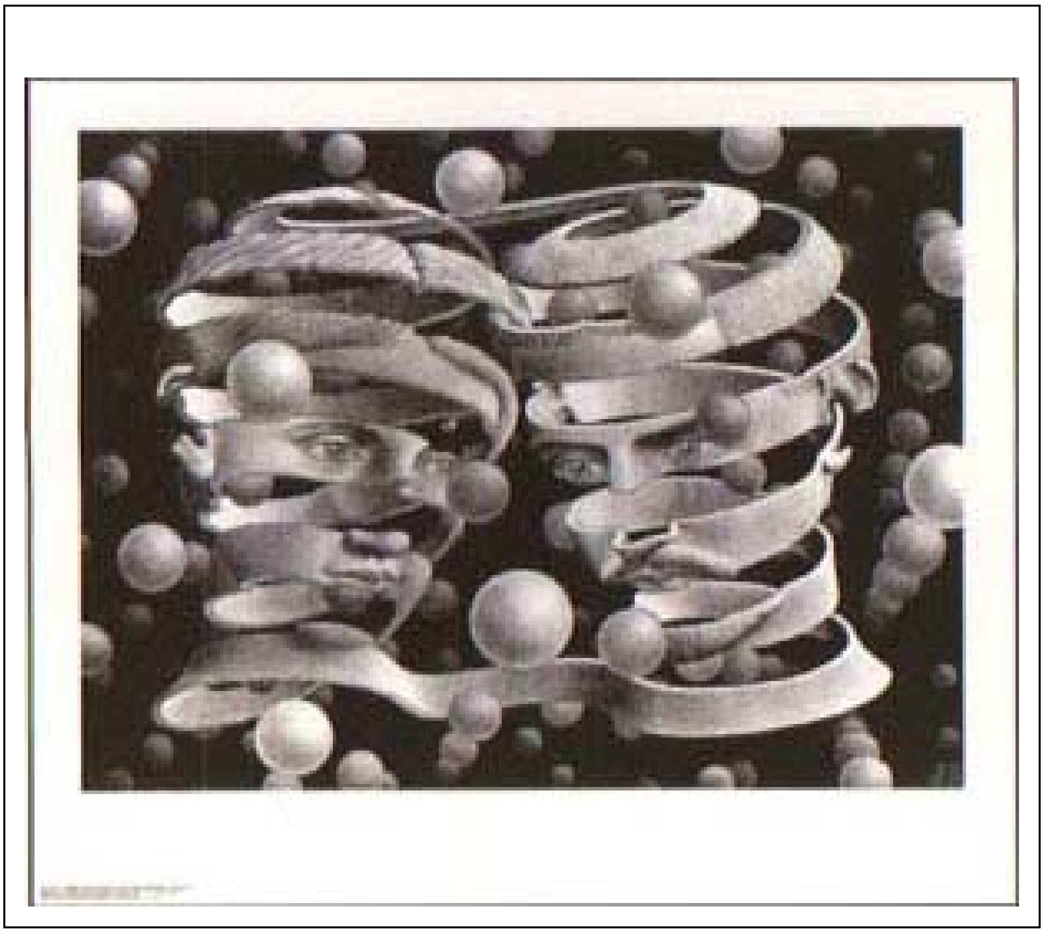
S. E. M. C. V.
AL-KHWARIZMI

PROBLEMES OLÍMPICS

Revista de problemes de Matemàtiques
Número 5. Juny 2000

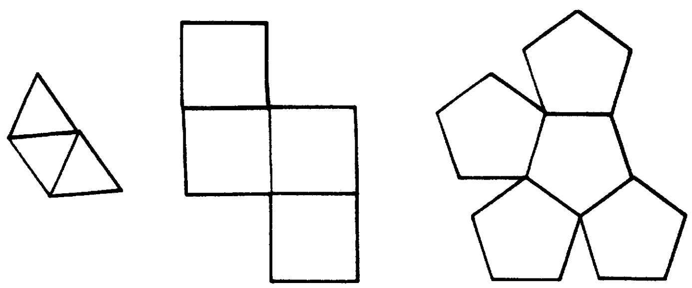


XI OLIMPÍADA MATEMÀTICA
PROVINCIA DE VALÈNCIA - FASE PROVINCIAL
13 DE MAIG DE 2000 - PROVA PER EQUIPS - RELLEUS

PROBLEMES NIVELL A (2on. ESO)

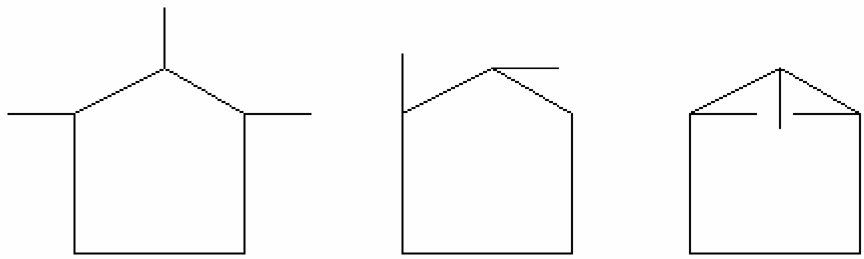
PROVA Nº 1.- A - SEQÜÈNCIA I

Quina seria la pròxima figura en aquesta seqüència ?



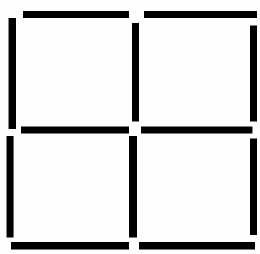
PROVA Nº 1.- B - SEQÜÈNCIA II

Quina seria la pròxima figura en aquesta seqüència?

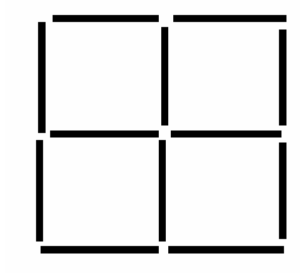


PROVA Nº 2.- A - PALETS I

En la següent figura, si mous 4 palets cal deixar 3 quadradets iguals. Com ho faries?.



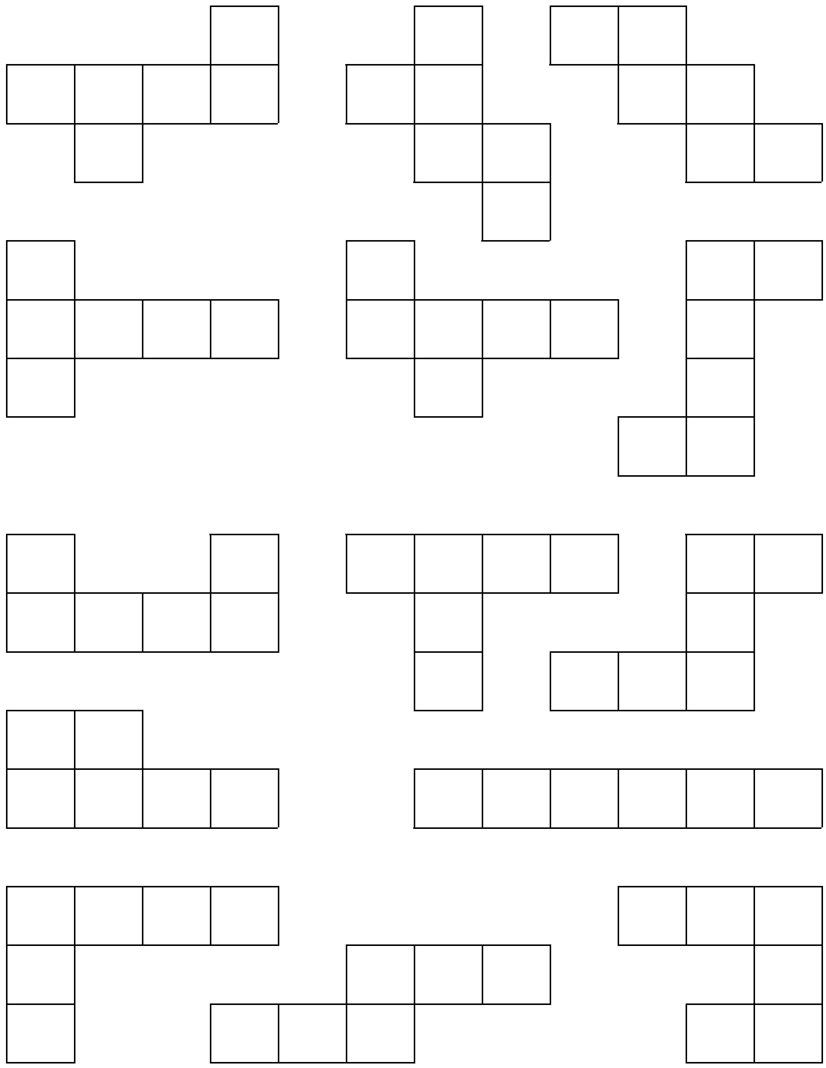
PROVA Nº 2.- B - PALETS II



En la següent figura, si mous 3 palets cal deixar 3 quadradets iguals. Com ho faries?.

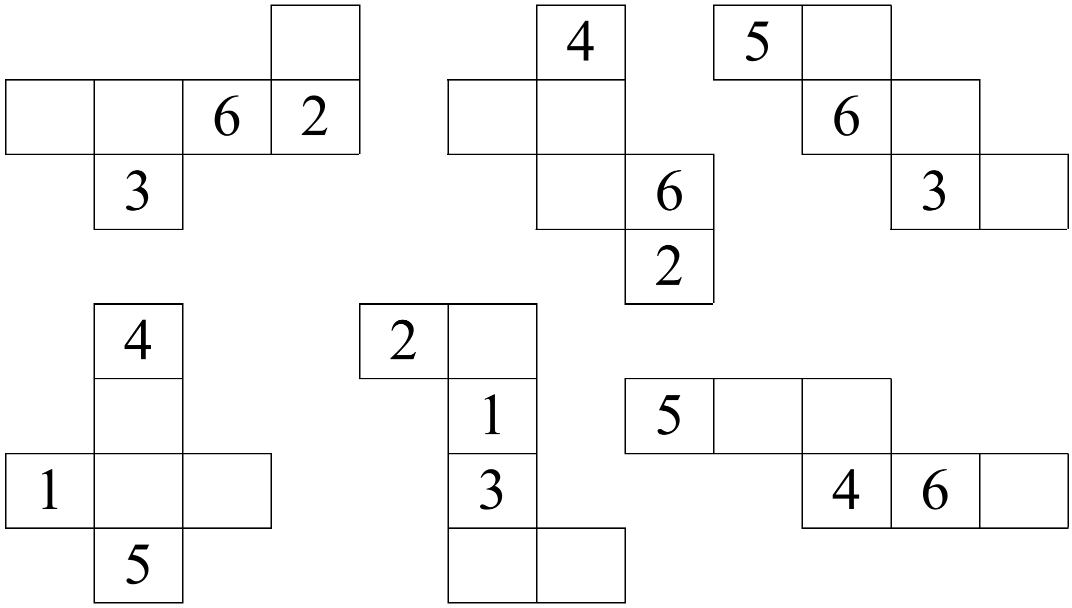
PROVA Nº 3.- A - CUBS I

Cal esbrinar amb quins dels següents desenvolupaments plans es pot construir un cub:



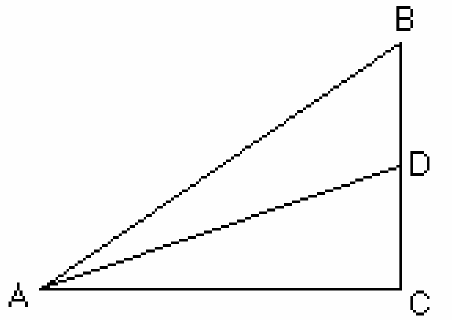
PROVA Nº 3.- B - CUBS II

Cadascuna d'aquestes figures és el desenvolupament pla d'un dau cúbic. Numera les cares que falten de forma que la suma de totes les cares oposades de qualsevol d'ells siga 7.



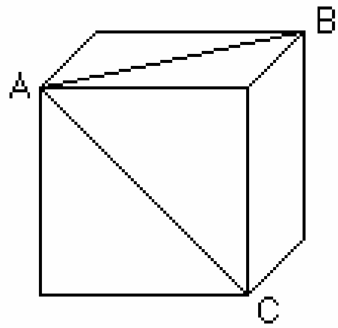
PROVA Nº 4.- A - TRIANGLE

El triangle ABC té $\angle C=90^o$, AC=20, AB=101. Siga D el punt mig de CB. Trobar l'àrea del triangle ADB.



PROVA Nº 4.- B - UN ANGLE

Pots dir quants graus té l'angle que formen les dues diagonals de les cares del cub?



PROVA Nº 5.- A - RELLOTGES

Quan no hi havia rellotges mecànics, era més difícil fer el dinar. Tenim dos rellotges d'arena: un de 3 minuts i un altre de 8 minuts. Com pots cuinar un plat que ha de bullir 13 minuts?

PROVA Nº 5.- B - LA LLET

Un lleter disposa únicament de dos gerres de 3 i 5 litres de capacitat per a mesurar la llet que ven als seus clients. Com podrà mesurar un litre sense malbaratar la llet?.

PROVA Nº 6.- A - BOTONS!

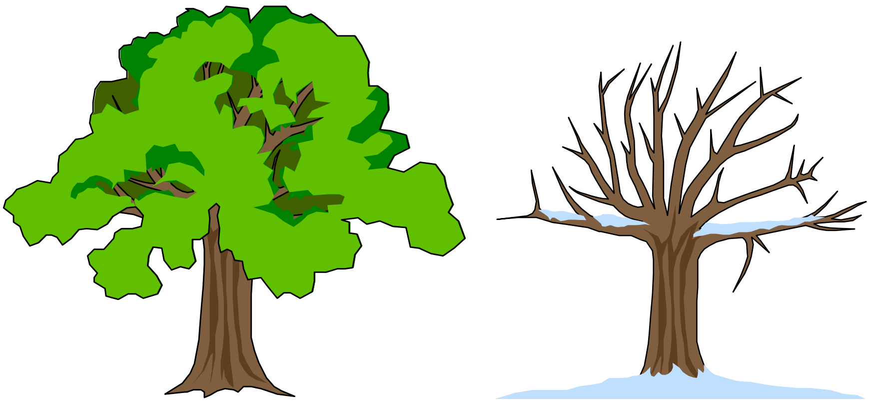
Es col·loquen uns botons de la següent manera: 1 roig, 1 verd, 3 rojos, 3 verds, 5 rojos, 5 verds, augmentant de dos en dos el número de botons. Quants botons rojos hi ha entre els primers 100 botons col·locats?

PROVA Nº 6.- B - L'ESCALETA

Carles, Ana i Mireia pujen una escala de 54 esglaons. Mireia puja els esglaons d'un en un, xafant els esglaons 1, 2, 3, 4, ..., 53 i 54. Ana puja de dos en dos, xafant els esglaons 2, 4, 6, ..., 51 i 54. Carles puja de tres en tres, xafant els esglaons 3, 6, 9, ..., 51, i 54. Quin és el nombre d'esglaons que sols xafen dues persones?

PROVA Nº 7.- A - QUIN TRONC!

Quina altura té un tronc que és 2 metres més curt que un arbre d'altura triple que la del tronc?

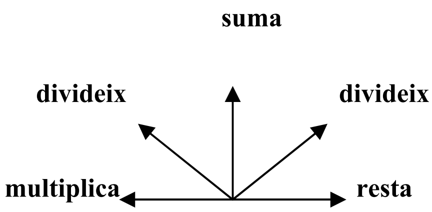


PROVA Nº 7.- B - TENIS

Els campionats de tenis donen molta feina als seus organitzadors. Dels 128 jugadors qui participen cada any ha d'eixir el campió per mig d'un sistema eliminatori: quan un jugador perd un partit, aquest és eliminat. Quants partits han de fer-se per a trobar un guanyador?

PROVA Nº 8 - A.- - RECORREGUT NUMÈRIC

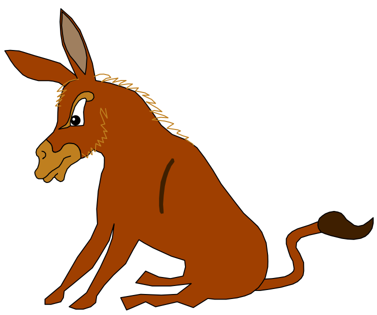
Partint del nombre assenyalat amb un cercle, cal arribar a eixir pel lloc de la casella ombrejada, fent les operacions escaients segons la direcció que es prenga i tal com s'indica. No es pot anar cap a vall. Heu de marcar el recorregut a seguir en el tauler.



5		
1	7	10
5	2	0
9	8	6
1	4	3

PROVA Nº 8 - B.- - ELS FILLS DE FILIBERT

Els fills de Filibert no són, per suposat, com el seu pare. Compten mentides com a periodistes i, clar, el seu pare no té més que problemes. El major diu: Un de nosaltres diu mentides. El segon diu: Dos de nosaltres diuen mentides. El tercer diu: Tres de nosaltres mentim. I el xicotet diu: Els quatre germans diguem la veritat. Menys mal que Filibert sap que al menys un d'ells diu la veritat i, amb això sap qui o quins diuen la veritat. Ho saps tu?.



PROVA Nº 9.- A - FENT CANVIS I

Encara hi ha llocs on es fan canvis com el següent:

- Una cabra i un mul es canvien per un cavall.
- Un mul es canvia per una cabra i un potre.
- Per tres potres et donen dos cavalls.

Vaig canviar un mul per cabres. Quantes cabres vaig rebre?

PROVA Nº 9.- B - FENT CANVIS II

A una tribu del Amazonas els nadius fan els següents canvis:

- Un collar i una llança es canvien per un escut.
- Una llança es canvia per un collar i un gabinet.
- Dos escuts es canvien por tres gabinets.

A quants collars equival una llança?.

PROVA Nº 10.- A - POLÍGONS MISTERIOSOS I

Dins d'aquestes tres caixes n'hi ha tres polígons regulars:

a) El polígon de A té el doble de vèrtex que el de B.

b) El polígon de C té un costat més que el de B i dos costats menys que el de la caixa A.

Quin polígon conté cadascuna de les caixes?.



A B C

PROVA Nº 10.- B - POLÍGONS MISTERIOSOS II

Dins d'aquestes tres caixes n'hi ha tres polígons regulars:

a) El polígon de A té la meitat de vèrtex que el de C.

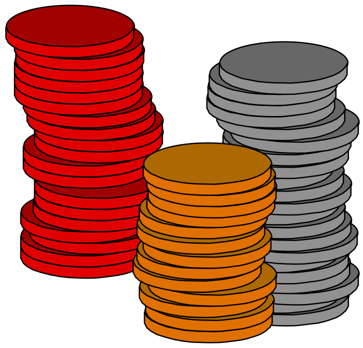
b) El polígon de B té un costat més que el de A i dos costats menys que de la caixa C.

Quin polígon conté cadascuna de les caixes?.



A B C

PROVA Nº 11.- A - MONEDES MISTERIOSES I

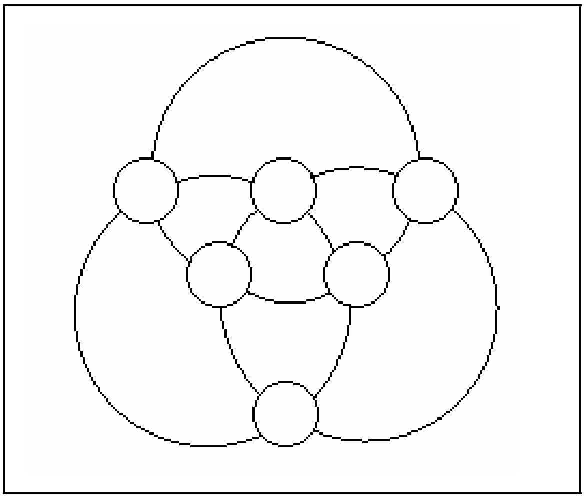


Amb 12 monedes iguals formen un quadrat, de forma que en cadascun dels costats hi ha 4 monedes. Pots disposar-les igualment formant un quadrat, però amb 5 monedes en cadascun dels costats?.

PROVA Nº 11.- B - MONEDES MISTERIOSES II

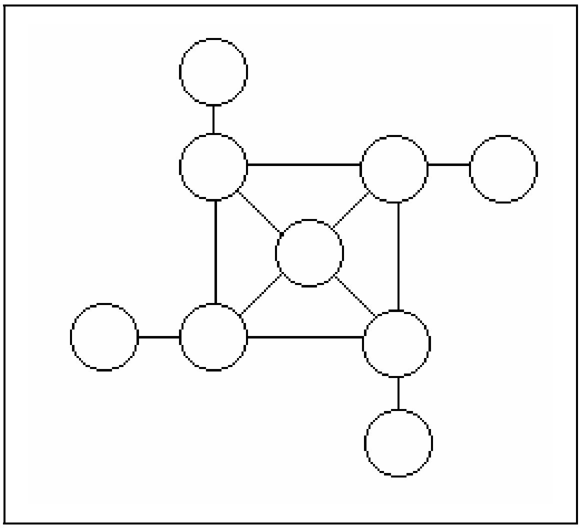
Posa quatre monedes com els vèrtex d'un quadrat. Si mous una de les monedes a soles, pots formar dos files amb tres monedes cadascuna?.

PROVA Nº 12.- A - ANEM SUMANT I



Escriu els nombres del 1 al 6, de forma que els tres cercles sumen el mateix.

PROVA Nº 12.- B - ANEM SUMANT II



Escriu els nombres del 1 al 9, cadascun a una casella, de forma que els de la mateixa línia (horitzontal o vertical) sumen el mateix.

PROVA Nº 13.- A - L'ALTURA MITJANA

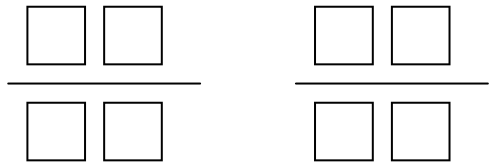
L'altura mitjana dels jugadors, que hi ha un cert moment en la pista d'un equip de bàsquet és de 197 cm. L'entrenador assenta a Mágic González (208 cm.) i treu a la pista a Miquel Llarguet (203 cm). Quina és ara l'altura mitjana de l'equip que està a la pista?.

PROVA Nº 13.- B - LA NOTA MITJANA

La nota mitjana aconseguida en una classe de 20 alumnes ha sigut de 6. Vuit alumnes han suspès amb un 3 i la resta superà el 5. Quina és la nota mitjana dels alumnes aprovats?.

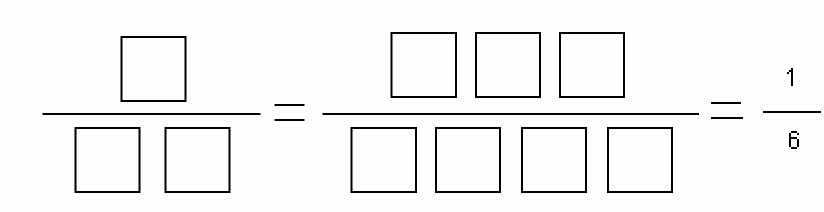
PROVA Nº 14.- A - UNA XIFRA EN CADA CASELLA I

Col·loca les xifres de l'1 al 8, una en cada casella, de forma que resulten dues fracciones equivalents.



PROVA Nº 14.- B - UNA XIFRA EN CADA CASELLA II

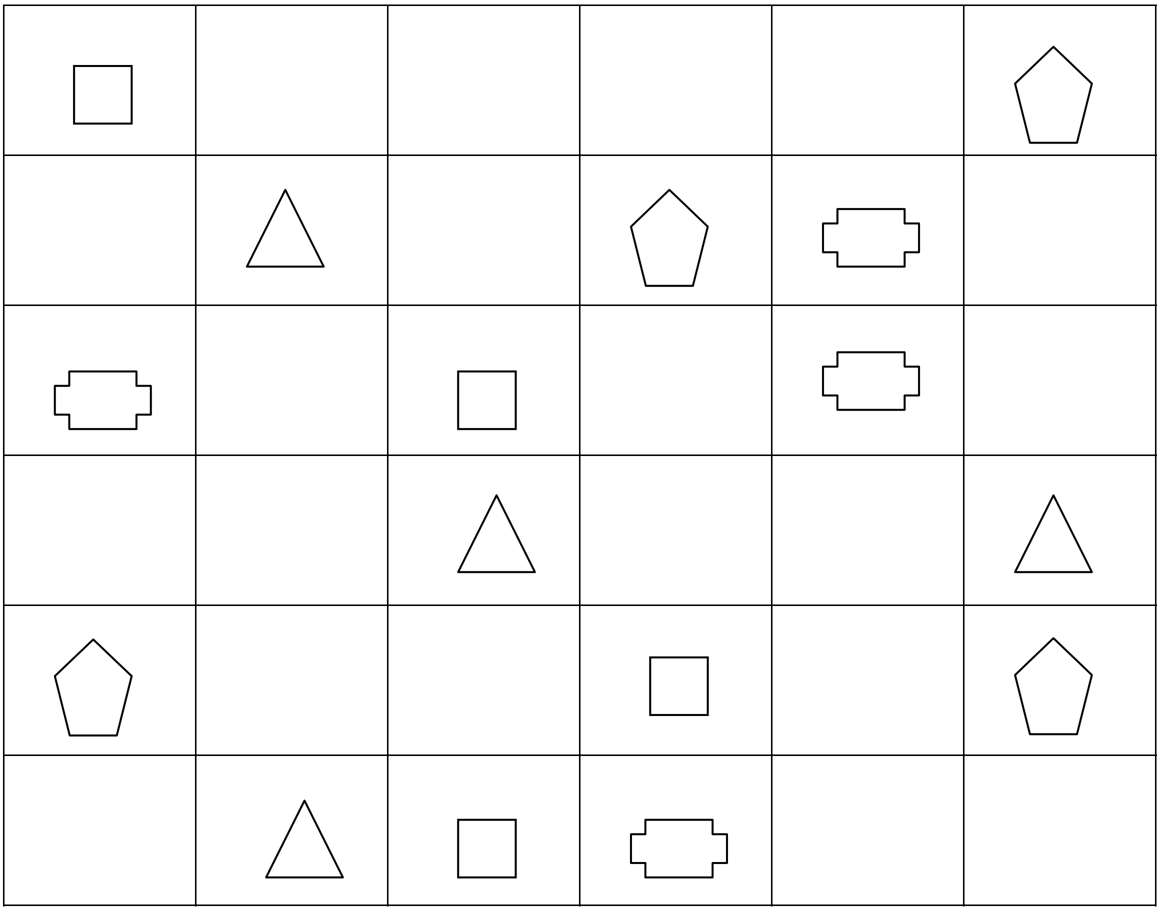
Col·loca les xifres del 0 al 9, una en cada casella, de forma que resulten dues fraccions equivalents, iguals a 1 / 6.



Fes-ho de forma que la primera fracció tinga les xifres 0, 5 i 3 i que la xifra de les centenes del numerador de la segona siga 6.

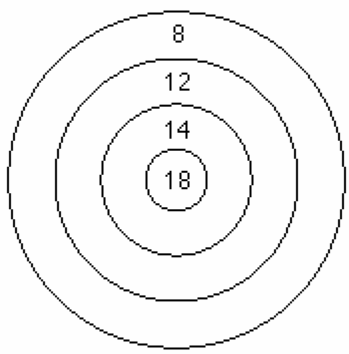
PROVA Nº 15.- A - QUADRAT

Divideix aquest quadrat en quatre parts que tinguen la mateixa forma i la mateixa àrea. Cada part ha de contenir els quatre símbols que apareixen, un en cadascuna.



PROVA Nº 15 - B.- - UNA DIANA

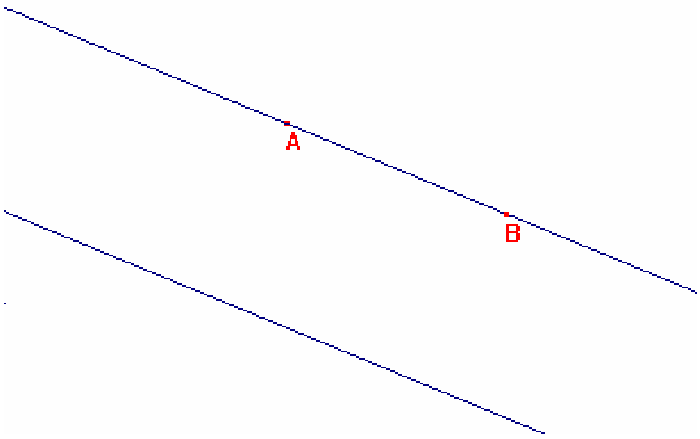
Deu fletxes es llancen sobre aquesta diana. Una d'elles falla el tir completament. Totes les demés es claven en ella. Si la suma total de punts obtinguts és 100, en quina part de la diana s'ha clavat cadascuna de les fletxes?. (En cada sector està indicada la puntuació corresponent).



PROBLEMES NIVELL B (4RT. ESO)

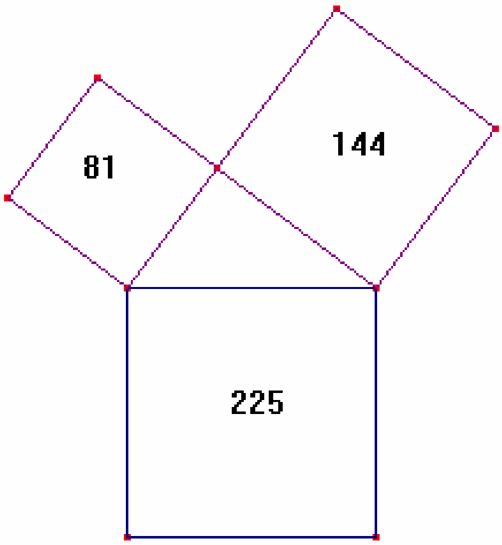
PROVA Nº 1.- A - TRIANGLE ENTRE RECTES

Tenim dues rectes paral·leles. En una d'elles marquem dos punts fixos A i B. En quin punt de l'altra recta hem de col·locar un altre punt C per a que el triangle ABC tinga la major àrea possible?



PROVA Nº 1.- B - UN TRIANGLE

Un triangle està envoltat per tres quadrats d'àrees 225, 81 i 144 cm^2, respectivament. Quina és l'àrea del triangle?



PROVA Nº 2.- A - L'EQUACIÓ DEL SOLITARI

Sense fer càlculs, troba el valor de A:

$$A = 83\ 875\ 683\ 470^2 - (83\ 875\ 683\ 469 \times 83\ 875\ 683\ 471)$$

PROVA Nº 2.- B - PRODUCTE ALFABÈTIC

Calcula el valor del següent producte: (x-a) (x-b) (x-c) … (x-z) = ?

PROVA Nº 3.- A - FOTOCÒPIES

En una papereria hi ha un cartell que posa:

FOTOCÒPIES A 7 PTES. PER UNITAT

A PARTIR DE 75, TOTES A 5 PTES.

Un amic meu diu que necessita fotocopiar un treball de 58 pàgines però que no pot perquè sols té 385 ptes. Jo li responc que sí que pot, i que a més a més, es va a poder comprar una bossa de pipes. Quant val la bossa de pipes?

PROVA Nº 3.- B - PARKING

La taula de preus de l'estacionament de la Plaça Santa Clara en Castelló és:

Temps d'estacionament	Preu per hora de 7 a 14 hores en €	Preu en € per hora resta del dia
Primera hora o fracció	0	1.5
Segona hora o fracció	1	1.5
A partir de la tercera hora	4	1.5
Cost màxim per 24 hores	15	15

a.- Quant pagarà una persona que entra a les 7:25 del matí i es queda en l'estacionament fins les 9:40?

b.- I si es queda el mateix temps, però, entra a les 13 hores?
c.- I si entra a les 20:55 hores i es queda el mateix temps?
d.- Feu el gràfic per a un vehicle que entra a les 11 del matí i es queda en l'estacionament durant 20 hores.

PROVA Nº 4.- A - QUINA DIVISIÓ!

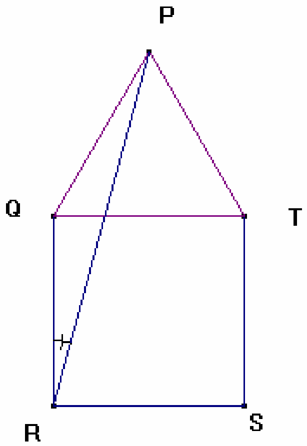
Si es divideix 222.222.222.222.222. per 222, quin és el número de xifres del quocient?

PROVA Nº 4.- B - ORDENA ENTERS!

S'ordenen els enters 3, 4, 8, 15 i 19 de manera que la suma dels tres primers és igual a la suma dels tres últims. Quin és l'enter central?

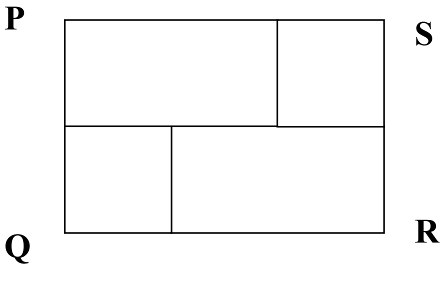
PROVA Nº 5.- A - L'ANGLE DESCONEGUT

En la següent figura el triangle PQT és equilàter, i QRST és un quadrat. Quina és la mesura de l'angle QRP?



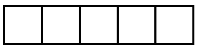
PROVA Nº 5.- B - RECTANGLE

El rectangle PQRS, d'àrea 150 cm^2, es divideix en dos quadrats i dos rectangles iguals. Si els rectangles menuts són el doble de llargs que d'amples, trobeu el perímetre del rectangle PQRS.



PROVA Nº 6.- A - PENTAMINÓS

Els pentaminós són figures formades per cinc quadrats units per un dels seus costats.

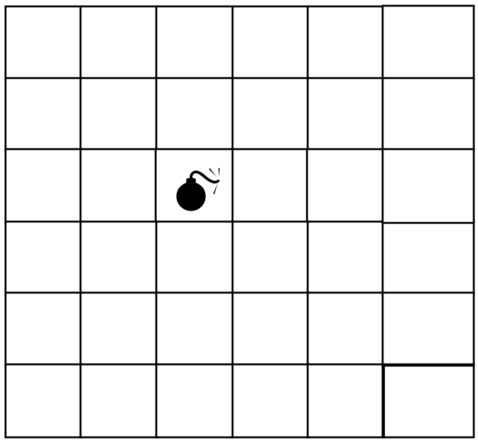


En el següent tauler hem distribuït 25 vocals i el que vos demanem és que localitzeu cinc pentaminós diferents i que en tots ells existisquen les vocals a, e i, o, u.

e	**a**	**i**	**o**	**i**
u	**e**	**u**	**e**	**o**
o	**i**	**a**	**o**	**a**
i	**u**	**e**	**a**	**i**
a	**o**	**u**	**e**	

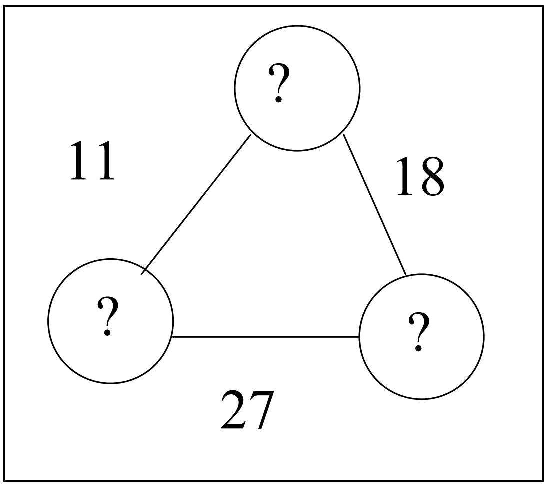
PROVA Nº 6.- B - DOS PER FILA

Com s'hauran de col·locar dotze fitxes en els quadres del tauler (una d'elles ja està en el seu lloc) de manera que en cada fila, en cada columna i en cadascuna de les dues diagonals majors de quadres hi haja exactament dues fitxes? En un quadre no pot posar-se més d'una fitxa.



PROVA Nº 7.- A - NOMBRES SECRETS

S'asigna un nombre secret a cada vèrtex d'un triangle. En cada costat, s'escriu la suma dels nombres secrets dels seus extrems. Cal buscar una regla senzilla per a descobrir els nombres secrets. Per exemple, si els nombres secrets són 1, 10 i 17, obtenim la següent figura:

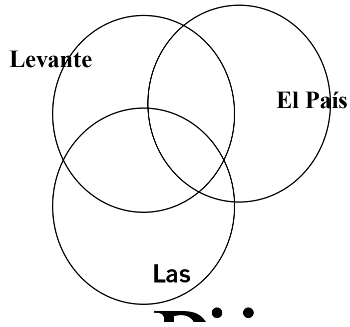


PROVA Nº 7.- B - QUINS NOMBRES?

Si sumem dos números naturals el resultat és 715. Si eliminem l'última xifra –un zero- d'un dels números, obtinguem l'altre número. De quins números estem parlant?.

PROVA Nº 8.- A - ELS PERIÒDICS

En cert poble de vacances, es constata que un 28% dels adults llegeixen Levante, el 25% El Pais i el 20% Las Provincias, que l'11% llegeixen a la vegada Levante i El Pais, el 3% llegeixen Levante i Las Provincias, i el 2% El Pais i Las Provincias. El 42% no llegeixen cap dels tres periòdics. Quin és el percentatge dels estiuejants adults que llegeixen a la vegada Levante, El País i Las Provincias?



PROVA Nº 8.- B - PLUJA

En acabar 1992, la mitjana anual de pluja per als deu anys precedents (de 1983 a 1992) fon de 631 mm. En acabar 1993, la mitjana anual sobre deu anys (de 1984 a 1993) fon de 601 mm. Calcular la caiguda de pluja (en mil·límetres) per a l'any 1983 sabent que ha segut de 450 mm en 1993.

PROVA Nº 9.- A - CRIPTOGRAMES I

Cadascuna de les lletres representa una xifra. Lletres distintes representen xifres diferents. Quant val cadascuna de les lletres?.

$$\begin{array}{r} UNO \\ +\ UNO \\ \hline ONCE \end{array}$$

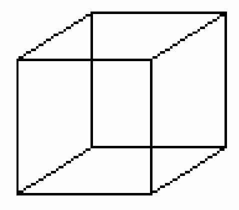
PROVA Nº 9.- B - CRIPTOGRAMES II

Cadascuna de les lletres representa una xifra. Lletres distintes representen xifres diferents. Quant val cadascuna de les lletres?.

$$\begin{array}{r} DAME \\ +\ MAS \\ \hline AMOR \end{array}$$

(Les 7 xifres son consecutives)

PROVA Nº 10.- A - EL CUB DE PRIMERS I



Als vèrtex del cub adjunt, col·loca els nombres del 0 al 7 per a que la suma dels dos de cadascuna de les arestes siga un nombre primer.

PROVA Nº 10.- B - EL CUB DE PRIMERS II

Als vèrtex del cub adjunt, col·loca els nombres del 0 al 7 per a que la suma dels quatre de cadascuna de les cares siga un nombre primer.

PROVA Nº 11.- A - TRIANGLE I

El perímetre d'un triangle rectangle és 30 i els seus costats a, b, c, verifiquen que: $a^2 + b^2 + c^2 = 338$. Trobar l'àrea del triangle.

PROVA Nº 11.- B - GRÀFICA

Dibuixa la gràfica dels punts del pla que verifiquen:

$$|X| + |X-Y| = 4$$

PROVA Nº 12.- A - LES EDATS DE LULÚ

Sóc Ara tres voltes més vell que ho era quan el meu germà tenia la meua edat. Quan tinga l'edat que el meu germà te ara, haurem viscut 96 anys entres els dos. Quines són les nostres edats ara?

PROVA Nº 12.- B - QUINA FESTA!

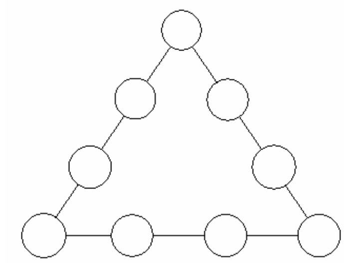
A una festa a la que assisteixen 600 joves, ballen en parelles el 15% de les xiques amb el 10% dels xics. Els demés ballen solts. Quants xics i quantes xiques assisteixen a la festa?

XI OLIMPÍADA MATEMÀTICA
PROVINCIA DE VALÈNCIA - FASE PROVINCIAL
13 DE MAIG DE 2000 - PROVA INDIVIDUAL

PROBLEMES NIVELL A (2on. ESO)

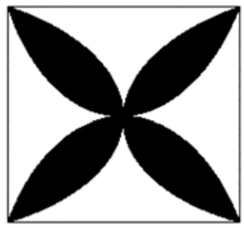
1.- TRIANGLE NUMÈRIC

Col·loca les xifres de l'1 al 9 als cercles del següent triangle, per a que la suma dels tres costats siga la mateixa. Troba totes les solucions possibles.



2.- ÀREA OMBREJADA

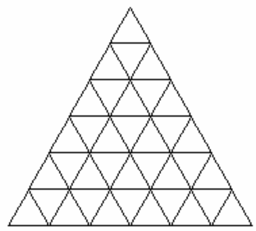
Calcula l'àrea ombrejada de la següent figura:



6 cm

3.- MASSA TRIANGLES

Quants triangles n'hi ha a la següent figura?. Quants tenen un vèrtex cap a dalt?. Quants tenen un vèrtex cap a baix?.

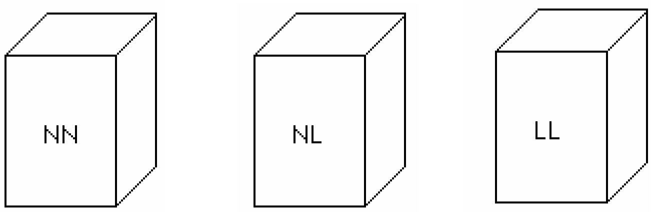


4.- UN LLIBRE

Per a numerar les pàgines d'un llibre es van utilitzar 1332 xifres. Quantes pàgines té el llibre?.

5.- CARAMELS

Tinc tres caixes idèntiques. Una conté caramels de taronja; l'altra, caramels de llima; i la tercera té caramels dels dos tipus. Porten etiquetes amb les referències NN, LL i NL, però cap caixa té l'etiqueta que li correspon. Raquel diu que si assenyala una caixa i jo li mostre un caramel d'eixa caixa, pot endevinar el contingut de totes les caixes. Es cert allò que diu Raquel?. Com pot fer-ho?.

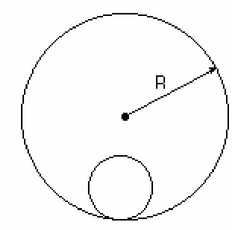


6.- MEDALLES

Cinc amics compren cinc medalles de preus diferents: 5, 25, 125, 625 i 3125 euros. En eixir de l'establiment sols els queden: 1 euro a Joan, 2 euros a Pau, 3 euros a Pere, 4 euros a Jaume i 5 euros a Claudi. Multiplicant cada quantitat gastada per la quantitat restant corresponent i sumant els cinc productes, resulta 9615. Quin preu ha pagat cadascun dels cinc amics per la seua medalla?

PROBLEMES NIVELL B (4RT. ESO)

1.- UNA MONEDA



Una moneda roda per dins d'una anella circular de radi R, de manera que la cara dibuixada en la mateixa (la del Rei Juan Carlos I), si quan comença a rodar està en posició normal, quan torna a la seua posició inicial a la primera volta està cap avall. Calcula el major radi possible de la moneda.

2.- PODER BLAU

En un planeta llunyà, cohabiten dues poblacions: els blaus i els verds. El 95% dels blaus són pobres, i el 95% dels pobres són blaus. Hi ha en aquest planeta una desigualtat social deguda a la raça?

3.- EL RELLOTGE DEFECTUÓS

Hi havia una volta un home que no tenia rellotge ni de pulsera, ni de butxaca, però en tenia un rellotge de paret molt exacte que sols es parava quan s'oblidava de donar-li corda. Quan açò passava, anava a casa d'un amic seu, passava la vesprada amb ell i en tornar a casa posava el rellotge en hora. Com és possible que fera això sense saber el temps que tardava en el camí? Explica el procediment que seguia per a posar el rellotge en hora.

4.- DOMINÓ

Com ja saps, en el joc del dominó hi ha 28 fitxes, totes distintes entre sí. El número de punts en cada part de la fitxa varia de 0 a 6, i pot repetir-se el mateix número de punts (fitxes dobles). Anem a jugar a elegir una fitxa del dominó a l'atzar i encertar el resultat. Per quina de les tres afirmacions següens creus que cal apostar i per què?

a.- De que la fitxa siga doble.
b.- De que la suma total de punts siga major que 8.
c.- La suma total de punts siga múltiple de 3.

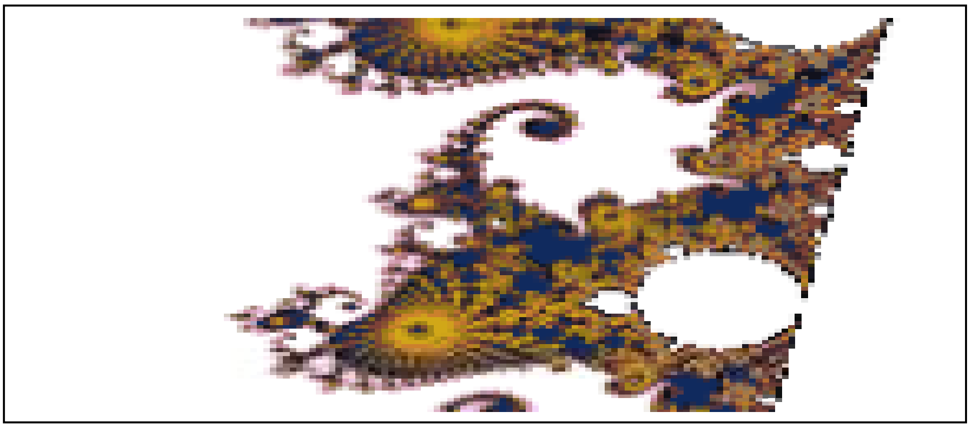
5.- QUIN VIATGE!

En el transcurs d'un viatge, la meitat de la distància la fem a una velocitat mitjana de 80 km/h. i l'altra meitat a una velocitat mitjana de 120 km/h. Quina és la velocitat mitjana de tot el viatge?

6.- QUADRAT MÀGIC

Distribueix el números de l'1 al 9 en un quadrat de 3X3 de tal forma que totes les línies, incloses les diagonals, sumen el mateix.

A aquest quadrat se li coneix com quadrat màgic d'ordre tres. Estrictament parlant, sols existeix un, però es pot representar de vuit formes distintes. Sabries trobar-les totes?



SEMCV AL KHWĀRIZMĪ

XI OLIMPÍADA MATEMÀTICA
PROVINCIA DE VALÈNCIA - FASE PROVINCIAL
13 DE MAIG DE 2000 - PROVA PER EQUIPS - VELOCITAT

PROBLEMES NIVELL A (2on. ESO)

PROVA Nº 1.- TANGRAM

Amb totes les peces d’un tangram construeix la següent figura:

Dibuixeu sobre la figura anterior la solució que obtingueu.

PROVA Nº 2.- CASELLES BUIDES

Si cada casella és la suma de les dues anteriors, completa les que estan buides.

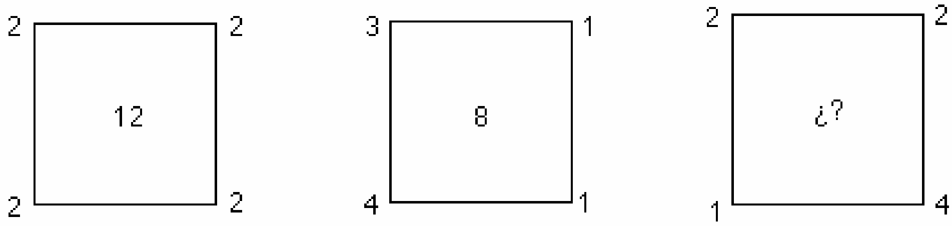
3				**9**

PROVA Nº 3.- ELS COFRES DEL TRESOR

Únicament en un dels cofres següents hi ha un tresor. Sabem que els tres enunciats dels cofres són falsos. On és el tresor?.

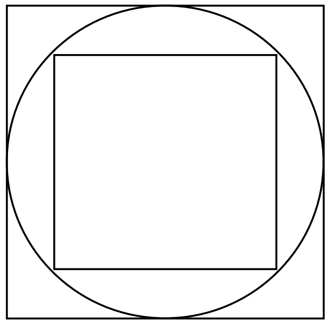
A	B	C
El tresor és a B	El tresor no és a C	El tresor és a A

PROVA Nº 4.- ¿QUIN NOMBRE FALTA?



PROVA Nº 5.- QUADRATS

La superfície del quadrat circumscrit en la circumferència és de 20 cm^2. Quina és la superfície del quadrat inscrit en la mateixa?



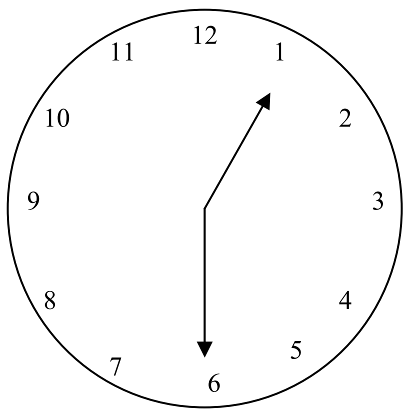
PROVA Nº 6.- QUADRAT MÀGIC

Completa les caselles del següent quadrat amb nombres d'una sola xifra (sense comptar amb el zero), de forma que totes les files, columnes i diagonals sumen el mateix.

	1	
		7
4		

PROVA Nº 7.- RELLOTGE

Quant mesura l'angle que formen les agulles del rellotge a l'hora que marca?



PROVA Nº 8.- TRIANGLE

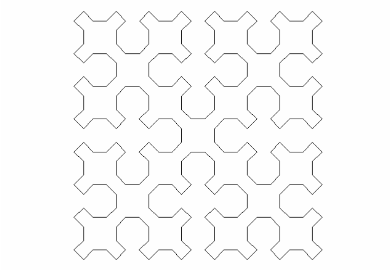
Es dibuixen tres semicircumferències sobre els costats d'un triangle de manera que estos són diàmetres de les semicircumferències. Si els semicercles tenen un àrea de 18π, 32π i 50π respectivament, quina és l'àrea del triangle?

PROVA Nº 9.- ANY 2000

Com sabeu, el dos mil és l'any mundial de les matemàtiques. Per cert, en quina xifra acaba 2^{2000}?

PROVA Nº 10.- AL-KHWARIZMI

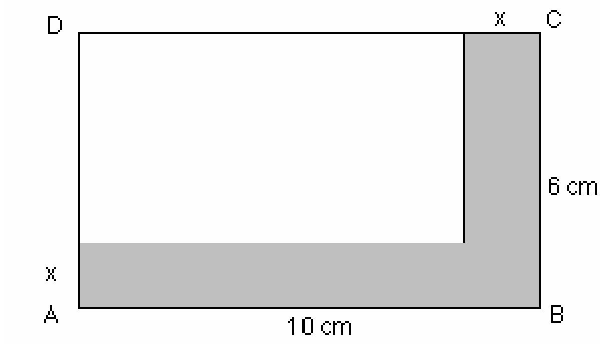
T'has fixat en el logotip de la Societat d'Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana Al-Khwarizmi? Com veus, és uina línia poligonal, que està formada per segments rectilinis. Si tots els segments foren de longitud 1 cm, quina seria la longitud total de la línia?



PROBLEMES NIVELL B (4RT. ESO)

PROVA Nº 1.- RECTANGLE

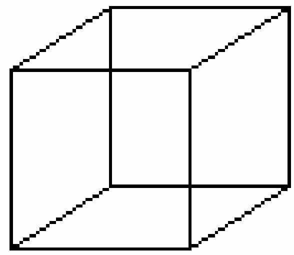
El rectangle ABCD té unes dimensions de 10 cm per 6 cm.



Es retallen els laterals ombrejats, ambdós d'amplitud x. Si les dimensions del rectangle resultant són els tres quarts de l'àrea de ABCD, calcula x.

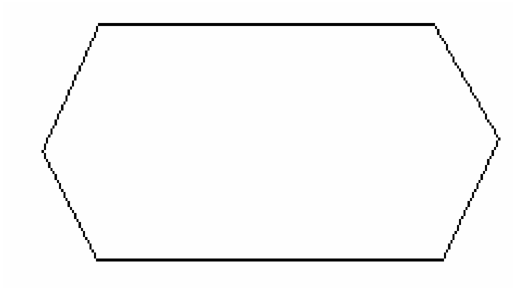
PROVA Nº 2.- EL CUB DE PRIMERS II

Als vèrtex del cub adjunt, col·loca els nombres del 0 al 7 per a que la suma dels quatre de cadascuna de les cares siga un nombre primer.



PROVA Nº 3.- TANGRAM

Amb totes les peçes d'un tangram construeix la següent figura:



PROVA Nº 4.- ¿QUIN NOMBRE FALTA?

7	**1**	**2**	**4**
5	**4**	**3**	**3**
11	**3**	**¿?**	**7**

PROVA Nº 5.- QUASIQUADRATS PERFETS

Un quadrat perfecte és un nombre natural que és el quadrat d'un altre enter. Per exemple, 25 i 49 són quadrats perfectes perquè $25 = 5^2$ i $49 = 7^2$.

A un quasiquadrat perfecte li falta una unitat per a ser quadrat perfecte. Per exemple, 24 i 48 són quasiquadrats perfectes. Però, amés a més de ser quasiquadrat, el 24 té la propietat de que el seu doble (48) és també quasiquadrat perfecte.

Quin és el següent número natural quasiperfecte tal que el seu doble és també quasiperfecte?

PROVA Nº 6.- RECTES

Determina tots els valors de C per a que les rectes

r: X - Y = 2

s: CX + Y = 3

es tallen en el primer quadrant.

PROVA Nº 7.- DEL 0 AL 9

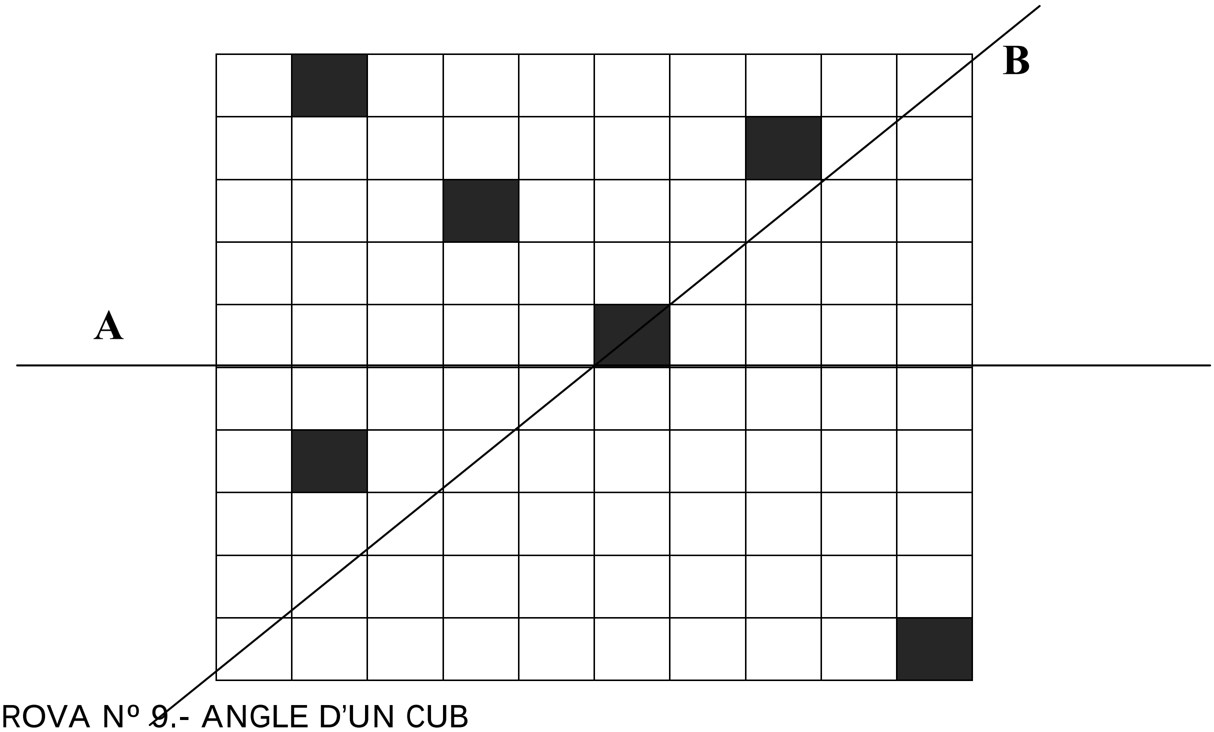
Escriu un dígit a cada casella de forma que el nombre de la primera casella indique la quantitat de zeros del total de caselles, el de la segona la quantitat d'uns, el tercer la quantitat de dosos, …el dècim la quantitat de nous.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Nota: El número que hi ha posat baix de cada casella únicament serveix per a indicar la xifra que estem contant, però que no intervindrà en el recompte.

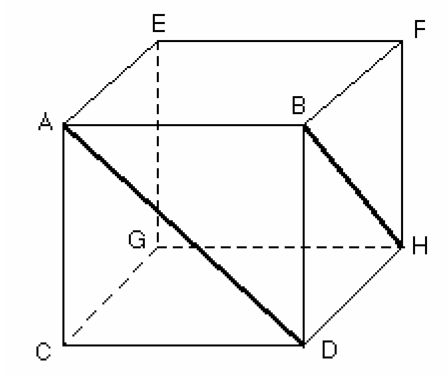
PROVA Nº 8.- SIMETRIES

Completa la següent quadrícula amb quadrats negres de forma que ens resulte una composició simètrica respecte dels dos eixos A i B.



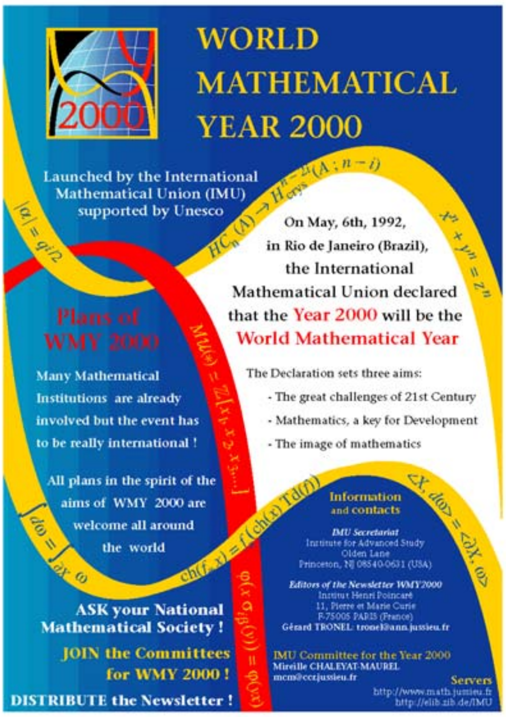
PROVA Nº 9.- ANGLE D'UN CUB

Les diagonals AD i BH en el següent cub estan en cares diferents, i per tant, en diferents plans. Tanmateix, entre elles formen un determinat angle. Calcula l'angle que formen.



PROVA Nº 10.- L'ANY 2000

Estem a l'any 2000, l'any internacional de les Matemàtiques. L'any que ve, el 2001, és el primer any del tercer mil·leni. Si multipliquem el nombre 2001 per un nombre format per 2000 xifres totes elles igual a 1, sabries calcular la suma de les xifres del resultat d'aquesta multiplicació?.

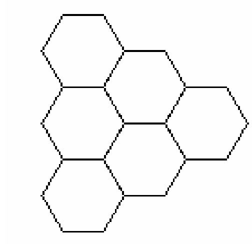


XI OLIMPÍADA MATEMÀTICA
PROVINCIA DE VALÈNCIA - FASE PROVINCIAL
13 DE MAIG DE 2000 - PROVA PER EQUIPS – RELLEUS
----------------------SOLUCIONS-------------------

PROBLEMES NIVELL A (2on. ESO)

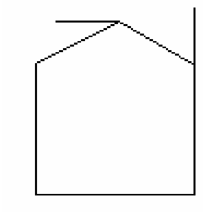
PROVA Nº 1.- A.- SEQÜÈNCIA I

La primera figura està formada per 3 polígons de 3 costats. La segona figura està formada per 4 polígons de 4 costats. La tercera figura està formada per 5 polígons de 5 costats. Aleshores , la figura te que ser una figura formada per 6 polígons de 6 costats, és a dir, DIFICULTAT: 10



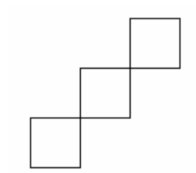
PROVA Nº 1.- B.- SEQÜÈNCIA II

La figura següent és:
DIFICULTAT: 10



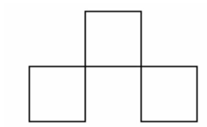
PROVA Nº 2.- A.- PALETS I

La solució és:
DIFICULTAT: 10



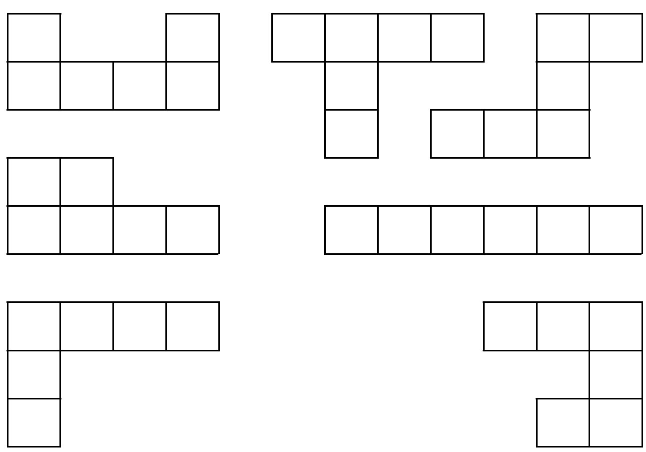
PROVA Nº 2.- B.- PALETS II

La solució és:
DIFICULTAT: 20



PROVA Nº 3.- A.- CUBS I

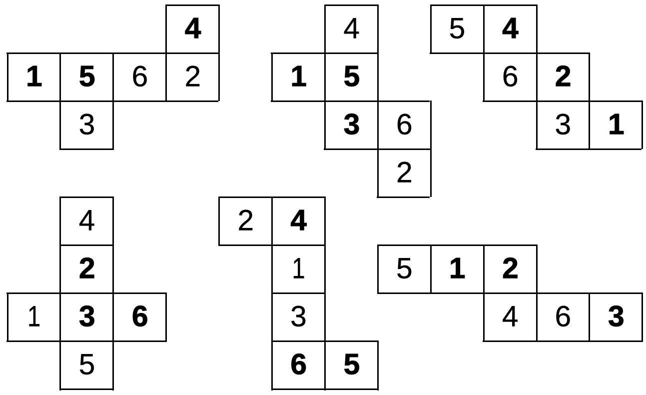
Els desenvolupaments plans que no donen com a resultat un cub són:



DIFICULTAT: 10

PROVA Nº 3.- B.- CUBS II

Les solucions són les següents:



DIFICULTAT: 10

PROVA Nº 4.- A.- TRIANGLE

L'àrea del triangle ADB es la meitat del àrea del triangle ABC, ja que té la mateixa alçaria i la seua base es meitat de la base del triangle ABC. (BD= BC / 2). DIFICULTAT: 10.

PROVA Nº 4.- B.- UN ANGLE

L'angle BAC mesura 60º, ja que la secció obtinguda al retallar el cub pel pla que passa pels vèrtex A, B i C és un triangle equilàter. DIFICULTAT: 10.

PROVA Nº 5.- A.- RELLOTGES

Posem els dos rellotges simultàniament. Quan el de 3 minuts es buida, comencem a cuinar el plat. Quan el rellotge de 8 minuts es buida, el tornem a posar. Quan aquest rellotge es buida, acabem de cuinar el plat. DIFICULTAT: 10.

PROVA Nº 5.- B.- LA LLET

Omplim en primer lloc la gerra de 3 litres. Després passem el contingut d'aquesta gerra a la de 5 litres. Així ens resta una capacitat de 2 litres en aquesta gerra. A continuació tornem a omplir la gerra de 3 litres i després passem 2 litres d'aquesta gerra a la de 5 litres. D'aquesta forma tenim exactament un litre de llet a la gerra de 3 litres. DIFICULTAT: 10.

PROVA Nº 6.- A.- BOTONS!

La solució és 51 botons rojos. DIFICULTAT: 20

PROVA Nº 6.- B.- L'ESCALETA

La solució és 27 esglaons. DIFICULTAT: 20

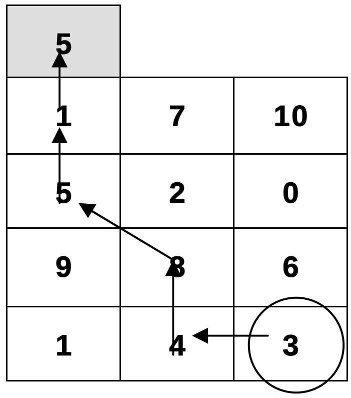
PROVA Nº 7.- A.- QUIN TRONC!

La solució és 1 metre: es pot resoldre plantejant l'equació X=3X-2, d'on X=1. DIFICULTAT: 10.

PROVA Nº 7.- B.- TENIS

Han de fer-se 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 127 partits. DIFICULTAT: 10

PROVA Nº 8 - A.-RECORREGUT NUMÈRIC



DIFICULTAT: 20

PROVA Nº 8 - B.-ELS FILLS DE FILIBERT

El tercer fill diu la veritat. Els demés germans diuen mentides. DIFICULTAT: 30.

PROVA Nº 9.- A.- FENT CANVIS I

Siguen: x = cabra, y = mul, z = cavall, u = potre. Aleshores, es compleix:

$$\left.\begin{array}{l} x+y=z \\ y=x+u \\ 3u=2z \end{array}\right\}$$. De la segona equació tenim: u = y – x . Substituint z i u en la tercera equació ens resultarà: $3\cdot(y-x)=2\cdot(x+y)\rightarrow 3y-3x=2x+2y\rightarrow y=5x$

Per tant, un mul es canvia per 5 cabres. DIFICULTAT: 20

PROVA Nº 9.- B.- FENT CANVIS II

La solució es totalment anàloga a la de la prova anterior. Es a dir, una llança equival a 5 collars. DIFICULTAT: 20.

PROVA Nº 10.- A.- POLÍGONS MISTERIOSOS I

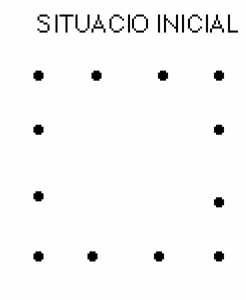
A la caixa A hi ha un hexàgon regular, a la caixa B hi ha un triangle equilàter i a la caixa C hi ha un quadrat. DIFICULTAT: 10.

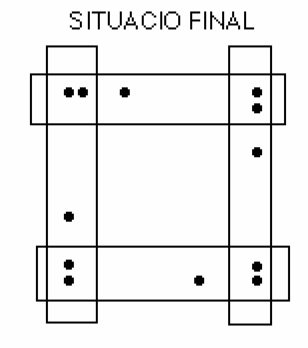
PROVA Nº 10.- B.- POLÍGONS MISTERIOSOS II

A la caixa A hi ha un triangle equilàter, a la caixa B hi ha un quadrat i a la caixa C hi ha un hexàgon regular. DIFICULTAT: 10.

PROVA Nº 11.- A.- MONEDES MISTERIOSES I

Cal posar dos monedes als vèrtex, una dalt de l'altra. Així:

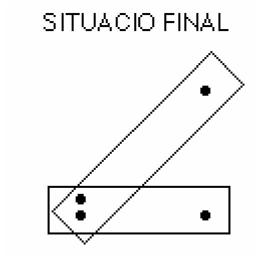




DIFICULTAT: 30.

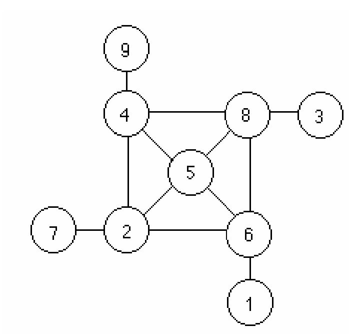
PROVA Nº 11.- B.- MONEDES MISTERIOSES II

Cal posar una moneda qualsevol dalt d'una altra. Així:



DIFICULTAT: 30.

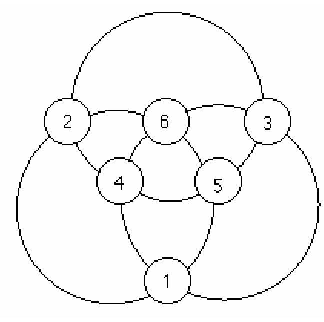
PROVA Nº 12.- A.- ANEM SUMANT I



DIFICULTAT: 20

PROVA Nº 12.- B.- ANEM SUMANT II

DIFICULTAT: 20



PROVA Nº 13.- A.- L'ALTURA MITJANA

La solució és: $5 \times 197 - 208 + 203 = 980$. Aleshores, la nova mitjana és $980 / 5 = 196$ cm. DIFICULTAT: 20.

PROVA Nº 13.- B.- LA NOTA MITJANA

La nota mitjana és 8. DIFICULTAT: 20.

PROVA Nº 14.- A.- UNA XIFRA EN CADA CASELLA I

$$\frac{18}{36} \qquad \frac{27}{54}$$

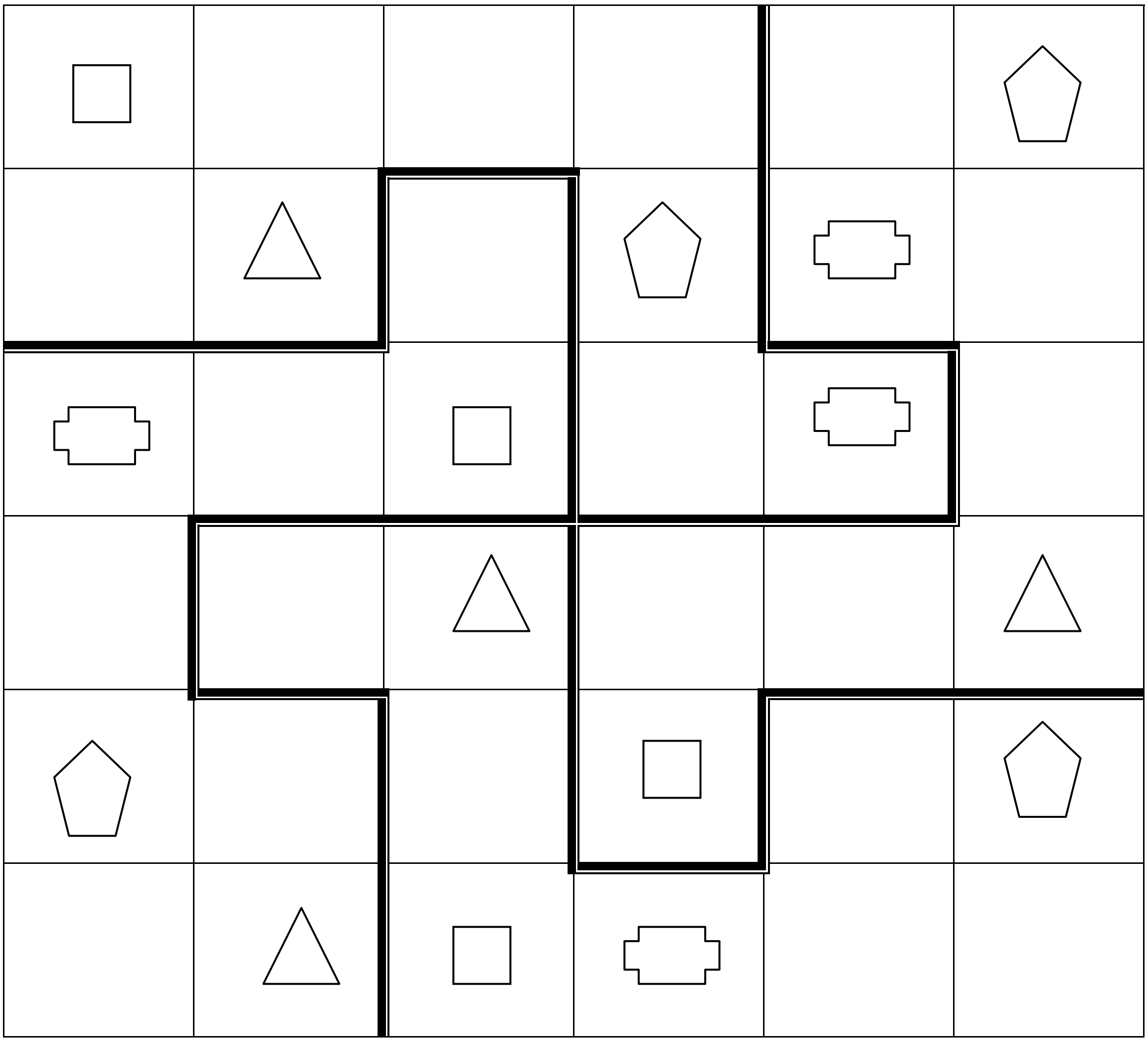
DIFICULTAT: 20.

PROVA Nº 14.- B.- UNA XIFRA EN CADA CASELLA II

$$\frac{5}{30} = \frac{697}{4182} = \frac{1}{6}$$

DIFICULTAT: 20

PROVA Nº 15.- A.- QUADRAT



DIFICULTAT: 40

PROVA Nº 15 - B.-UNA DIANA

A la següent taula presentem algunes solucions:

SECTOR 18	SECTOR 14	SECTOR 12	SECTOR 8	PUNTUACIÓ TOTAL
1	1	3	4	$1\times18+1\times14+3\times12+4\times8=100$
0	0	7	2	$7\times12+2\times8=100$
0	4	1	4	$4\times14+1\times12+4\times8=100$

DIFICULTAT: 50

PROBLEMES NIVELL B (4rt. ESO)

PROVA Nº 1.- A.- TRIANGLE ENTRE RECTES

El triangle ABC tindrà de base AB i d'altura la distància que hi ha entre les rectes paral·leles, per la qual cosa, tots els triangles que puguem construir amb el vèrtex C sobre la recta paral·lela tindran la mateixa àrea. La solució és que no hi haurà triangle d'àrea màxima i pot ser qualsevol punt de la recta paral·lela.

PROVA Nº 1.- B.- UN TRIANGLE

A la vista del que mesuren els quadrats que envolten al triangle, podem assegurar que el triangle és rectangle: $9^2 + 12^2 = 15^2$. Això implica que si considerem com a base del triangle un dels catets, l'altre serà l'altura, i per tant la seua àrea serà: $(9 \times 12) / 2 = 108/2 = 54\ cm^2$.

PROVA Nº 2.- A.- L'EQUACIÓ DEL SOLITARI

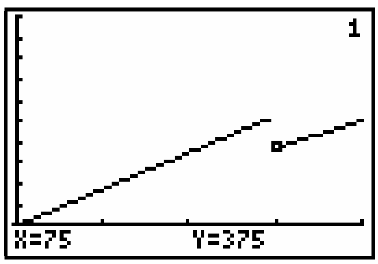
Es compleix: $A=a^2-(a-1)\cdot(a+1)=a^2-(a^2-1)=1$. La solució es, per tant, 1. DIFICULTAT: 20

PROVA Nº 2.- B.- PRODUCTE ALFABÈTIC

El resultat del producte es 0, ja que n'hi ha un factor igual a 0, que és (x-x). DIFICULTAT: 20

PROVA Nº 3.- A.- FOTOCÒPIES

Si volem fotocopiar les 58 pàgines, ens costaria 406 ptes., però si observem les condicions, a partir de 75 fotocòpies ens por resultar més barat. De fet, si fem 74 fotocòpies ens costarà 518 ptes. però si ne fem 75 ens costarà 375 ptes. La solució serà fer les 58 fotocòpies del treball, i un full qualsevol el fotocopiem 17 voltes, amb la qual cosa haurem fet 75 fotocòpies, i ens sobraria 10 ptes. per a pipes. Si observem la gràfica que ens representa la situació, veiem clarament que en el punt 75 es produeix el bot.



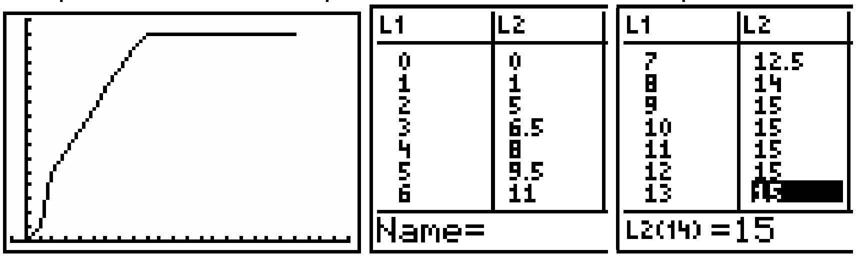
PROVA Nº 3.- B.- PARKING

a.- Com està durant 2 h. 15 m., i en el període de 7 a 14 h, aleshores pagarà 0+1+4 = 5 €.

b.- Si entra a les 13 h, la primera hora és gratis, la segona està fora del període 7 h. – 14 h., aleshores el preu per hora és de 1.5 €. Aleshores pagaria 3 €.

c.- Si entra a les 20:55 h. i es queda el mateix temps, eixiria a les 23:10, i el preu a pagar seria 4.5 €.

d.-



PROVA Nº 4.- A.- QUINA DIVISIÓ!

La solució és 13.

PROVA Nº 4.- B.- ORDENA ENTERS!

La solució és el número 3.

PROVA Nº 5.- A.- L'ANGLE DESCONEGUT

La solució és 15º.

PROVA Nº 5.- B.- RECTANGLE

La solució és 50 cm.

PROVA Nº 6.- A.- PENTAMINÓS

e	a	i	o	i
u	e	u	e	o
o	i	a	o	a
i	u	e	a	i
a	o	u	e	u

e	a	i	o	i
u	e	u	e	o
o	i	a	o	a
i	u	e	a	i
a	o	u	e	u

e	a	i	o	i
u	e	u	e	o
o	i	a	o	a
i	u	e	a	i
a	o	u	e	u

e	a	i	o	i
u	e	u	e	o
o	i	a	o	a
i	u	e	a	i
a	o	u	e	u

e	a	i	o	i
u	e	u	e	o
o	i	a	o	a
i	u	e	a	i
a	o	u	e	u

PROVA Nº 6.- B.- DOS PER FILA

Una de les possibles solucions és:

☻				☻	
		☻			☻
	☻	☻			
				☻	☻
	☻		☻		
☻			☻		

PROVA Nº 7.- A.- NOMBRES SECRETS

Si anomenem a, b i c als nombres secrets, tenim que en cada costat estan els valors a+b, b+c i a+c. Quan sumem els valors que hi ha en els tres costats, el resultat ens dona 2a+2b+2c. Aleshores, si dividim per dos ens quedaria la suma dels tres nombres secrets, per la qual cosa, per a saber el valor de cada nombre secret, restarem el valor del costat oposat. Així, un mètode fàcil seria sumar el valor dels tres costats, dividir per dos, i al resultat, anar restant el valor de cada costat: 11+18+27=56, 56/2=28. Els nombres secrets són: 28-27= 1; 28-18=10, 28-11=17.

PROVA Nº 7.- B.- QUINS NOMBRES?

Busquem un número de 2 xifres i un altre de 3. Les unitats del de 2 xifres son 5 i les desenes del de 3 xifres també. Per tant, ∗50 + ∗5 = 715. Així, els números buscats son 650 i 65. DIFICULTAT: 10.

PROVA Nº 8.- A.- ELS PERIÒDICS

A la vista de l'esquema, i per la informació donada, tenim que el 58% dels adults és lector, per la qual cosa serà la suma dels percentatges, és a dir,

58=L + EP + LP – (L EP) - (L LP) - (LP EP) + (L EP LP) = 28+25+20-11-3-2+X

Aleshores, x = 1%

PROVA Nº 8.- B.- PLUJA

Per les dades donades, tenim que 631=(P1983+P1984+...+P1992)/10

601=(P1994+P1995+...+P1993+P1993)/10

Aleshores, 6310= P1983+P1984+...+P1992

6010= P1994+P1995+...+P1993+P1993,

aleshores, 6310-6010=P1983-P1993

o siga, 300 = P1983 – 450. Per tant, la solució és que P1983=750 mm.

PROVA Nº 9.- A.- CRIPTOGRAMES I

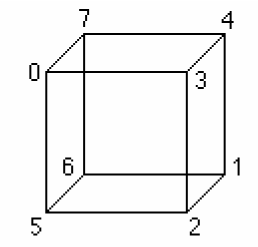
Hi ha tres solucions: UNO = 741, ONCE = 1482 / UNO = 751, ONCE = 1502 / UNO = 871, ONCE = 1742. DIFICULTAT: 30.

PROVA Nº 9.- B.- CRIPTOGRAMES II

Hi ha dos solucions: DAME = 8963, MAS = 694, AMOR = 9657 / DAME = 8964, MAS = 693, AMOR = 9657. DIFICULTAT: 30.

PROVA Nº 10.- A.- EL CUB DE PRIMERS I

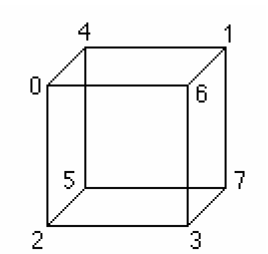
La solució és:

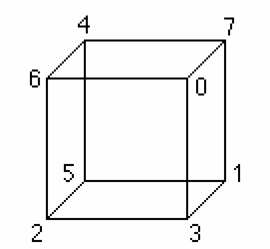


DIFICULTAT: 30

PROVA Nº 10.- B.- EL CUB DE PRIMERS II

La solució és:





DIFICULTAT: 30

PROVA Nº 11.- A.- TRIANGLE

A partir de les equacions: $a^2+b^2+c^2=338$

$a+b+c=30$

$a^2+b^2=c^2$

Tenim que $2c^2=338$ per tant $c^2=169$, $c=13$. Aleshores, el sistema es redueix a:

$a+b=17$

$a^2+b^2=169$. Per substitució, obtenim l'equació: $a^2+(17-a)^2=169$, $2a^2-34a+120=0$ que ens dona com a solucions 12 i 5. Aleshores, els costats mesures 5, 12 i 13. Per tant, l'àrea demanada val 30 u^2.

PROVA Nº 11.- B.- GRÀFICA

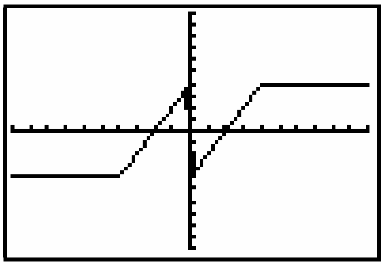
Busquem aquells punts de coordenades (X,Y) que verifiquen l'expressió donada. Això implica considerar el signe de les expressions que hi ha entre les barres del valor absolut:

a) x>0, x>y, aleshores tenim al substituir que x+x-y=4, per tant, estos punts estan sobre la recta y=2x-4

b) x>0, x<y, aleshores x-x+y=4, estaran sobre la recta y=4

c) x<0, x>y, aleshores –x+x-y=4, son els punts de la recta y=-4

d) x<0, x<y, aleshores –x-x+y=4, son els punts de la recta y=2x+4



PROVA Nº 12.- A.- LES EDATS DE LULÚ

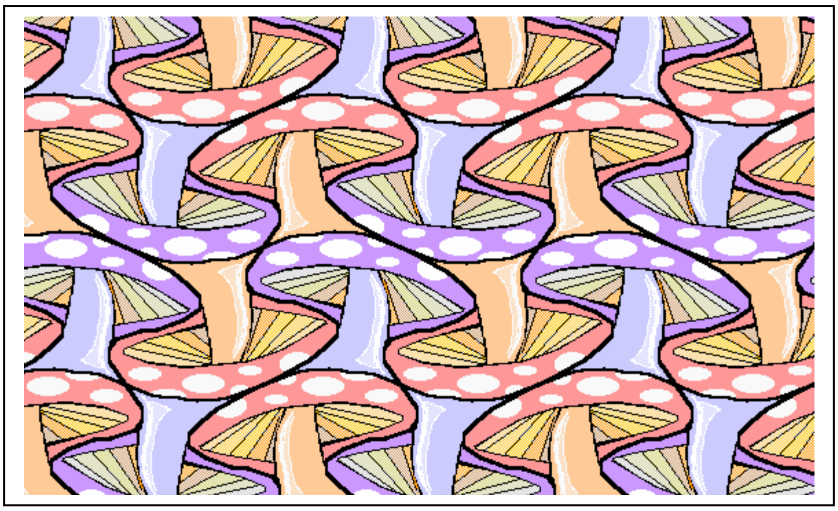
	Abans	Ara	Després
Jo	X	3X	5X
Germà	3X (la diferència entre els dos és de 2X)	3X+2X=5X	5X+2X=7X

5X+7X=96, aleshores X=8. Per tant, ara tinc 3X=24 anys i el meu germà te 5X=40 anys.

PROVA Nº 12.- B.- QUINA FESTA!

Es tracta de resoldre el següent sistema d'equacions: X+Y=600

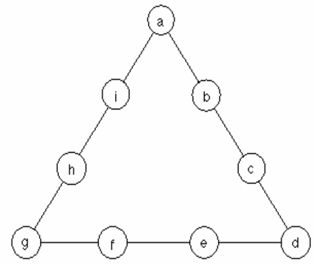
15X/100 = 10X/100. La solució del sistema ens dona 240 xiques i 360 xics.



XI OLIMPÍADA MATEMÀTICA
PROVINCIA DE VALÈNCIA - FASE PROVINCIAL
13 DE MAIG DE 2000 - PROVA INDIVIDUAL
-------------------SOLUCIONS---------------------

PROBLEMES NIVELL A (2on. ESO)

1.- TRIANGLE NUMÈRIC



Per a les condicions del problema, si anomenem x a la suma dels quatre números situats a cada costat del triangle, es compleixen les següents igualtats:
Sumant les tres igualtats: $a+b+c+d+e+f+g+h+i+(d+g+a)=3x$.

Ara bé, la suma $a + b + c + d + e + f + g + h + i$ és igual a la suma, possiblement en ordre diferent, dels 9 primers números naturals, es a dir, es compleix: $a+b+c+d+e+f+g+h+i=1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$.
Per tant: $45 + (a + d + g) = 3x$. D'on: $a + d + g = 3x - 45$.

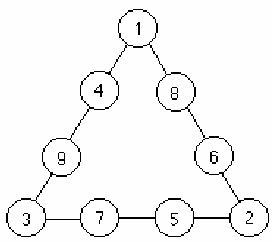
D'altra banda, es compleix que $1+2+3\leq a+d+g \leq 7+8+9$; es a dir: $6 \leq a+d+g \leq 24$.
Com $3x - 45$ és multiple de 3 i deu estar comprés entre 6 i 24, resulta que el valors possibles de $a + d + g$ són: 6, 9, 12, 15, 18, 21 i 24.

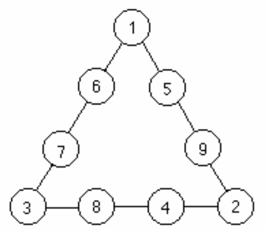
Per a cada valor de $a + d + g$ calculem el corresponent valor de x:

Valors de a+d+g	6	9	12	15	18	21	24
Valors de x	17	18	19	20	21	22	23

A continuació fem proves en cadascun dels casos que es presenten:

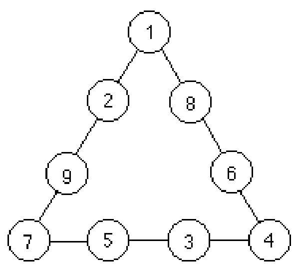
1) $a+d+g=6$ i $x=17$. Tenim dues solucions:

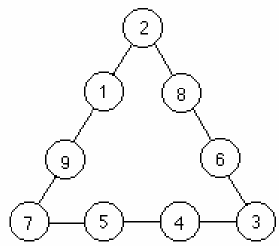




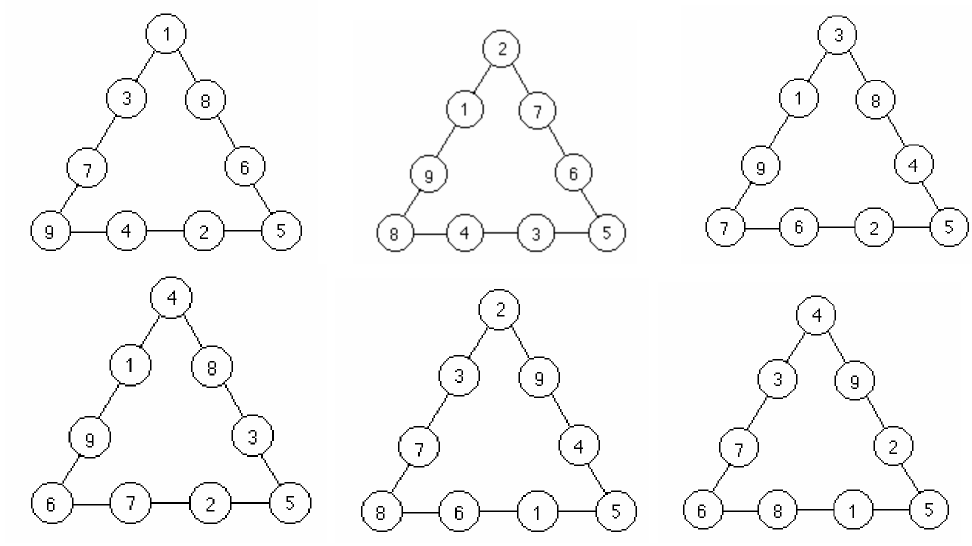
2) $a+d+g=9$ i $x=18$. En aquest cas no hi ha solucions.

3) $a+d+g=12$ i $x=19$. Tenim dues solucions:

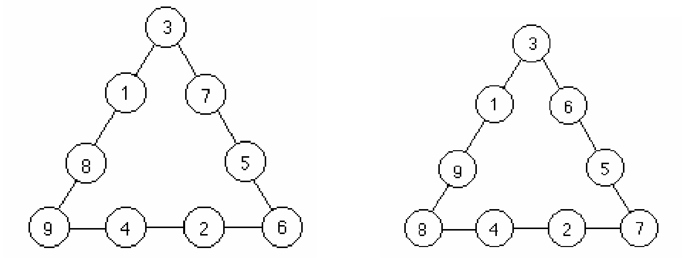




4) a+d+g=15 i x=20. En aquest cas tenim 6 solucions:

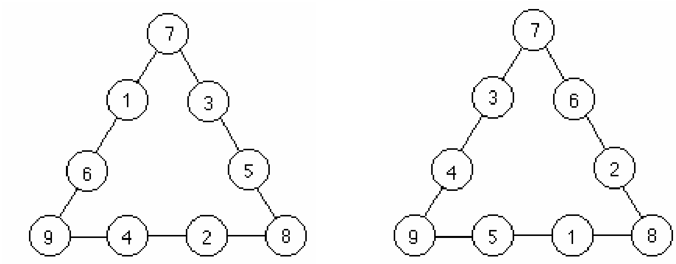


5) a+d+g=18 i x=21. Hi ha dues solucions:



6) a+d+g=21 i x=22. En aquest cas no hi ha solucions.

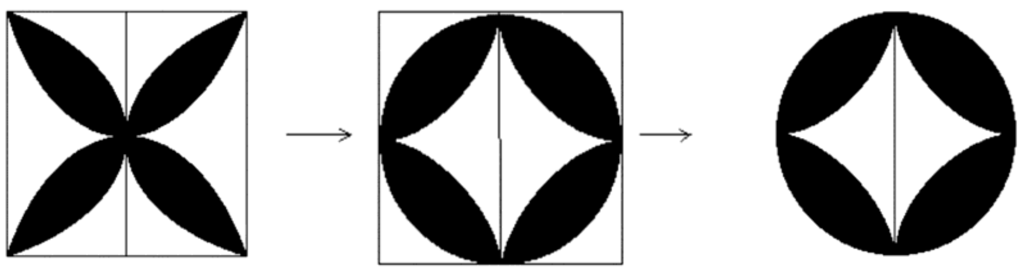
7) a+d+g=24 i x=23. Ara hi ha dues solucions:



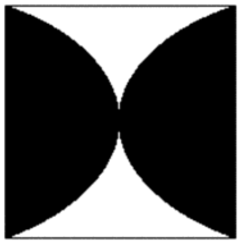
Per tant, en total, hi ha 14 solucions, sense comptar les que resulten de fer simetríes o girs de les solucions proposades.

2.- ÀREA OMBREJADA

Si tallem el quadrat per la meitat i traslladem, podem observar que l'àrea ombrejada, S, és igual a l'àrea del circle inscrit al quadrat menys l'àrea blanca, B, de l'interior del circle.



Ara bè, aquesta àrea blanca, B, és igual al àrea del quadrat menys l'àrea del circle inscrit, tal com podem comprovar a la següent figura.



Per tant: S= àrea circle inscrit – (àrea quadrat – àrea circle inscrit).

Es a dir: S= 2 × àrea circle inscrit – àrea quadrat.

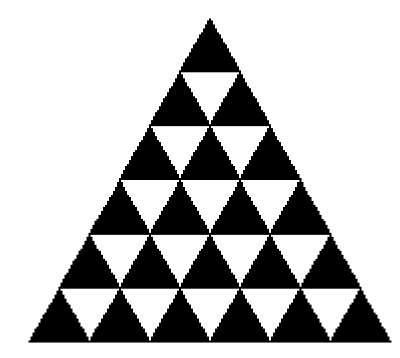
Com el circle inscrit té 3 cm de radi i el quadrat té 6 cm de costat, es compleix:

$$S= 2\cdot\pi\cdot 3^2 - 6^2 = 18\cdot\pi - 36 = 18\cdot(\pi-2) \approx 20{,}55\ \text{cm}^2 .$$

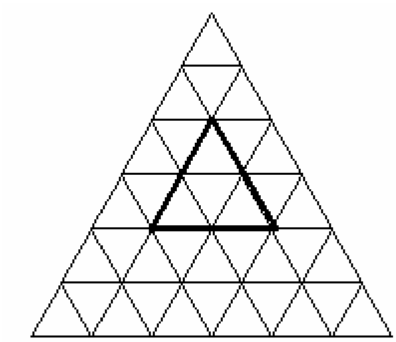
3.- MASSA TRIANGLES

Contem primer els triangles amb un vèrtex cap a dalt:

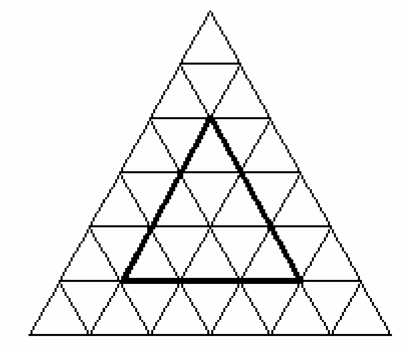
De costat 1 hi ha 1+2+3+4+5+6=21.



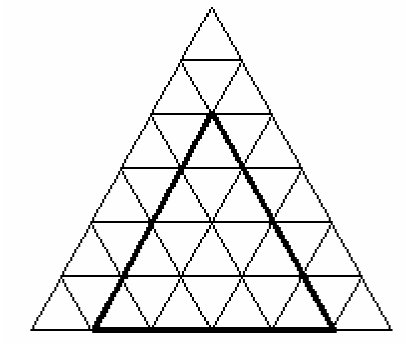
De costat 2 hi ha 1+2+3+4+5=15



De costat 3 hi ha 1+2+3+4=10

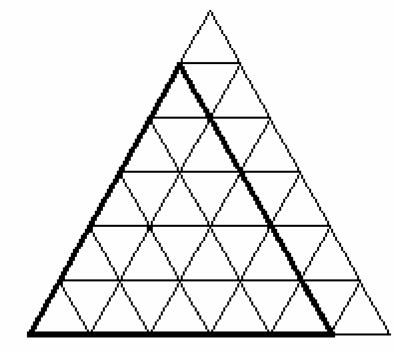


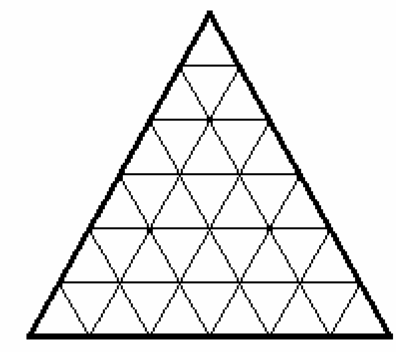
De costat 4 hi ha 1+2+3=6



De costat 5 hi ha 1+2=3

De costat 6, hi ha 1

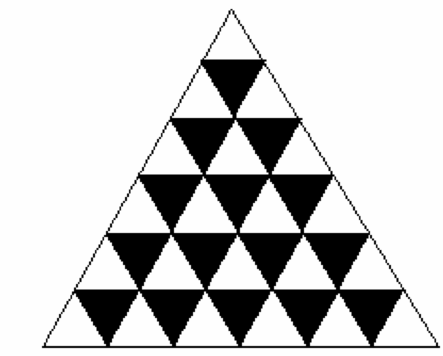




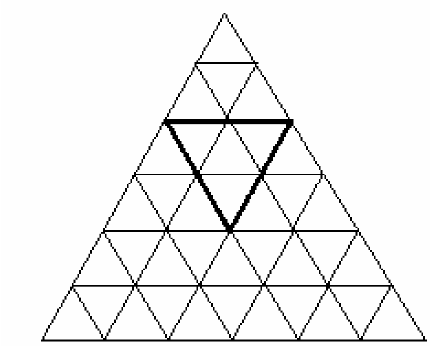
Per tant, hi ha 1 + 3+ 6 + 10 + 15 + 21 = 56 triangles amb un vèrtex cap a dalt.

Comptem ara el triangles que tenen un vèrtex cap a baix:

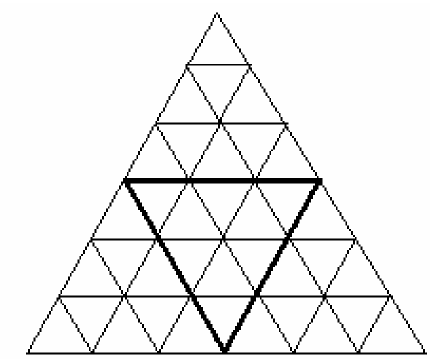
De costat 1 hi ha 1+2+3+4+5=15



De costat 2 hi ha 1+2+3=6



De costat 3 hi ha 1



Per tant, hi ha 1 + 6 + 15 = 22 triangles amb un vèrtex cap a baix.

Finalment, hi ha 56 + 22 = 78 triangles en total.

4.- UN LLIBRE

Anem a contar el número de xifres emprades segons el número de pàgines del llibre. Per exemple, si tenim un llibre de 9 pàgines, cada pàgina té unicament una xifra i, en total, hi ha 9 xifres. Si el llibre té 99 pàgines, les 9 primeres utilitzen 9 xifres i les 90 pàgines següents utilitzen 2 xifres cada pàgina, es a dir, $2\times90=180$

xifres. Per tant, en total, són 180 + 9 = 189 xifres. Així, podem construir la següent taula:

Nº de xifres	Interval de pàgines	Pàgines amb eixe nº de xifres	Xifres emprades	Total acumulat
1	de l'1 al 9	9	9	9
2	del 10 al 99	90	180	189
3	del 100 al 999	900	2700	2889

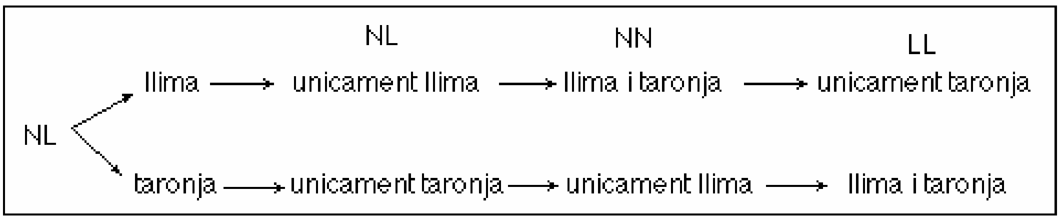
Com hem emprat 1332 xifres, és clar que com a màxim hem utilitzat números de 3 xifres. Aquestos números de tres xifres ocupen 1332–189=1143 xifres. I com tots ells són de 3 xifres, n'hi ha 1143 / 3 = 381 números d'aquest tipus. Es a dir, tenim 381 pàgines amb números de 3 xifres. Com ja hi havíen 90 amb 2 xifres i 9 amb 1 xifra, en total tenim 9 + 90 + 381 = 480 pàgines. Per tant, el llibre té 480 pàgines.

5.- CARAMELS

Raquel em dona la caixa amb l'etiqueta NL i em demana que li mostre un caramel de la caixa. El raonament de Raquel és el següent:

a) Si el caramel és de llima, la caixa NL conté únicament caramels de llima i la caixa amb l'etiqueta NN té caramels de llima i de taronja (ja que no pot tindre únicament de taronja). Per tant, la caixa amb l'etiqueta LL té caramels de taronja a soles.
b) Si el caramel és de taronja, la caixa NL conté únicament caramels de taronja i la caixa amb l'etiqueta LL té caramels de llima i de taronja (ja que no pot tindre únicament de llima). Per tant, la caixa amb l'etiqueta NN té caramels de llima a soles.

En resum:



6.- LES MEDALLES

La solució més senzilla consisteix en tractar el problema amb numeració en base 5, ja que el preu de cada medalla és una potència de 5. Així, 9615 s'escriu aleshores com 301430. Per tant, $9615= 2\cdot3125+5\cdot625+1\cdot125+4\cdot25+3\cdot5$ Joan ha pagat per la seua medalla 125, Pau 3125, Pere 5, Jaume 225 i Claudi 625 euros.

PROBLEMES NIVELL B (4rt. ESO)

1.- UNA MONEDA

Per a que es complisca la condició del problema ha de ser L=1'5·l, on L es la longitud del cercle gran i l la longitud del cercle de la moneda. Aleshores, $2 \times \pi \times R = 1'5 \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \rightarrow R = 1'5 \cdot r$. Per tant, $r = \frac{2}{3} \cdot R$. DIFICULTAT: 50.

2.- PODER BLAU

Es tracta de comparar el percentatge de pobres entre els blaus (95%) amb el percentatge de pobres entre els verds. Es pot actuar de la següent manera:

1.- Se suposa que els verds representen el 5% de la població total. Calcular el percentatge de pobres entre els verds i concloure.

Si treballem en termes de probabilitat, la informació donada es pot expressar de la següent manera: P(B/P)=0.95, P(P/B)=0.95. El percentatge de pobres entre els verds l'obtindrem de calcular $P(P/V)=P(P \cap V)/P(V)$. Com no sabem el percentatge de la població que són verds ni blaus, anem a suposar que P(V)=0.05, aleshores, P(B)=0,95
Com $P(P/B)= P(P \cap B)/P(B)$, tenim que $P(P \cap B)=P(P/B)P(B)=0.95 \cdot 0.95 = 0.9025$.
Com P(B)=0.95, aleshores, $P(NP \cap B)=P(B) - P(P \cap B)$ 0.95-0.9025=0.0475.
Com sabem que $P(B/P)= P(P \cap B)/P(P)$, aleshores, $P(P)= P(P \cap B)/P(B/P)=0.9025/0.95=0.95$.
Per tant, $P(P \cap V) = P(P) - P(P \cap B)=0.95-0.9025=0.0475$. Sols ens falta per saber $P(NP \cap V)=0.0025$. Aleshores, $P(P/V)=P(P \cap V)/P(V) = 0.0475/0.05=0.95$.
El resultat que obtenim ens diu que si el percentatge de la població total de verds és del 5%, aleshores en els dues poblacions hi ha el mateix percentatge de pobres.

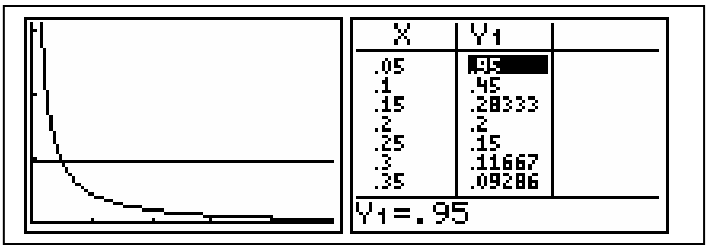
	B	V	
P	0.9025	0.0475	0.95
NP	0.0475	0.0025	0.05
	0.95	0.05	1

2.- Generalització. Resoldre i discutir el problema suposant que el percentatge de verds en la població és t%.

Fent els mateixos càlculs que abans, i suposant que P(V)=t, la taula de contingència ens queda de la següent manera:

	B	V	
P	0.95(1-t)	0.05(1-t)	t
NP	0.05(1-t)	1.05t-0.05	1-t
	t	1-t	1

Per tant, si volem calcular P(P/V)=P(P $\cap$ V)/P(V) = 0.05(1-t)/t. Si representem la funció anterior observem que a mesura que augmenta el valor de t, el percentatge de la població pobra entre els verds va disminuint. De fet, únicament quan P(V)=0.05 el percentatge de pobre en les dues poblacions és la mateixa, el 95%. A partir d'ací, quan augmenta el percentatge de verds, disminueix el percentatge de pobres dins de la població verda, tal i com observem en la taula de valors. Per tant, la conclusió haurà de ser que efectivament es pot pensar que hi ha una certa desigualtat social deguda a la raça en el cas de que el percentatge de la població verda respecte del total s'allunye del 5%, tant per dalt com per baix.



3.- EL RELLOTGE DEFECTUÓS

En eixir de casa donava corda al rellotge, i apuntava l'hora. Quan arribava a casa del seu amic, apuntava l'hora que era en eixe moment, i quan se'n anava tornava a apuntar-la. Quan arribava a casa mirava el rellotge i així sabia quant de temps havia estat fora de casa. Restant d'això el temps que havia estat en casa de l'amic, podia calcular el que havia tardat en anar i vindre; sumant la meitat d'eixe temps a l'hora que era quan va eixir de casa del seu amic, obtenia l'hora que era en eixe moment.

4.- DOMINÓ

a.- P(la fitxa siga doble) = 7/28 = 0.25
b.- P(suma major que 8) = 6/28 = 0.21
c.- P(la suma siga múltiple de 3) = 10/28 = 0.36

Com que el succés més probable és obtenir una fitxa amb la suma de punts múltiple de 3, cal apostar per aquest resultat.

5.- QUIN VIATGE!

Anomenem "e" a l'espai total recorregut en el viatge. Si obtenim el temps emprat en cada tram del viatge, veiem per la fórmula de càlcul de la velocitat mitjana que:

$$t_1 = \frac{e/2}{80} = \frac{e}{160} \qquad t_2 = \frac{e/2}{120} = \frac{e}{240}$$

Aleshores, la velocitat mitjana total serà:

$$v = \frac{e}{t_1 + t_2} = \frac{e}{\frac{e}{160} + \frac{e}{240}} = \frac{e}{\frac{3e+2e}{480}} = \frac{480e}{5e} = 96 \text{ Km/h.}$$

6.- QUADRAT MÀGIC

2	7	6
9	5	1
4	3	8

4	9	2
3	5	7
8	1	6

8	3	4
1	5	9
6	7	2

6	1	8
7	5	3
2	9	4

4	3	8
9	5	1
2	7	6

8	1	6
3	5	7
4	9	2

6	7	2
1	5	9
8	3	4

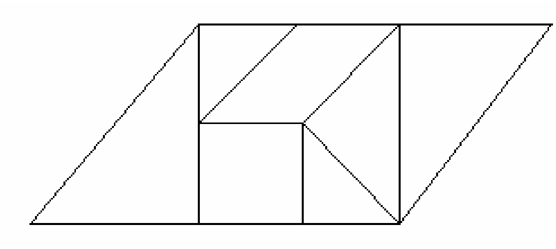
2	9	4
7	5	3
6	1	8

SEMCV AL KHWĀRIZMĪ

XI OLIMPÍADA MATEMÀTICA
PROVINCIA DE VALÈNCIA - FASE PROVINCIAL
13 DE MAIG DE 2000 - PROVA PER EQUIPS – VELOCITAT
---------------------SOLUCIONS------------------

PROBLEMES NIVELL A (2on. ESO)

PROVA Nº 1.- TANGRAM



DIFICULTAT: 30.

PROVA Nº 2.- CASELLES BUIDES

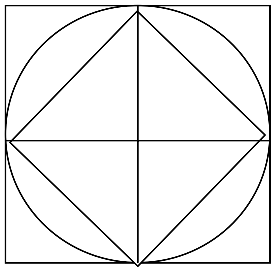
3	X	X+3	2X+3	**9**

3X+6=9 aleshores, X=1

PROVA Nº 3.- ELS COFRES DEL TRESOR

Si el tresor estiguera al cofre A, aleshores l'enunciat del cofre C seria cert, la qual cosa no és possible. Si el tresor estiguera al cofre B, aleshores l'enunciat del cofre A seria cert, la qual cosa no és possible. Per tant, el tresor es troba al cofre C. DIFICULTAT: 30.

PROVA Nº 4.- ¿QUIN NOMBRE FALTA?



El nombre que falta és 4. DIFICULTAT: 10

PROVA Nº 5.- QUADRATS

Si girem el quadrat interior 45º, observem clarament que la seua superfície és exactament la meitat de la quadrat circumscrit. Aleshores, la seua superfície serà de 10 cm^2.

PROVA Nº 6.- QUADRAT MÀGIC

8	**1**	6
3	5	**7**
4	9	2

PROVA Nº 7.-RELLOTGE

Com marca la una i mitja, l'agulla menuda ha recorregut la meitat de la distància entre 1 i 2, és a dir, 2'5 minuts. Com 360º/60=6º, per minut, aleshores, entre les dues agulles hi ha 22'5·6º=135º

PROVA Nº 8.- TRIANGLE

96 u^2. En fer la construcció, s'observa que ens apareix un triangle de costats 12, 16 i 20, que es corresponen amb el d'un triangle rectangle, ja que $12^2+16^2=20^2$. Aleshores, l'àrea serà (12·16)/2= 96.

PROVA Nº 9.- ANY 2000

Les successives potències de 2 segueixen una pauta: 2, 4, 8, 6, 2, 4, 8, ... De cada quatre potències, obtenim la mateixa xifra. Aleshores, si dividim 2000 per 4 obtenim que el residu (que val zero) ens indica el valor que li correspondrà:
$2^{2000} = 2^{4\cdot 500} = (2^4)^{500} = 16^{500}$ el qual acabarà en 6. També es pot raonar a la vista del resultat anterior que acabarà en 6 per què les successives potències de 16 totes acaben sempre en 6.

PROVA Nº 10.- AL-KHWARIZMI

256 cm.

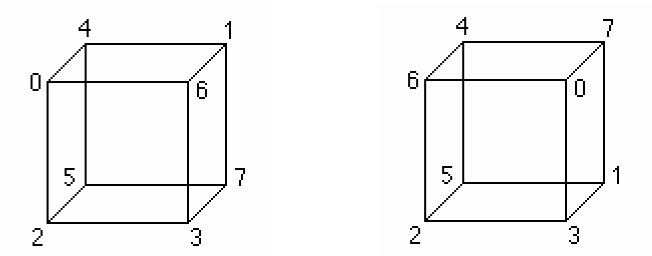
PROBLEMES NIVELL B (4rt. ESO)

PROVA Nº 1.-RECTANGLE

Traduïm l'enunciat en una equació: $(10-x)\times(6-x)=\frac{3}{4}\times 60$. Per tant, cal resoldre l'equació de segon grau: $x^2-16x+15=0$. Les solucions son x=15, x=1. Però x=15 no pot ser, perquè ha de ser $x\angle 6$. Per tant, ha de ser x=1 cm. DIFICULTAT: 20.

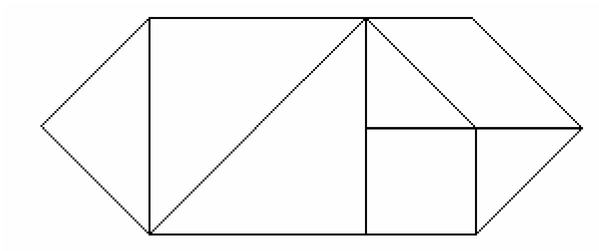
PROVA Nº 2.- EL CUB DE PRIMERS II

La solució és:



DIFICULTAT: 30

PROVA Nº 3.- TANGRAM



DIFICULTAT: 40

PROVA Nº 4.- ¿QUIN NOMBRE FALTA?

En cada línia , el tercer nombre és igual a la suma del dos nombres precedents dividida pel nombre següent :

7 + 1 = 8/4 = 2, 5 + 4 = 9/3 = 3, 11 + 3 = 14/7 = 2

7	1	2	4
5	4	3	3
11	3	2	7

DIFICULTAT: 30

PROVA Nº 5.- QUASIQUADRATS PERFETS

Els nombres buscats són 840 i 1680, ja que $841 = 29^2$ i $1681 = 41^2$.

PROVA Nº 6.- RECTES

Si representem gràficament les dues rectes, veiem que en el cas que C=-1, les rectes són paral·leles, i a mesura que augmentem el seu valor, la recta s comença a tallar a r en el primer quadrant. Açò passarà fins que arriben a tallar-se en el punt d'intersecció de s amb l'eix de les abscisses, o siga, en el punt d'abscissa X=2. Aleshores, la solució és que les dues rectes es tallaran en el primer quadrant sempre que $C \in]-1,2]$.

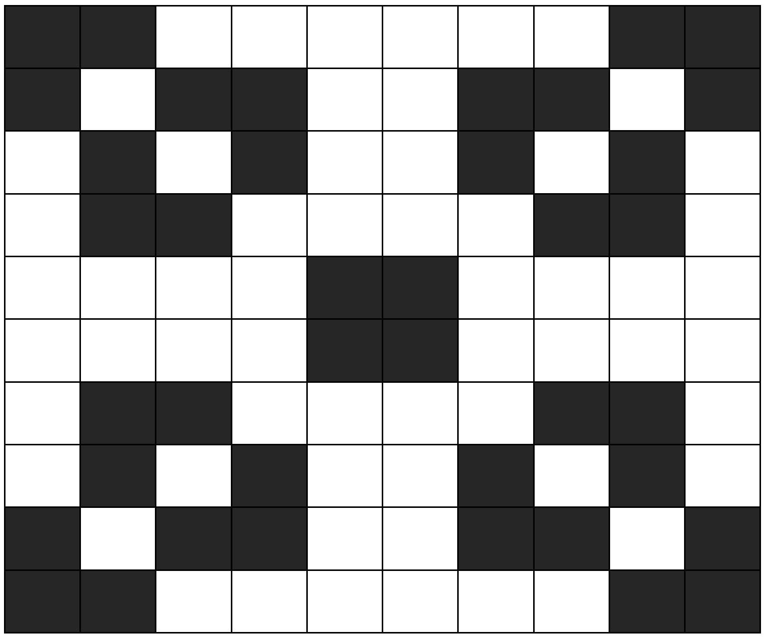
PROVA Nº 7.- DEL 0 AL 9

La solució és:

6	2	1	0	0	0	1	0	0	0
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

DIFICULTAT: 40

PROVA Nº 8.- SIMETRIES



PROVA Nº 9.- ANGLE D'UN CUB

En la figura observem que BH=AG. Per tant, l'angle que formen AD i BH és el mateix que el que formen AD i AG. Però com el triangle ADG es equilàter, l'angle que formen els seus costats AD i AG és 60º. Per tant, l'angle que formen AD i BH és de 60º. DIFICULTAT: 30.

PROVA Nº 10.- L'ANY 2000

Podem escriure el producte de la següent forma:

$111111...11 \times 2001 = 111111...11 \times (2000 + 1) = 222222...22000 + 1111111...11$. La suma de les xifres del primer nombre és: $2+2+2+...+2 = 2\times 2000 = 4000$. D'altra banda, la suma de les xifres del segon nombre és: $1+1+1+1+...+1 = 1\times 2000 = 2000$. Per tant, la suma de les xifres del resultat del producte és: $4000 + 2000 = 6000$. DIFICULTAT: 30.

Vols fer-te soci? Ompli la següent butlleta d'inscripció i ens l'envies a la nostra seu. Anima als teus companys a formar part de la nostra societat.

SOCIETAT D'EDUCACIÓ MATEMÀTICA DE LA COMUNITAT VALENCIANA
"Al Khwārizmī"

Escola Universitària de Magisteri "Ausiàs March"
Departament de Didàctica de la Matemàtica
Apartat 22.045 46071 VALÈNCIA

INSCRIPCIÓ I DOMICILIACIÓ BANCÀRIA

Cognoms: .... Nom: ....
DNI / NIF: ....

Domicili particular

Població: .... D.P.: ....
Carrer: ....
Telèfon: ....

Centre de treball:

Nom: ....
Carrer: .... Població: .... D.P.: ....
Telèfon: ....

Entitat bancària (on es lliurarà el cobrament de quotes):

Nom:
Carrer: .... Població: D.P.
Codi Compte Client:

Entitat	Oficina	D.C.	Núm. compte

Sr/a. Director/a de la Sucursal
del Banc/Caixa d'Estalvis ....

Distingit/da Senyor/a:

Us pregue que atengueu, amb càrrec al meu compte núm.: c/c - llibreta: ...., i fins a nova ordre, els rebuts que anualment siguen presentats al meu nom per l'Assemblea de/d'(*).................................... de la Societat d'Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana "Al Khwārizmī ".

Atentament,

a ...... de .. de 199...

(Signatura)

Signat:
DNI: ....
Adreça:

(*) Poseu el nom de l'Assemblea Provincial: Alacant, Castelló o València.

IV JORNADES D'EDUCACIÓ MATEMÀTICA DE LA COMUNITAT VALENCIANA

Facultat de Ciències. ALACANT, 14 i 15 de setembre

2000, WORLD MATHEMATICAL YEAR

Organitzen: Societat d'Educació Matemàtica Al – Khwarizmi. CEFIRE d'Alacant

Segon anunci

Està obert el termini de recepció de propostes de comunicacions, pòsters o tallers relacionats amb l'Educació Matemàtica; la Història de les Matemàtiques, les Tecnologies aplicades a les Matemàtiques (calculadores gràfiques, ordinadors, Internet, ...), els estàndards curriculars en matemàtiques (Resolució de problemes, Connexions Matemàtiques, Estadística, Probabilitat, Geometria, Funcions, Àlgebra, Nombres, ...), les matemàtiques en els Sistemes Educatius (Primària, Secundària, Universitat, Matemàtiques en la Diversificació Curricular, assignatures optatives, relació amb altres matèries, ...); les competicions matemàtiques (Olimpíades, Concursos, ...); la cultura matemàtica i les matemàtiques en la cultura; la Didàctica de les Matemàtiques (experiències, reflexions, unitats didàctiques, ...); la Inteligència Artificial aplicada a l'aprenentatge de les matemàtiques, les teories de l'aprenentatge matemàtic i en general qualsevol apartat teòric o aplicat de les Matemàtiques.

Les propostes de comunicació han de ser remeses incloent còpia en paper i arxiu en format WORD per a Windows o en format text abans del 15 de juny a l'organització de les Jornades per qualsevol dels següents procediments:

Correu postal: Societat d'Educació Matemàtica Al – khwarizmi – Apartat 1009 – 03080 Alacant.
Correu electrònic: alacant@semcv.org

Informació actualitzada sobre els detalls de l'organització de les Jornades i les comunicacions admeses es troba disponible en http://www.semcv.org o bè al telèfon 617867284.

S.
E.
M.
C.
V.

AL-KHWARIZMI

Societat d'Educació Matemàtica de la

Comunitat Valenciana

"Al-Khwarizmi"