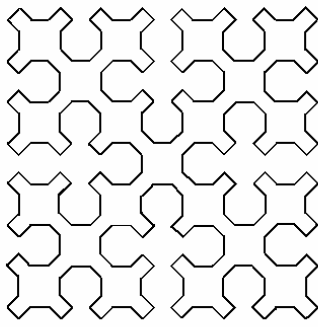
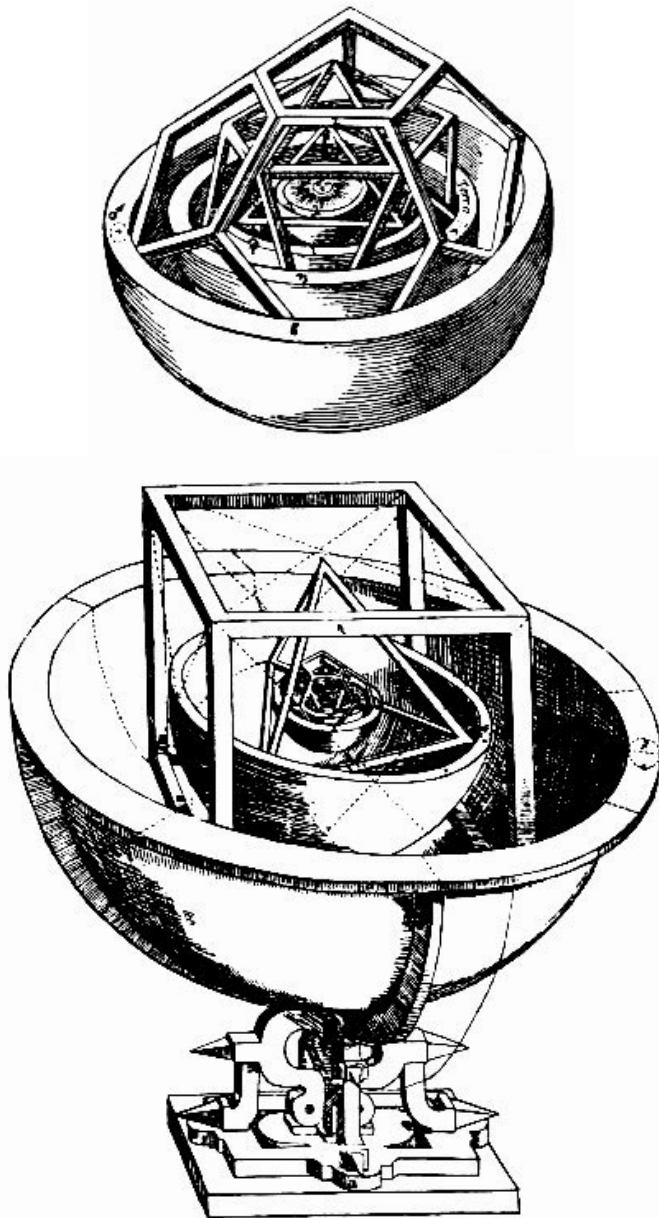

S.
E.
M.
C.
V.



AL-KHWARIZMI

PROBLEMES OLÍMPICS

Revista de problemes de Matemàtiques
Número 7. Desembre 2000



Com altres anys, hem format un equip de professors i professores per a preparar activitats que ens servisquen per a treballar amb els nostres alumnes la resolució de problemes, i també per a preparar la XII Olimpíada Matemàtica de la Societat d'Educació Matemàtica "Al-Khwarizmi". Continuant amb la mateixa línia d'anys anteriors, considerem que les activitats que es proposen a l'Olimpíada han tenir les següents característiques:

- Que siguin un repte a les capacitats personals.
- Que no deixen bocabadat al resolutor, que la situació proposada estiga al seu abast.
- Que tinguin interès per si mateixes.
- Que estimulen el desig de proposar-les a altres companys.
- Que no siguin "de truc".
- Que la situació que es proposa siga oberta i oferisca diverses possibilitats.
- Que no siga una situació tancada, on únicament calga aplicar una recepta de forma mecànica.
- Que siguin divertides; es a dir, que els contextos siguin extrets, per exemple, de trencaclosques, jocs o matemàtiques recreatives.
- Que permeten posar en pràctica diverses estratègies de resolució, com ara: fer una taula, buscar regularitats, codificar i decodificar, fer analogies, fer diagrames, subproblemes, etc.
- Que es posen en marxa diversos processos mentals: abstraure, generalitzar, particularitzar, etc.
- Que es puguin plantejar diverses etapes de resolució.

Així mateix, pensem que els objectius d'aquestes activitats deuen ser:

- Potenciar l'afició per la resolució de problemes.
- Fomentar l'afició per les Matemàtiques, com a repte mental.
- Difondre una visió lúdica i recreativa de les Matemàtiques.

Ací teniu el número VII de la nostra revista "Problemes Olímpics". Com en altres ocasions, proposem activitats per al primer cicle (nivell A) i per al segon cicle (nivell B), amb les seues solucions. Indiquem també el grau de dificultat (en una escala creixent de 10 a 50 punts). Esperem que aquesta nova col·lecció d'activitats siga útil per a tots. Eixe es el nostre desig.

BON CANVI DE SEGLE PER A TOTS!

Maurici Contreras del Rincón (coordinador)
Mercé Fort Iborra
Encarna López Gómez
Antoni Losas González
José Antonio Chaveli

Josep Llorenç Llisó Valverde
Mari Carme Olivares Iñesta
Martín Montoya Molina
Tomás Queralt Llopis
Mariano De Heredia González

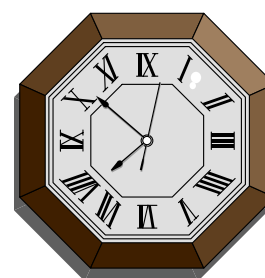
PROBLEMES NIVELL A (2on. ESO)
1.- EL RELLOTGE DIGITAL

Un rellotge digital mostra l'hora i la data amb deu dígit de la següent manera:

1	5	4	3	2	6	0	7	8	9
hora		Min.		data		mes		any	

Aquesta hora i data és l'última de l'any 1989 en que es va utilitzar els deu dígit cadascun una sola vegada.

- Quina és la següent data en que ocorre eixa mateixa circumstància?
- Quina serà la primera data del XXI en que ocorrerà eixa mateixa circumstància?


2.- TOSTAT RÀPID

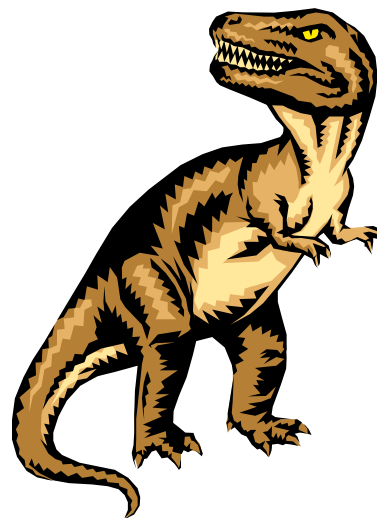
Cal torrar a una graella tres llesques de pa. A la graella hi ha lloc per a dues llesques a la vegada, però únicament es poden torrar per un costat. Invertim 30 segons en torrar un costat d'una peça de pa, 5 segons en posar una llesca, o en treure-la, i tres segons en donar-li la volta. Quin és el mínim temps que necessitem per a torrar les tres llesques?

3.- PARC JURÀSSIC

Al món dels animals desapareguts es troben el Pegasus i el Dinsaure. El Pegasus menteix els dilluns, dimarts i dimecres, i el Dinsaure menteix els dijous, divendres i dissabtes. En totes les demés ocasions ambdós animals diuen la veritat. Un dia els dos animals desapareguts van tenir la següent conversació:

- Ahir em va tocar mentir – digué el Pegasus.
- També a mi em va tocar mentir – va contestar el Dinsaure.

¿Quin dia de la setmana era?

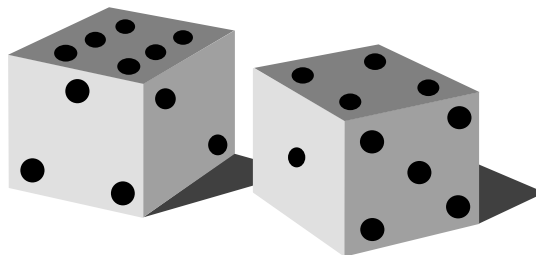


4.- VELAZQUEZ

El passat any es va celebrar el quart centenari del naixement de Velázquez. L'any que va morir és un nombre múltiple de 5, de manera que la xifra de les desenes no és un nombre primer. Si totes les xifres del nombre sumen 13, quants anys va viure el genial pintor?. No val consultar una enciclopèdia!.

5.- APOSTES

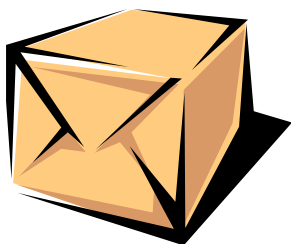
En un joc es llancen tres daus cúbics idèntics i es calcula la suma del resultat. A quin nombre apostaries?.



6.- VERÍ

Dos jugadors col·loquen deu fitxes sobre una taula. Cada jugador per torn pot seleccionar una o dues fitxes. El que agarra l'última fitxa es "verí" i perd. Hi ha alguna manera de guanyar totes les vegades?. És important qui comença a jugar?

7.- ESTACIÓ ESPACIAL



Volem construir una estació espacial al planeta "Beta Draconia IV". L'atmosfera del planeta es tòxica. L'estació espacial està composta per set habitacles amb forma de cub de 3 m. de costat. Com han de col·locar-se els habitacles per a que l'àrea exposada a l'atmosfera siga mínima?.

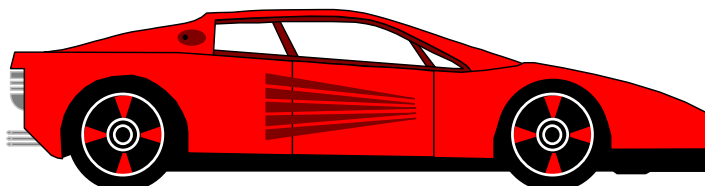
8.- QUINA TOMATA!

A un mercat venen tres marques de tomata de pot. Els pots de la marca "BLAU" costen un 50% més que els de la marca "VERT", però tenen un 10% menys de tomata que els de la marca "VERMELL". Els pots de la marca "VERMELL" pesen un 50% més que els de la marca "VERT" i costen un 25% més que els de la marca "BLAU". Quins pots estan marcats amb el preu més alt i més baix?. Quina marca resulta més econòmica?.

9.- LA MATRÍCULA DEL COTXE

La matrícula d'un automòbil estava formada per cinc xifres, totes diferents. En instal·lar-la, el mecànic es va confondre, posant-la "cap a baix". Després, en tornar-li el vehicle, el propietari se'n adonà de que el nombre obtingut era major que l'original en 78633 unitats. Quin era el nombre de matrícula?

(Nota: el nombre "un" s'escriu així: I i no així 1).



10.- GERMANES AMB GERMANS

Tres amigues, Irene, Sandra i Erika, tenen un germà cadascuna. Amb el temps, cada xicona es fa núvia del germà d'una de les seues amigues. Un dia Irene es va trobar amb el germà de Sandra i li va dir: " ¡Oi!, ara veig entrar al cine a una persona amb la teua parella!". Pots dir com estan formades les parelles?

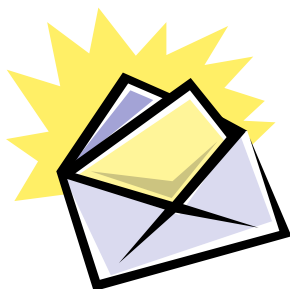
11.- EL QUADRILÀTER

Tenim un quadrilàter amb els quatre costats diferents, però les diagonals són perpendiculars i mesuren 8 i 5 metres respectivament. Quant valdrà la seua àrea?

12.- DAUS

Llancem dos daus i amb els nombres que eixen formem una fracció menor o igual que 1. Joan diu que, al proper llançament, la fracció resultarà reducible i Pep que eixirà irreducible. Quin dels dos creus que té més possibilitats d'encertar?

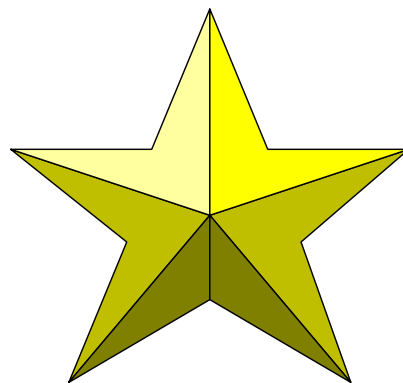
13.- SEGELLS



A un col·leccionista li costa 100 pessetes comprar segells d'1, 4 i 12 pessetes. Quants segells són de cada classe si en total en va comprar 40?

14.- EL PIN

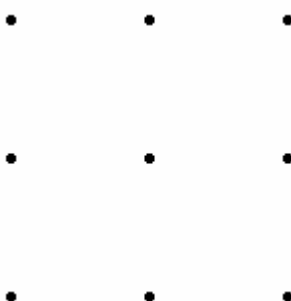
La Comissió Organitzadora de l'Olimpíada regala un "pin" a qui sàpiga calcular el nombre de participants a una prova, tenint en compte que són menys de 70 i, que si els col·loquem en files de tres, ens sobra 1; si els posem en files de quatre ens sobren 2 i si ho fem en files de cinc, ens sobren 3.

**15.- LA PASTURA DE L' OVELLA**

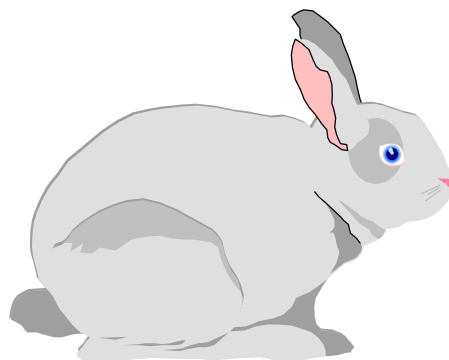
Una ovel·la està lligada al cantó d'una casa de camp envoltada de pastura. La casa té 10 m de llarga i 5 m de amplària i la longitud de la corda és de 4 m. Quina és l'àrea màxima de la superfície en que pot pasturar?. I si la corda té una llargària de 12 metres?. ¿Y si té 20 metres?.

16.- NOU PUNTS

Has d'unir tots els punts mitjançant 4 línies rectes sense llevar la llapissera del paper i sense passar més d'una vegada per el mateix punt. Pots?

**17.- ANIMALS I PATES**

Com podem organitzar una granja si contem amb 13 oques, 9 gallines, 7 cabres, 12 vaques i 6 cavalls, a repartir en 9 corral·ls i el granger vol que en cadascun dels corral·ls hi haja el mateix nombre de pates?.



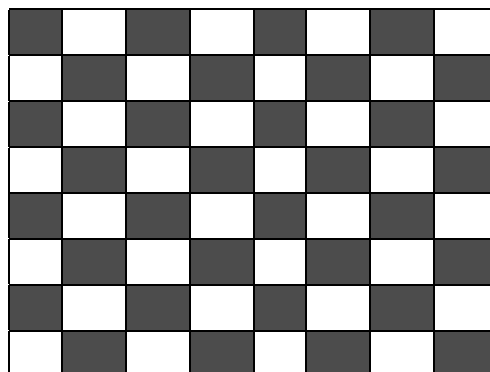
18.- PUZZLE

Divideix el següent tauler en cinc parts de forma que cadascuna de les parts tinga les cinc vocals:

A	I	O	U	E
O	U	I	E	A
U	E	A	U	I
E	A	O	E	O
U	I	A	O	I

19.- ESCACS

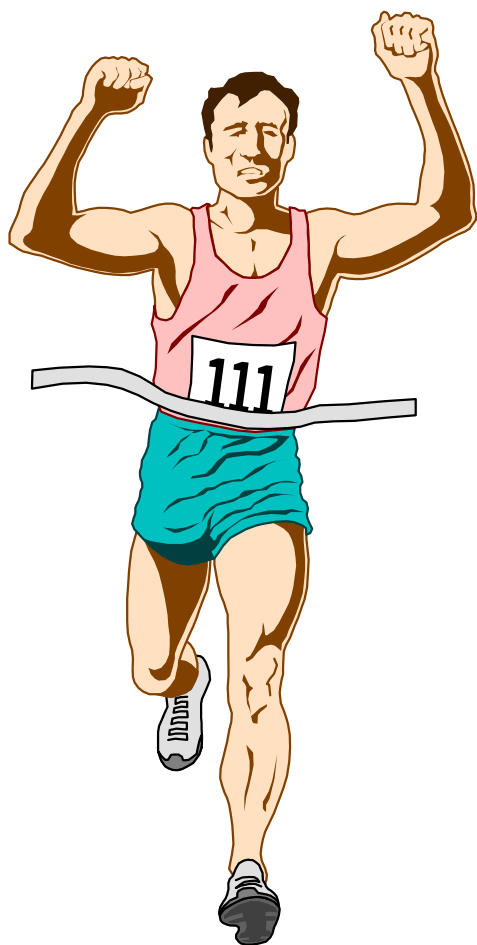
Col·loca a un tauler d'escacs 8 fitxes de manera que no n'hi haja més d'una fitxa a la fila, columna o diagonal que ocupe cadascuna de les fitxes (com col·locar 8 reines del lloc d'escacs sense que ninguna menge a qualsevol altra).

**20.- SILENCI**

Si Àngels parla més baix que Rosa i Cèlia parla més alt que Rosa, parla Àngels més alt o més baix que Cèlia?

21.- LA NOTA MITJANA

La nota mitjana obtinguda per una classe de 20 alumnes ha sigut de 6. Huit alumnes han suspès amb un 3 i la resta va superar el 5. Quina és la nota mitjana dels alumnes aprovats?



22.- ELS CUATRE ATLETES

De quatre corredors d'atletisme sabem que *C* ha arribat immediatament després de *B*, i *D* ha arribat entre *A* i *C*. Pots calcular l'ordre d'arribada?

23.- TRES PARELLES

Tres parelles de joves varen anar a la discoteca. Una de les xiques vestia de vermell, altra de verd, i la tercera de blau. Els seus acompanyants vestien també dels mateixos colors. Ja estaven les parelles a la pista quan el xic de vermell, passant ballant prop de la xicona de verd, li va parlar així:

Carles: T'has adonat, Ana?. Ningú de nosaltres té la parella vestida del seu mateix color.

Amb aquesta informació, es podrà deduir quin color vesteix el company de ball de la xicona de vermell?

24.- CASILLERS I

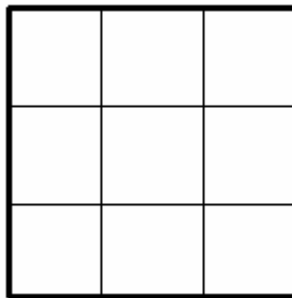
Col·loca un nombre en cada casella, tenint en compte que:

- a) 3, 6, 8 són a l'horitzontal superior.
- b) 5, 7, 9 són a l'horitzontal inferior.
- c) 1, 2, 3, 6, 7, 9 no són a la vertical esquerra.
- d) 1, 3, 4, 5, 8, 9 no són a la vertical dreta.

25.- CASILLERS II

Col·loca un nombre a cada casella, tenint en compte que:

- a) 2, 5, 6 són a l'horitzontal superior.
- b) 4, 7, 8 són a l'horitzontal inferior.
- c) 2, 3, 4, 6, 7, 9 no són a la vertical esquerra.
- d) 1, 2, 4, 5, 8, 9 no són a la vertical dreta.



26.- ASCENSOR

Quatre companys entren al ascensor, que pot transportar un màxim de 380 kg. Per a que no toque l'alarma, per excés de pes, cal calcular el pes total. Quant pesa cadascun?. Les dades són les següents: Pablo és qui pesa més: si cadascun dels altres pesa tant com ell, sonaria l'alarma.

Carles és el més lleuger: l'ascensor pot pujar a cinc com ell!. Renato pesa 14 kg menys que Pablo, i sis menys que Jesús. Jesús pesa 17 kg més que Carles. Els pesos de Pablo i de Carles són múltiples de cinc.



PROBLEMES NIVELL B (4rt. ESO)

1.- EL BITLLET DE METRO

En pujar al metro m'he adonat de que el nombre del bitllet era prou curiós. Era cap-i-cua i en sumar les seues cinc xifres, donava el mateix resultat que si les multiplicava. I d'altra banda, la primera xifra de l'esquerra donava l'edat de la més xicoteta de les meues germanes, les dos següents donaven l'edat de la mediana, i les dos últimes donaven l'edat de la major (que li lleva més d'un any a la mediana). Quina numeració portava el bitllet?

2.- DÍGITS DESAPAREGUTS

Quins dígit han desaparegut a la següent multiplicació?

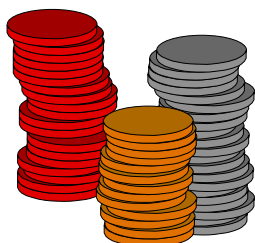
$$\begin{array}{r}
 2 \quad \clubsuit \quad \clubsuit \\
 \times \quad \clubsuit \quad \clubsuit \\
 \hline
 \quad \quad \clubsuit \quad 6 \quad 1 \\
 \quad \clubsuit \quad \clubsuit \quad \clubsuit \\
 \hline
 \quad \clubsuit \quad \clubsuit \quad 0 \quad 1
 \end{array}$$

3.- RELLOTGES D' ARENA

Com pots mesurar 12 minuts amb dos rellotges d' arena, un que tarda 15 minuts en esgotar-se i l'altre 9 minuts?

**4.- LES ABELLES**

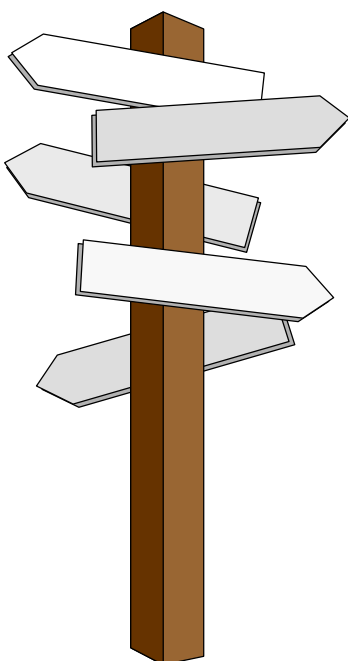
Les abelles mascle naixen d'ous sense fecundar, i per tant tenen mare, però no tenen pare. Les abelles femella naixen d'ous fecundats. Quants avantpassats tindrà una abella mascle de la dotzè generació? Quants d'ells seran mascles?

**5.- EL CAIXER**

El caixer d' un banc té únicament monedes de 5, 10, 25 i 50 cèntims. De quantes formes diferents pot donar-te 1 euro?

6.- LA GRAVADORA

Una cinta de vídeo pot gravar 2 hores en mode SP, o 4 hores en mode LP, o 6 hores en mode XLP. Després de gravar 32 minuts en mode SP i 44 minuts en mode LP, quants minuts poden gravar-se encara en mode XLP?



7.- ELS MOLLONS INSISTENTS

Un automòbil va per la carretera a velocitat constant. En un moment donat passa per davant d'un molló quilomètric amb un nombre de dues xifres. Després d'una hora, passa per davant d'altre molló, que porta les mateixes xifres, però en ordre invers. Una hora més tard, passa per davant d'un tercer molló qui porta les mateixes xifres separades per un zero. A quina velocitat va l'automòbil?

8.- MISSAGERS PEL DESERT

Una persona ha de portar un missatge travessant el desert. Per a travessar el mateix són necessaris 9 dies. Una persona pot portar menjar per a 12 dies únicament. No n'hi ha menjar al lloc on ha d'arribar el missatge. És possible que entre dues persones siguin capaços de portar el missatge i tornar sense que els falte menjar?

9.- FESOLS

En un sac blanc tenim 2000 fesols blancs i en altre sac de color vermell 3000 fesols vermells. Del sac blanc passem al sac vermell 50 fesols. Els mesquem molt bé i agarrem després 50 fesols del sac vermell i –sense mirar-los– els introduïm en el sac blanc. Al final, hi ha més fesols blancs al sac vermell o fesols vermells al sac blanc?

10.- OPERACIONS

Col·locant les operacions matemàtiques que vulgues de les plantejades i quantes vulgues, has de resoldre les següents igualtats.

Operacions: $+$, $-$, $\times$, $\div$, $()$, $\sqrt{}$, $!$ on el símbol $!$ vol dir factorial. Per exemple: $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$. Per definició: $0! = 1$.

1	1	1	=	6
2	2	2	=	6
3	3	3	=	6
4	4	4	=	6
5	5	5	=	6
6	6	6	=	6
7	7	7	=	6
8	8	8	=	6
9	9	9	=	6

11.- CAVALLS

El cavall de Mac és més obscur que el de Smith, però més ràpid i més vell que el de Jack, que és encara més lent que el de Willy, que és més jove que el de Mac, que és més vell que el de Smith, que és més clar que el de Willy, encara que el de Jack és més lent y més obscur que el de Smith. Quin és el més vell, quin el més lent i quin el més clar?



12.- L'EXPLORADOR CONDEMNAT

Un explorador va caure en mans d'una tribu d'indígenes. Se li va proposar l'elecció entre morir en la foguera o enverinat. Per allò, el condemnat hauria de pronunciar una frase tal que, si era veritat, moriria enverinat, i si era falsa, moriria en la foguera. Com va escapar el condemnat a la seua mala sort?

13.- LA Lògica D'Einstein I

Variació d'un problema proposat per Einstein i traduït a varis idiomes conservant la seua lògica.

Condicions inicials:

- Tenim tres cases, cadascuna d'un color.
- Cada casa té un propietari de nacionalitat diferent.
- Els 3 propietaris prenen una beguda diferent, tenen mascota diferent i els agrada un esport diferent.
- Cap propietari té la mateixa mascota o beu el mateix tipus de beguda que altre.

Dades:

1. El noruec viu en la primera casa, junt a la casa blava.
 2. El que viu en la casa del centre pren llet.
 3. L'anglès viu en la casa roja.
 4. La mascota del danès és un cavall.
 5. El de la casa groga beu aigua.
 6. El que té cavalls viu junt al que li agrada el futbol.
 7. Al que li agrada el bàsquet beu cervesa.
 8. Al que li agrada el tennis té un veí que té gats.
 9. El que té pardals no li agrada el futbol.
- Quina és la distribució de les cases?

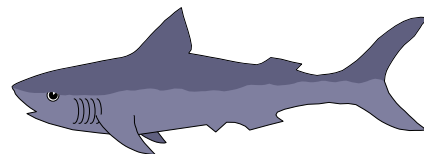
14.- LA Lògica D'Einstein II

Problema original proposat per Einstein. Einstein assegurava que el 98% de la població mundial seria incapaç de resoldre'l. Jo crec que tu ets del 2% restant. Intenta i veuràs com tinc raó.

Tenim cinc cases, cadascuna d'un color. Cada casa té un propietari de nacionalitat diferent. Els 5 propietaris beuen una beguda diferent, fumen marca diferent i tenen mascota diferent. Cap propietari té la mateixa mascota, fuma la mateixa marca o beu el mateix tipus de beguda que altre.

1. El noruec viu a la primera casa, junt a la casa blava.
2. El que viu a la casa del centre pren llet.
3. L'anglès viu a la casa vermella.
4. La mascota del suec és un gos.
5. El danès pren té.
6. La casa verda és la immediata de l'esquerra de la casa blanca.

7. El de la casa verda pren cafè.
8. El que fuma Pall Mall té pardals.
9. El de la casa groga fuma Dunhill.
10. El que fuma Blend viu junt al que té gats.
11. El que té cavalls viu junt al que fuma Dunhill.
12. El que fuma BlueMaster pren cervesa.
13. L'alemà fuma Prince.
14. El que fuma Blend té un veí que pren aigua.



Qui té peixos per mascota?

15.- EL CUC I LA SARGANTANA

El cuc pensa que tant ell com la sargantana estan tronats. Si allò que creu l'assenyat és sempre cert i allò que creu el tronat és sempre fals, la sargantana és assenyada?

16.- LA BARALLA

A una taula hi ha una fila de quatre cartes:

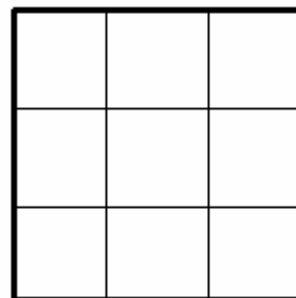
1. El cavall és a la dreta dels bastos.
2. Les copes son mes lluny de les espases que les espases dels bastos.
3. El rei és mes prop del as que el cavall del rei.
4. Les espases, mes prop de les copes que els ors de les espases.
5. L'as és més lluny del rei que el rei de la sota.

Quines són les quatre cartes i en quin ordre es troben?

17.- CASILLERS I

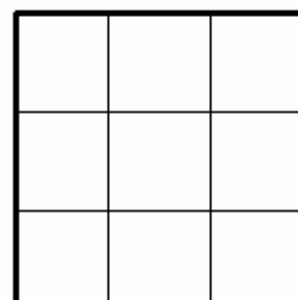
Col·loca un nombre a cada casella, tenint en compte que:

- a) 3, 5, 9 estan a l'horitzontal superior.
- b) 2, 6, 7 estan a l'horitzontal inferior.
- c) 1, 2, 3, 4, 5, 6, no estan a la vertical esquerra.
- d) 1, 2, 5, 7, 8, 9, no estan a la vertical dreta.



18.- CASILLERS II

Col·loca un nombre a cadascuna de les caselles, tenint en compte que:



- a) 4, 5, 6 estan a l'horitzontal superior.
- b) 7, 8 estan a l'horitzontal inferior.
- c) 2, 3, 4, 5, 8, 9, no estan a la vertical esquerra.
- d) 1, 5, 6, 7, 8, 9, no estan a la vertical dreta.



SOLUCIONS

PROBLEMES NIVELL A (2on. ESO)

1.- EL RELLOTGE DIGITAL

- a) 17 hores, 58 minuts, dia 26, mes 04, any 93.
- b) 18 hores, 59 minuts, dia 27, mes 06, any 34.

DIFICULTAT: 40

2.- TOSTAT RÀPID

118 segons.

Per a simplificar fem les següents claus:

- Llesques: A, B, C.
- Col·locar llesca: CA, CB, CC.
- Treure llesca: SA, SB, SC.
- Col·locar el segon costat de la llesca: CAA, CBB, CCC.
- Treure llesca totalment torrada: SAA, SBB, SCC.
- Acaba l'operació: TAA.

Temps en segons	5	10	40	45	48	78	83	88	113	118
Acció terminada	CA	CB	SA	CC	CBB	CCC	SBB	CAA	SCC	TAA

DIFICULTAT: 30

3.- PARC JURÀSIC

Es Dijous, per què el Pegasus diu la veritat els Dijous i el Dinosauri menteix.

DIFICULTAT: 10

4.- VELAZQUEZ

Va viure 61 anys. L'any que va morir comença en 16__ i acaba en 0 ó 5; la xifra de les desenes pot ser 4, 6 u 8. Provant les diverses combinacions únicament les xifres de 1660 sumen 13.

DIFICULTAT: 20

5.- APOSTES

Al 10 ó al 11. Fes-te una taula amb els possibles resultats, es a dir, del 3 al 18 i, al costat, les distintes maneres d'obtenir eixos resultats: El 3 únicament pot eixir amb 1-1-1 (una forma), el 4 amb: 2-1-1, 1-2-1, 1-1-2 (tres formes), ...

DIFICULTAT: 10

6.- VERÍ

Guanya sempre el segon. Per a que siga possible, tenen que agarrar entre el primer i el segon tres fitxes. Es a dir: si el primer agarra 1, el segon agarra 2 i viceversa.

DIFICULTAT: 10

7.- ESTACIÓ ESPACIAL

En forma de cub de dos mòduls d'aresta al que li falta un situat en un dels vèrtex.

DIFICULTAT: 20

8.- QUINA TOMATA!

Pot més costós: vermell. Pot més econòmic: verd. Considerant 100 el pes i el preu del pot verd, tindrem que el pot blau, pesa 135 g. i el seu preu és 150 ptes. El pot vermell pesa 150 g i el seu preu és 187'5 ptes. La relació preu/pes és:

- VERT: $100 / 100 = 1 \text{ pts /g.}$
- VERMELL: $187'5 / 150 = 1'25 \text{ pts / g.}$
- BLAU: $150 / 135 = 1'11 \text{ pts /g.}$

DIFICULTAT: 20

9.- LA MATRÍCULA DEL COTXE

10968.

Els únics nombres que al posar-los "cap a baix" tenen sentit són el 0, 1, 6, 8 i 9. Com al girar la matrícula el primer nombre és l'últim, el nombre al revés començarà per 8 i acabarà per 1 per a que la diferència d'aquest amb el nombre al dret comence per 7 i acabe per 3. Fent varies proves obtindrem el nombre demanat.

DIFICULTAT: 20

10.- GERMANES AMB GERMANS

Si el germà de Sandra es troba amb Irene, la seua parella és Erika. Irene amb el germà d'Erika i Sandra amb el germà d'Irene.

DIFICULTAT: 10

11.- EL QUADRILÀTER

20 m^2 . Calculem l'àrea de dos quadrilàters diferents amb les mateixes diagonals i ens dona el mateix resultat. Està clar per què.

DIFICULTAT: 10

12.- DAUS

Pep. Fes-te una taula amb els 36 resultats possibles al llançar 2 daus. Veuràs que el nombre de fraccions reductibles és 14 i el de fraccions irreductibles és 22.

DIFICULTAT: 10

13.- SEGELLS

28 de 1 pts, 9 de 4 pts i 3 de 12 pts.

- Si els 40 segells foren d'1 pta costarien 40 ptes.
- Si els 40 segells foren de 4 ptes costarien 160 ptes.
- Si la meitat dels segells foren d'1 pta i l'altra meitat de 4, costarien: $20 \times 1 = 20 + 20 \times 4 = 80$. En total 100 ptes.
- Com també hi ha segells de 12 ptes, per tempteig, busquem la combinació:
 - $22 \times 1 + 17 \times 4 + 1 \times 12 = 102$
 - $24 \times 1 + 14 \times 4 + 2 \times 12 = 104$
 - $26 \times 1 + 11 \times 4 + 3 \times 12 = 106$ (restem 2 de 4 i posem 2 de 1 i tenim la solució).

DIFICULTAT: 20

14.- EL PIN

58.

- Escriu la sèrie de nombres que son múltiples de $3 + 1$: 4, 7, 10, 13, ...
- També els múltiples de $4 + 2$: 6, 10, 14, 18, ...
- I, per últim, els múltiples de $5 + 3$: 8, 13, 18, 23, ...

Així trobaràs la solució.

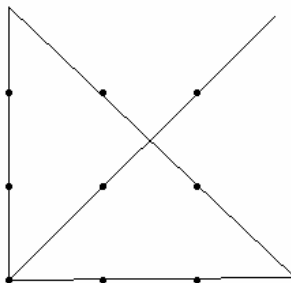
DIFICULTAT: 20

15.- LA PASTURA DE L' OVELLA

$$37'68 \text{ m}^2 - 380'72 \text{ m}^2 - 1174'9 \text{ m}^2.$$

1. Si la corda mesura 4 m pot pastar $\frac{3}{4}$ d'un cercle de 4 m de radi.
2. Si la corda mesura 12 m: $\frac{3}{4}$ d' un cercle de 12 m de radi + $\frac{1}{4}$ d' un cercle de $(12-5)$ m de radi + $\frac{1}{4}$ d' un cercle de $(12-10)$ m de radi.
3. Si la corda mesura 20 m, la solució és prou complicada. Es pot admetre una solució aproximada, per què el problema és prou difícil.

DIFICULTAT: 50

16.- NOU PUNTS

DIFICULTAT: 10

17.- ANIMALS I PATES

El nombre total de pates és: $13 \times 2 + 9 \times 2 + 7 \times 4 + 12 \times 4 + 6 \times 4 = 144$. Per tant, hi haurà $144/9=16$ pates per corral. Una forma de distribuir els animals es la següent:

corral 1	corral 2	corral 3	corral 4	corral 5
4 cabres	3 cabres i 1 vaca	4 vaques	4 vaques	3 vaques i 1 cavall

corral 6	corral 7	corral 8	corral 9
4 cavalls	1 cavall i 6 gallines	3 gallines i 5 oques	8 oques

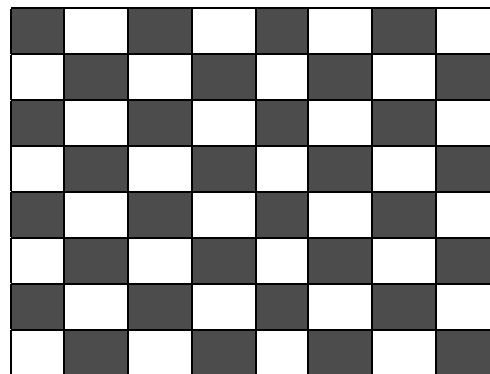
DIFICULTAT: 10

18.- PUZZLE

A	I	O	U	E
O	U	I	E	A
U	E	A	U	I
E	A	O	E	O
U	I	A	O	I

DIFICULTAT: 20

19.- ESCACS



DIFICULTAT: 50

20.- SILENCI

Àngels parla més baix que Cèlia.

DIFICULTAT: 10

21.- LA NOTA MITJANA

La nota mitjana dels alumnes aprovats és 8.

DIFICULTAT: 10

22.- ELS CUATRE ATLETES

L'ordre d'arribada és B-C-D-A.

DIFICULTAT: 10.

23.- TRES PARELLES

El xic de vermell té que estar amb la xicona de blau. La xicona no pot anar de vermell, perquè la parella portaria el mateix color, i tampoc pot anar de verd, perquè el xic de vermell parla amb la xicona de verd quan estava ballant amb altre amic.

El mateix raonament fa veure que la xicona de verd no pot estar amb el xic de vermell i amb el xic de verd. Per tant, ha de ballar amb el xic vestit de blau. Així, ens queda la xicona de vermell amb el xic de verd.

DIFICULTAT: 30

24.- CASILLERS I

8	3	6
4	1	2
5	9	7

DIFICULTAT: 10

25.- CASILLERS II

5	2	6
1	9	3
8	4	7

DIFICULTAT: 10

26.- ASCENSOR

Pablo pesa 100 kg; Carles, 75 kg; Renato, 86 kg; i Jesús, 92. Sabem que Pablo pesa més de 95 kg, i Carles no més de 76 i, a més a més, que els pesos de Pablo i de Carles son múltiples de cinc.

DIFICULTAT: 30

SOLUCIONS
PROBLEMES NIVELL B (4rt. ESO)
1.- EL BITLLET DE METRO

Siga $abcba$ el nombre del bitllet. Per les condicions del enunciat, s'acompleix: $2a + 2b + 2c = a^2 \times b^2 \times c$. D'altra banda ha de ser $a < bc < ba$. Fent proves arribem a la solució: $a=3, b=c=1$. Es a dir, el nombre buscat és 3113. DIFICULTAT: 30

2.- DÍGITS DESAPAREGUTS

$$\begin{array}{r} 2 \ 8 \ 7 \\ \times \ 2 \ 3 \\ \hline 8 \ 6 \ 1 \\ 5 \ 7 \ 4 \\ \hline 6 \ 6 \ 0 \ 1 \end{array}$$

DIFICULTAT: 30

3.- RELLOTGES D'ARENA

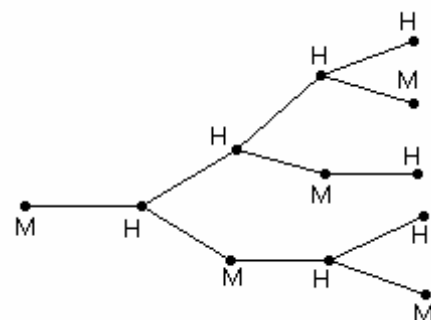
Segons el següent esquema, hem de posar el rellotge de 15 minuts una vegada i el rellotge de 9 minuts quatre vegades. Al principi posem simultàniament els dos rellotges. Des de que el rellotge de 15 minuts s'esgota fins a que s'esgota la quarta vegada del rellotge de 9 minuts ha passat exactament 12 minuts.



DIFICULTAT: 10

4.- LES ABELLES

Fem un diagrama d'arbre, obtenint la següent taula:



Generació	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Avantpassats en eixa generació	0	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144
Avantpassats mascles	0	0	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55

Apareix la successió de Fibonacci. Per tant, es compleix:

Nombre total d'avantpassats: $1+2+3+5+8+13+21+34+55+89+144=375$.

Nombre total d'avantpassats mascles: $0+1+1+2+3+5+8+13+21+34+55=143$.

DIFICULTAT: 20

5.- EL CAIXER

Hi ha 39 solucions, com indica la següent taula:

5 cts	10 cts	25 cts	50 cts
20			
18	1		
16	2		
15		1	
14	3		
13	1	1	
12	4		
11	2	1	
10	5		
10		2	
10			1
9	3	1	
8	1		1
8	1	2	
7	4	1	
6	7		
6	2	2	
6	2		1
5	5	1	
5		3	
5		1	1
4	8		
4	3	2	

4	3		1
3	6	1	
3	1	3	
3	1	1	1
2	9		
2	4	2	
2	4		1
1	2	3	
1	7	1	
1	2	1	1
	10		
	5	2	
	5		1
		4	
		2	1
			2
5 cts	10 cts	25 cts	50 cts

DIFICULTAT: 30

6.- LA GRAVADORA

La cinta pot gravar 120 minuts en mode SP, 240 minuts en mode LP i 360 minuts en mode XLP. Quants minuts XLP equivalen a 32 minuts SP?. Fem una proporció:

$$\frac{32}{120} = \frac{x}{360} \Rightarrow x = \frac{32 \cdot 360}{120} = 96 \text{ minuts en mode XLP.}$$

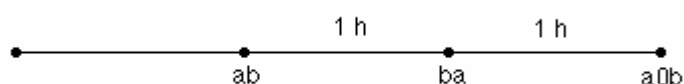
Quants minuts XLP equivalen a 44 minuts LP?. Fem una altra proporció:

$$\frac{44}{240} = \frac{y}{360} \Rightarrow y = \frac{44 \cdot 360}{240} = 66 \text{ minuts en mode XLP.}$$

Per tant, en mode XLP hem utilitzat: $96 + 66 = 162$ minuts. Resten, per tant, $360 - 162 = 198$ minuts en mode XLP.

DIFICULTAT: 30

7.- ELS MOLLONS INSISTENTS



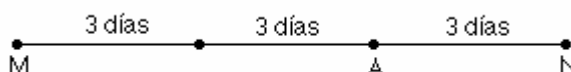
Es compleix: $v = ba - ab = \frac{a^2b - ab^2}{2}$ km/h. Per tant, $2(ba - ab) = a^2b - ab^2$. Es a dir:

$$2(10b + a - 10a - b) = 100a + b - 10a - b \Rightarrow 2(9b - 9a) = 9a \Rightarrow 2(b - a) = 10a. \text{ Per tant: } b = 6a.$$

Donant valors a "a", deduïm que $a=1$. Per tant, $b=6$. La velocitat del mòbil és 61 km / h.

DIFICULTAT: 30

8.- MISSAGERS PEL DESERT



La primera persona fa el seu recorregut del punt M al N, travessant el desert. Després torna fins al punt A, on se li acaba el menjar. Al 6 dies de la seua partida, inicia el seu recorregut la segona persona, que arribarà al punt A el dia 12, es a dir, al mateix temps que la primera. Com la segona té encara menjar per a 6 dies, ambdues continuen el camí al punt M, compartint el menjar, es a dir, menjant cadascú la meitat, fins arribar al punt de partida.

DIFICULTAT: 20

9.- FESOLS

Després de passar 50 fesols blancs al sac vermell, el sac té 50 blancs i 3000 vermells. Per tant, si agarrem del sac vermell 50 fesols i els passem al sac blanc, pot ocórrer el següent:

1. Que els 50 siguin vermells. Aleshores, en el sac blanc hi haurà 1950 fesols blancs i 50 vermells, i al sac vermell 2950 fesols vermells i 50 blancs.
2. Que siguin 49 vermells i 1 blanc. Aleshores, en el sac blanc hi haurà 1951 fesols blancs i 49 vermells, i al sac vermell 2951 fesols vermells i 49 blancs.
3. Etc....

Si raonem així fins considerar el cas de que els 50 fesols són els blancs, observem que en qualsevol cas, sempre passa que el sac blanc té la mateixa quantitat de fesols vermells que el sac vermell de fesols blancs.

DIFICULTAT: 40

10.- OPERACIONS

$$\begin{array}{lllll}
 (1+1+1)! = 6 & 2+2+2 = 6 & 3 \times 3 - 3 = 6 & \sqrt{4} + \sqrt{4} + \sqrt{4} = 6 & 5+5/5 = 6 \\
 6+6-6 = 6 & 7-7/7 = 6 & \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{8} = 6 & 9-9/\sqrt{9} = 6 & \\
 \text{DIFICULTAT: 20} & & & &
 \end{array}$$

11.- CAVALLS

El més vell és el de Mac, el més lent el de Jack i el més clar el de Smith.
DIFICULTAT: 30

12.- EL EXPLORADOR CONDENAT

El condemnat va dir: "MORIRÉ EN LA FOGUERA". Si aquesta frase es certa, el condemnat haurà de morir enverinat. Però en eixe cas ja és falsa. I si és falsa, hauria de morir a la foguera, però en aquest cas es veritat. El condemnat és indultat.
DIFICULTAT: 30

13.- LA Lògica D'EINSTEIN I

CASA 1	CASA 2	CASA 3
Noruego	Danés	Inglés
Amarillo	Azul	Rojo
Agua	Leche	Cerveza
Fútbol	Tenis	Baloncesto
Gatos	Caballos	Pájaros

14.- LA Lògica D'EINSTEIN II

CASA 1	CASA 2	CASA 3	CASA 4	CASA 5
Noruec	Danès	Anglès	Alemà	Suec
Groc	Blau	Vermell	Verd	Blanc
Aigua	Te	Llet	Café	Cervesa
Dunhill	Blend	Palmall	Prince	BlueMaster
Gats	Cavalls	Pardals	Peixos	Gos

DIFICULTAT: 50

15.- EL CUC I LA SARGANTANA

La sargantana és l'assenyada. El cuc està tronat.
DIFICULTAT: 30.

16.- LA BARALLA

Segons els apartats 3 i 5, la distància entre rei i sota és inferior a la distància entre rei i as, que també és més xicoteta que la mitjana entre rei i cavall. Com únicament hi ha quatre cartes, el rei deu ser al costat de la sota, i el rei i el cavall als extrems. De la mateixa forma, la distància entre espases i bastos és més xicoteta que la que hi ha entre espases i copes, la qual és inferior a la distància entre espases i ors. Per tant, les espases estan al costat dels bastos, i espases i ors es troben als extrems. Com el cavall és a la dreta dels bastos, no pot estar al extrem esquerra. Per tant, tenim, d'esquerra a dreta: el rei d'ors, la sota de copes, l'as de bastos i el cavall de espases.

DIFICULTAT: 20

17.- CASILLERS I

9	5	3
8	1	4
7	2	6

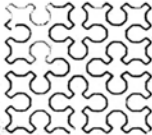
DIFICULTAT: 10

18.- CASILLERS II

6	5	4
1	9	3
7	8	2

DIFICULTAT: 10

Vols fer-te soci? Ompli la següent butlleta d'inscripció i ens l'envies a la nostra seu. Anima als teus companys a formar part de la nostra societat.



SOCIETAT D'EDUCACIÓ MATEMÀTICA DE LA COMUNITAT VALENCIANA
"Al Khwārizmī"

Escola Universitària de Magisteri "Ausiàs March"
Departament de Didàctica de la Matemàtica
Apartat 22.045 46071 VALÈNCIA

INSCRIPCIÓ I DOMICILIACIÓ BANCÀRIA

Cognoms: Nom:
 DNI / NIF:

Domicili particular
 Població: D.P.:
 Carrer:
 Telèfon:

Centre de treball:
 Nom:
 Carrer: Població: D.P.:
 Telèfon:

Entitat bancària (on es lliurarà el cobrament de quotes):
 Nom:
 Carrer: Població: D.P.:
 Codi Compte Client:

Entitat	Oficina	D.C.	Núm. compte

Sr/a. Director/a de la Sucursal
 del Banc/Caixa d'Estalvis

Distingit/da Senyor/a:
 Us pregue que atengueu, amb càrrec al meu compte núm.: c/c - llibreta:
, i fins a nova ordre, els rebuts que anualment siguen
 presentats al meu nom per l'Assemblea de/d⁽¹⁾ de la Societat
 d'Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana "Al Khwārizmī".

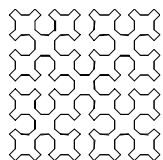
Atentament,

a de ..
de 199...

(Signatura)

Signat:
 DNI:
 Adreça:

⁽¹⁾ Poseu el nom de l'Assemblea Provincial: Alacant, Castelló o València.

**OLIMPIADA MATEMÀTICA DE SECUNDÀRIA 2001**

- 1.- Convoca :** Societat d' Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana "Al-Khwarizmi".
- 2.- Organitza :** Assemblees Provincials de la Societat "Al-Khwarizmi".
- 3.- Participants:** L'alumnat matriculat en E.S.O. per al curs 2000 - 2001 en Centres Públics i Privats de la Comunitat Valenciana.
- 4.- Objectius de l'Olimpiada Matemàtica:**
- Divulgació de les matemàtiques a través de la resolució de problemes.
 - Afavorir una actitud positiva cap a les matemàtiques entre l'alumnat i la societat en general.
 - Potenciar el gust per la resolució de problemes a través d'una activitat formativa, lúdica i creativa.
 - Desenvolupar capacitats d'intuïció, raonament, imaginació i deducció.
 - Fomentar la convivència, l'intercanvi d'idees i amistat entre estudiants i professorat
 - Divulgar les proves proposades amb l'objectiu d'oferir material de recolzament al professorat de Matemàtiques i incorporar l'ús de les tecnologies imperants a les classes de matemàtiques.
- 5.- Inscripcions:** Es dirigiran a les distintes Assemblees Provincials.
- 6.- Desenvolupament:** La Olimpiada constarà de dues fases: Provincial i Autonòmica.
- 7.- Convocatòries provincials.**

PROVÍNCIA D'ALACANT

- NIVELL A (12 – 14 ANYS). **"CAP-I-CUA"**. Constarà de quatre fases: Comarcal, Provincial, Autonòmica i Nacional. En la fase comarcal seran seleccionats 30 finalistes para la fase Provincial, i en esta 10 per a la fase autonòmica.

❖ FASE COMARCAL

DATA	DISSABTE, 31 MARÇ DE 2001, 10 h.	
LLOCS DE REALITZACIÓ	Colegio "S. Agustín" C. Pintor Camacho, 2 ALACANT	C.P. "Jorge Juan" C. Calvario, 39 MONFORTE DEL CID
INSCRIPCIONS	C.P. "Jorge Juan" C. Miguel Candela s/n. 03670 - Monforte del Cid. Tl. 965 620 749 e-mail : cpjj@net-way.net La data tope d'inscripció és el 17 de Març de 2001	

❖ FASE PROVINCIAL

DATA	DISSABTE, 28 ABRIL DE 2001, 8:30 h.
LLOC DE REALITZACIÓ	Col·legi "Sagrada Família" Ctra. Alicante, s/n. ELDA Tfno.96-5381242 e-mail: sagradaelda@teleline.es

- NIVELL B (14 – 16 ANYS). **"EUREKA"**, La Olimpíada constarà de dues fases: Provincial, Autonòmica.

❖ FASE PROVINCIAL

DATA	DISSABTE, 5 MAIG DE 2001, 9:15 h.
LLOC DE REALITZACIÓ	I.E.S. "Sixto Marco" Avda. Santa Pola, s/n ELX
INSCRIPCIONS	Departamento de Matemáticas. I.E.S. "Sixto Marco" Avda. Santa Pola, s/n. 03203 - ELX Tl. 96-5459045; Fax 96-5459045; e-mail: 03005082@centres.cult.gva.es La data tope d'inscripció és el 27 de Maig de 2001 Més informació pot encontrar-se en: www.ctv.es/USERS/capblanch

PROVÍNCIA DE CASTELLÓ

- NIVELL A (12 – 14 ANYS) I NIVELL B (14 – 16 ANYS)

❖ FASE PROVINCIAL

DATA	DISSABTE, 5 MAIG DE 2001, 10 h.
LLOC DE REALITZACIÓ	Escola de Vela del Port BORRIANA
INSCRIPCIONS	CEFIRE de Castelló. A/At. De Floreal Gracia. Olimpíada Matemàtica. C/Major, 91 12001-CASTELLÓ La data tope d'inscripció és el 30 d'abril de 2001.

PROVÍNCIA DE VALÈNCIA

- NIVELL A (12 – 14 ANYS) I NIVELL B (14 – 16 ANYS)

❖ FASE PROVINCIAL

DATA	DISSABTE, 5 MAIG 2001, 10 h.
LLOC DE REALITZACIÓ	I.E.S. Tirant lo Blanch C. Fray Luis Amigo, 41 TORRENT
INSCRIPCIONS	CEFIRE de Torrent A/At. De Tomás Queralt. Olimpíada Matemàtica C/Polícia local, s/n 46900-TORRENT Tlf. 961572061; Fax. 961561369 e-mail: valencia@semcv.org La data tope d'inscripció és el 27 d'abril de 2001.

**8.- Convocatòria Autònoma:**

Seixanta finalistes, deu per cicle i província participaran en una convivència matemàtica de cap de setmana mentre resolen una nova prova Matemàtica. Els deu primers classificats de cada cicle representaran a les seues províncies en la Fase Autònoma.

Els tres finalistes **de 2º d'E.S.O** millor classificats en la fase Autònoma de la Comunitat Valenciana, **sempre que complisquen els requisits exigits**, participaran en la **XII Olimpíada Matemàtica Nacional**, convocada per la Federació Espanyola de Societats de Professors de Matemàtiques, que se celebrarà **en Juny de 2001 a Cantàbria**.

FASE AUTONÒMICA

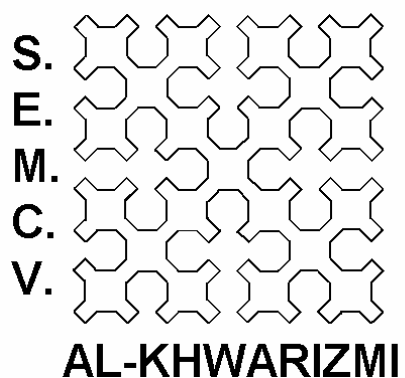
DATA	19 I 20 MAIG DE 2001
LLOC DE REALITZACIÓ	Camping "Cap Blanch" ALTEA

9.- Puntualitzacions :

- 1.- Si per altres compromisos algun participant no pogués presentar-se el dia de la convocatòria, quedaria autodescalificat.
- 2.- Els participants hauran de presentar-se amb el material habitual per a la realització d'una prova escrita de matemàtiques.
- 3.- La Societat "Al-Khwarizmi" pot modificar les dates i seues anunciades en el supòsit de presentar-se dificultats d'organització. En aquest supòsit s'avisaria telefònicament als afectats.

- 4.- Els desplaçaments a les seus corresponents, dins de la Comunitat, correran a càrrec dels participants. El desplaçament a l'Olimpíada Nacional corre a càrrec de la Societat d'Educació Matemàtica "Al-Khwarizmi".
- 5.- El allotjament i manutenció de les "Jornades de Convivència" a **Altea** corren per compte de la Societat d'Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana "Al-Khwarizmi".
- 6.- A la fase Nacional, els 3 finalistes seleccionats, aniran acompanyats per una persona designada per l'organització.
- 7.- La participació en l'Olimpíada Matemàtica suposa l'acceptació d'estes bases.
- 8.- La interpretació de las presents bases correspon a la Societat d'Educació Matemàtica "Al-Khwarizmi".





**Societat d'Educació Matemàtica de la
Comunitat Valenciana
"Al-Khwarizmi"**

