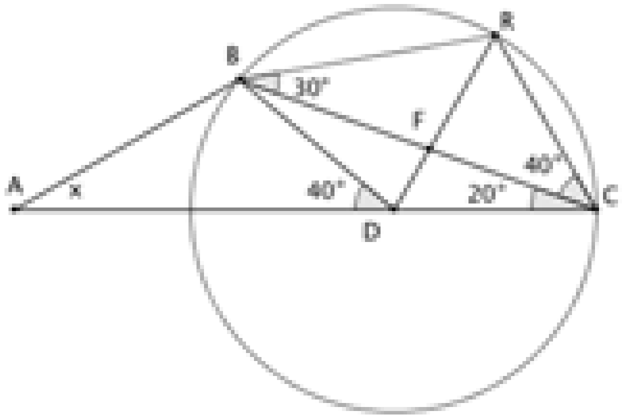
$$=\frac{20}{x}-1+\frac{20}{y}-1+\frac{20}{z}-1=20\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)-3=20\cdot 15-3=297$$

DIFICULTAT: 30

12. QÜESTIÓ DE TRIANGLES

Solució:

Si tracem una circumferència amb centre en D, passarà per B, R i C.



Podem anar deduint: $\widehat{BDA} = 40°$ per angle central doble del $\widehat{BCA} = 20°$ que és inscrit. L'angle $\widehat{RCB} = 40°$ ja que amb l'anterior ha de sumar 60°.

Els triangles BRC i ABD són iguals perquè tenen dos costats iguals i l'angle entre ells.

L'angle $\widehat{RBC} = 30°$ per ser inscrit que es correspon a un central de 60°.

I com que l'angle x ha de ser igual a l'angle $\widehat{RBC}$, valdrà també 30°.

DIFICULTAT: 40

13. JUGANT AMB EQUACIONS

Solució: El resultat de l'operació és – 2.

Operem primer amb la primera equació. Hem de reduir la suma de fraccions a comú denominador:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{y}{x \cdot y} + \frac{x}{x \cdot y} = \frac{y + x}{x \cdot y} = \frac{x + y}{x \cdot y} = 1$$

Per tant, com que $x + y$ dividit entre $x \cdot y$ és 1, $x + y$ serà igual a $x \cdot y$.

Ara, operem en la segona expressió. De nou, reduïm a comú denominador:

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} - x \cdot y = \frac{x \cdot x}{x \cdot y} + \frac{y \cdot y}{x \cdot y} - \frac{(x \cdot y) \cdot (x \cdot y)}{x \cdot y} = \frac{x^2 + y^2 - (x \cdot y)^2}{x \cdot y}$$

Ara, com que $x \cdot y = x + y$, tenim que

$$(x \cdot y)^2 = (x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2 \cdot x \cdot y$$

Substituïm i arribem a:

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} - x \cdot y = \frac{x^2 + y^2 - x^2 - y^2 - 2 \cdot x \cdot y}{x \cdot y} = \frac{-2 \cdot x \cdot y}{x \cdot y} = -2$$

DIFICULTAT: 30

14. JOC DE CARTES

Solució: Hi ha 2.016 cartes.

Primer que res, comptem quants nombres diferents por haver-hi en les cartes: són tots els nombres parells entre 238 i 362, és a dir 63 nombres (per tal de no comptar-los un per un, basta amb fer l'operació de comptatge intuïtiva: $\frac{362-238}{2} + 1 = 63$. La divisió entre 2 és perquè sols volem els parells, i l'acció de sumar-li 1 és perquè els extrems estan inclosos els dos).

Per tant, hi ha 63 cartes amb un 238.

Si les llevem, hi ha 62 cartes amb un 240, ja que n'hem llevat una abans.

Si les llevem també, quedaran 61 cartes amb un 242, ja que n'hem llevat dues abans.

Continuem raonant així fins que no queden cartes, i apleguem al final a que queda sols 1 carta amb el 362, ja que ja n'hem llevat tota la resta.

Per tant, el total de cartes serà:

$$63 + 62 + 61 + \cdots + 3 + 2 + 1 = \frac{(63 + 1) \cdot 63}{2} = 2.016$$

DIFICULTAT: 40

QÜESTIONS D'UN MESTRE

PROBLEMES DE PROBABILITAT - ENUNCIATS

LES FIGURES D'ESCACS

Tenim les figures dels escacs guardades en dues caixes, una per a les figures blanques i una altra per a les negres. Extraiem a l'atzar una figura de cada caixa.

Es demana obtindre:

a. La probabilitat que siga una blanca i una negra.

b. Probabilitat que siguen les dues negres.

c. Probabilitat que les dues siguen cavalls.

d. Probabilitat que siguen dos peons.

e. Probabilitat que siguen dos reis.

f. Probabilitat que siga una dama blanca i un cavall negre.

g. Probabilitat que siga una dama i un cavall.

EL JOC DE LES BOLES

En una urna hi ha 20 boles numerades de l'1 al 20.

a. Quina és la probabilitat que, al traure una bola a l'atzar, tinga un nombre parell o múltiple de 5?

b. Quina és la probabilitat que, al traure una bola a l'atzar, tinga un nombre parell i múltiple de 5?

ELS PROBLEMES I L'EXAMEN

D'una col·lecció de 25 problemes de matemàtiques, Joan en sap resoldre 20. En l'examen corresponent es proposen 3 problemes d'aquesta col·lecció elegits a l'atzar.

Calcula la probabilitat que Joan els sàpiga resoldre tots.

I MÉS BOLES...

Una urna conté 10 boles numerades de l'1 a 10. S'extrau una bola i s'anota el nombre, es torna la bola a l'urna i s'extrau novament una bola.

Calcula:

a. Probabilitat que les dues vegades isca la bola número 7.

b. Probabilitat que les dues vegades isquen nombres iguals.

c. Probabilitat que el segon nombre siga doble del primer.

d. Probabilitat que la suma dels dos nombres siga 10.

e. Probabilitat que el producte dels dos nombres siga 20.

PROBLEMES DE PROBABILITAT - SOLUCIONS

LES FIGURES D'ESCACS

Solució:

a. La probabilitat que siga una blanca i una negra.

Suposem que la primera caixa és la caixa de les figures blanques, i la segona és la caixa de les figures negres.

Primera caixa P(blanca) = 1

Segona caixa P(negra) = 1

Probabilitat composta: $1 \cdot 1 = 1 \quad \rightarrow$ Succés segur.

b. Probabilitat que siguen les dues negres.

Primera caixa P(negra) = 0

Segona caixa p(negra) = 1

Probabilitat composta: $0 \cdot 1 = 0 \quad \rightarrow$ Succés impossible.

c. Probabilitat que les dues siguen cavalls.

P(cavall) = 1/8 (en qualsevol caixa)

Probabilitat composta: $1/8 \cdot 1/8 = 1/64$

d. Probabilitat que siguen dos peons.

P(peó) = 1/2 (en qualsevol caixa)

Probabilitat composta: $1/2 \cdot 1/2 = 1/4$

e. Probabilitat que siguen dos reis.

P(rei blanc) = 1/16

P(rei negre) = 1/16

P(dos reis) = $1/16 \cdot 1/16 = 1/256$

f. Probabilitat que siga una dama blanca i un cavall negre.

P(dama blanca) = 1/16

P(cavall negre) = 1/8

P(dama blanca i cavall negre) = 1/16 · 1/8 = 1/128

g. Probabilitat que siga una dama i un cavall.

P(dama blanca i cavall negre) = 1/128

P(dama negra i cavall blanc) = 1/128

Probabilitat total: 1/128 + 1/128 = 1/64

EL JOC DE LES BOLES

Solució: a. La probabilitat de traure un nombre parell o un múltiple de 5 és del 60%. b. La probabilitat de traure un nombre parell i un múltiple de 5 és del 10%.

a. $\mathrm{P(parell)} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$

$$\mathrm{P(múltiple\ de\ 5)} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

$$\mathrm{P(parell\ i\ múltiple\ de\ 5)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{10} \quad \text{(probabilitat composta)}$$

$$\mathrm{P(parell\ o\ múltiple\ de\ 5)} = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} - \frac{1}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

Recompte directe:

Parells: {2,4,6,8,10,12,14,16,18,20}

Múltiple de 5: {5,10,15,20}

Parell ∪ Múltiple de 5: {2,4,5,6,8,10,12,14, 15,16,18,20}

Regla de Laplace: $\boldsymbol{P} = \frac{\textbf{casos favorables}}{\textbf{casos possibles}}$

$$\mathrm{P(parell} \cup \mathrm{múltiple\ de\ 5)} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5} = 0{,}6$$

b. Per a calcular la probabilitat que isca un nombre parell i múltiple de 5:

Recompte directe:

Parell i múltiple de 5: {10,20}

$$P = \frac{2}{20} = \frac{1}{10} = 0{,}1$$

ELS PROBLEMES I L'EXAMEN

Solució: La probabilitat que Joan se sàpiga tots els problemes és aproximadament del 49,6%.

Els conjunts ordenats de 3 problemes elegits entre 25 (casos possibles) són: $20 \cdot 19 \cdot 18$. Per tant:

$$P = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18}{25 \cdot 24 \cdot 23} = \frac{6.840}{13.800} = \frac{57}{115} \cong 0{,}496$$

I MÉS BOLES...

Solució:

a. La probabilitat que les dues vegades isca la bola número 7.

$P(7) = 1/10$ Probabilitat composta: $1/10 \cdot 1/10 = 1/100$

b. Probabilitat que les dues vegades isquen nombres iguals:

$P(1{,}1) = 1/100; P(2{,}2) = 1/100; \ldots ; P(10{,}10) = 1/100$

Probabilitat total: $10 \cdot 1/100 = 1/10$

c. Probabilitat que el segon nombre siga doble del primer.

El primer nombre ha ser igual o menor que 5.

$$P(\{1{,}2{,}3{,}4{,}5\}) = 1/2$$

Treta la primera bola, el segon nombre ha de ser un determinat (el doble del que ha eixit en primer lloc). La seua probabilitat és 1/10.

La probabilitat composta és: $1/2 \cdot 1/10 = 1/20$

d. Probabilitat que la suma dels dos nombres siga 10.

El primer pot ser qualsevol excepte 10. El segon queda determinat pel primer:

$$P_1 = 9/10\,; P_2 = 1/10\,; \qquad P_1 \cdot P_2 = 9/10 \cdot 1/10 = 9/100$$

e. Probabilitat que el producte dels dos nombres siga 20.

$P = 4/100 = 1/25$

ELS ENIGMES - ENUNCIATS

L'ENIGMA PRIMER

Troba dos nombres que complisquen les següents condicions:

- El seu producte és 256.
- La seua suma és 40.
- Els dos nombres estan entre 5 i 50.
- La diferència entre ambdós és múltiple de 2.

EL SEGON ENIGMA

Calcula $\boldsymbol{x}$ i $\boldsymbol{y}$ per a que el nombre

$$\boldsymbol{xy23y1}$$

escrit en base 10 siga divisible per 33.

ELS ENIGMES - SOLUCIONS

L'ENIGMA PRIMER

Solució: Els nombres són el 8 i el 32.

Descomponent en factors primers $256 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$.

Els factors els productes dels quals resulta 256 són:

$$2 \cdot 128 \qquad 4 \cdot 64 \qquad 8 \cdot 32 \qquad 16 \cdot 16$$

Una de les condicions és que han d'estar entre 5 i 50. Per tant només poden ser les parelles: $8 \cdot 32$ i $16 \cdot 16$.

També s'ha de complir que sumen 40 i que la diferència entre ambdós siga múltiple de 2.

Per tant, la parella solució és: 8 i 32.

Una altra forma d'arribar a la solució seria plantejant l'equació de segon grau: x al quadrat, menys la suma dels nombres (40) multiplicada per x, més el producte d'ells (igual a 256). I donaria 8 i 32 directament, que compleix les condicions de l'enunciat.

EL SEGON ENIGMA

Solució:

La descomposició factorial de 33 és: $33 = 11 \cdot 3$

Per tant, el nombre ha de ser divisible a la vegada per 11 i per 3.

Recordem el criteri de divisibilitat per 11: per tal que un nombre siga divisible per 11 la diferència de la suma de les xifres que ocupen lloc imparell amb la suma de les que ocupen lloc parell ha de ser zero ó múltiple d'11.

a) $(x + 2 + y) - (y + 4)$: múltiple d'11.

Simplificant:

- $x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$
- $x - 2 =$ múltiple d'11 $\rightarrow x - 2 = 11 \rightarrow x - 2 = 11 \rightarrow x = 13$ **(absurd)**
- $x - 2 =$ múltiple d'11 $\rightarrow x - 2 =$ múltiple d'11 $\rightarrow x = 24, 35 \ldots$. **(absurd)**

- $x + 2y + 6 =$ múltiple de 3 $\rightarrow 2y + 8 =$ múltiple de 3 $\Rightarrow$ $2y + 8 = 3 \Rightarrow y = -5/2$
  (absurd)
- $2y + 8 = 6 \rightarrow y = -1$
  (absurd)
- $2y + 8 = 9 \rightarrow y = \frac{1}{2}$
  (absurd)
- $2y + 8 = 12 \rightarrow y = 2$
  (correcte)
- $2y + 8 = 15 \rightarrow y = \frac{7}{2}$
  (**absurd**)
- $2y + 8 = 18 \rightarrow y = 5$
  (correcte)
- $2y + 8 = 21 \rightarrow y = 7/2$
  (absurd)
- $2y + 8 = 24 \rightarrow y = 8$
  (correcte)
- $2y + 8 = 27 \rightarrow y = 19/2$
  (absurd)
- $2y + 8 = 30 \rightarrow y = 11$
  (absurd)

Per tant els nombres seran: 222.321, 252.351, 282.381.

ACTUALITZEU ELS VOSTRES CORREUS ELECTRÒNICS...!!!

ATENCIÓ, SOCIS!!

Per tal d'actualitzar la nostra base de dades, us demanem que ens informeu de les possibles variacions en les vostres dades, especialment en les vostres adreces de correu electrònic.

És important tindre aquesta informació per a un millor funcionament de la societat. És suficient que envieu un correu electrònic a:

tresorer@semcv.org

indicant les vostres novetats.

Gràcies per la vostra col·laboració.

CONTACTEU AMB NOSALTRES...!!!

Si vols enviar-nos solucions de problemes oberts, propostes de problemes o de temes, comentaris i suggeriments, pots enviar una carta a l'adreça:

SEMCV "AL-KHWARIZMI"
PROBLEMA OBERT
APARTAT 22.045
46071 VALÈNCIA

També pots enviar un missatge la correu electrònic:

problemesolimpics@semcv.org

ESPEREM LES VOSTRES COL·LABORACIONS!!!

XV CONCURS DE FOTOGRAFIA "MATEMÀTICA A LA VISTA"

BASES

1. La Societat d'Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana *Al-Khwarizmi* convoca el XV Concurs de Fotografia "Matemàtica a la vista" amb dos apartats:

   Apartat I: Poden participar totes les alumnes i tots els alumnes que cursen actualment estudis de Primària, Secundària, FPA, FP, Cicles formatius i Batxillerat.

   Apartat II: Pot participar qualsevol persona no inclosa en l'apartat anterior.

2. Les fotografies, originals, en color o en blanc i negre, *en paper*, tindran una grandària d'almenys 10 x 15 per a l'apartat I, i almenys 18 x 24 per a l'apartat II. Cada fotografia es presentarà muntada sobre cartolina amb un títol o peu de foto visible. El títol posarà de manifest la condició matemàtica del concurs. Cada sèrie —tres o més fotos sobre un mateix tema— s'identificarà amb títol únic, si bé cada foto portarà subtítol.

3. El termini de presentació de fotografies acabarà el dia 10/07/2016. Les fotografies –muntades i amb el títol visible– no mostraran dades de qui concursa. En un foli s'aportaran les dades personals i l'apartat (o apartats) a què es concursa. El nombre de fotos que pot presentar cada participant és 5, i 2 sèries. S'ha d'enviar també les fotografies en format digital al correu de referència.

4. Els premis, que contemplaran la fotografia i el seu peu de foto, seran:

   Apartat I: 1r: 150 € 2n: 100 € 3r: 75 €
   4t: Tres premis iguals de 30 € Millor sèrie: 150 €

   Apartat II: (Premi a una fotografia o una sèrie) 1r: 250 € 2n: 150 €

5. Les fotografies rebudes s'exposaran en la Facultat de Magisteri de la Universitat de València des del dia 26 de setembre fins a la celebració de les XII Jornades d'Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana, els dies 30 de setembre i 1 d'octubre del 2016. La resolució del concurs es publicarà al web de la SEMCV la setmana següent. Posteriorment, les fotografies del concurs, junt amb altres de concursos previs, podran exhibir-se en alguns centres que ho sol·liciten.

Pensando en paralelo, Héctor Marcos Hernández, de l'IES Jaime II. Alacant.
1r Premi Apartat I - XIV Concurs

6. La participació implica l'acceptació de les bases. El jurat que decidirà el concurs estarà compost almenys per tres membres de la Societat organitzadora. La seua decisió serà inapel·lable.

7. Tota fotografia premiada passarà a ser propietat de la Societat a tots els efectes. Les fotografies participants podran aparèixer en les publicacions de la SEMCV.

8. Per realitzar els enviaments: A/A. Concurs de fotografia "Matemàtica a la vista"
   CEFIRE d'Alacant.
   C/ Bahia, 2 03008 Alacant

9. Per a qualsevol consulta i per a enviar els arxius digitals de les fotos participants caldrà dirigir-se al coordinador de la Societat per a aquest concurs:
   Salvador Caballero Rubio, e-mail: fotografia@semcv.org

Vols fer-te soci? Ompli la següent butlleta d'inscripció i ens l'envies a la nostra seu.
Anima als teus companys o inscriu al teu centre a la nostra societat.

INSCRIPCIÓ I DOMICILIACIÓ BANCÀRIA

SOCIETAT D'EDUCACIÓ MATEMÀTICA DE LA COMUNITAT VALENCIANA "Al-Khwārizmī"

Facultat de Magisteri "Ausiàs March"
Departament de Didàctica de la Matemàtica
Apartat 22.045 46071VALÈNCIA

Cognoms:...Nom:..................................
DNI / NIF:....................................

Domicili particular:

Població:...C.P.:..............
Carrer:... Telèfon:..
Correu-e:...................................

Centre de treball:

Nom:...
Carrer:...Població:.................................C.P.:...........
Telèfon:...Correu-e:..

Entitat bancària (on es lliurarà el cobrament de quotes):

Nom:...
Carrer:...Població:.................................C.P.:..........
Codi Compte Client:

Entitat	Oficina	D.C.	Nº Compte
| | | | |	| | | | |	| | |	| | | | | | | | | | |

....a...........de.......................................de 2013.
(signatura)

El titular del compte:...
DNI:..

Esta revista es publica amb el suport de l'Acadèmia Valenciana de la Llengua

Trobaràs tota la informació en la nostra web.

Visiteu-la: www.semcv.org

S.
E.
M.
C.
V.

AL-KHWARIZMI

Societat d'Educació Matemàtica de la

Comunitat Valenciana

"Al-Khwarizmi"