

XXXI OLIMPIADA MATEMÀTICA 2021

NIVELL A 1r. i 2n. de Secundària

ATENCIÓ

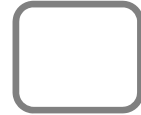
- ESCRIU LES TEUES DADES PERSONALS ÚNICAMENT EN AQUEST FULL.
- EN LA RESTA DE FULLS ÚNICAMENT CONTESTA LES PREGUNTES. COM MÉS EXPLIQUES EL PROCÉS DE RESOLUCIÓ, SERÀ MILLOR PER A VALORAR LA TEUA RESPOSTA.
- PROCURA QUE LA CONTESTACIÓ A CADA PREGUNTA ESTIGA EN EL MATEIX FULL DE LA PREGUNTA, JA SIGA PER DAVANT O PER DARRERE.
- NO ARRANQUES CAP FULL DEL BLOC.

ATENCIÓN

- ESCRIBE TUS DATOS PERSONALES ÚNICAMENTE EN ESTA HOJA.
- EN EL RESTO DE LAS HOJAS ÚNICAMENTE CONTESTA A LAS PREGUNTAS. CUANTO MÁS EXPLIQUES EL PROCESO DE RESOLUCIÓN, SERÁ MEJOR PARA VALORAR TU RESPUESTA.
- PROCURA QUE LA RESPUESTA A CADA PREGUNTA ESTÉ EN LA MISMA HOJA QUE LA PREGUNTA, YA SEA POR DELANTE O POR DETRÁS.
- NO ARRANQUES NINGUNA HOJA DE ESTE BLOQUE.

COGNOMS / APELLIDOS:

NOM / NOMBRE:



1. DAUS

Anna vol anar al cinema però Jordi no. Aleshores, com que aquest té un dau, li proposa a Anna un joc i qui guanya decidirà si anar-hi o no.

Llançaran el dau una vegada.

- a. Qui té més possibilitats de guanyar si Anna aposta que eixirà un nombre parell i Jordi que eixirà un nombre primer?

Com que no es decideixen, canvien el joc i ara llançaran el dau dues vegades i sumaran les puntuacions.

- b. Qui té més possibilitats de guanyar si Anna tria que la suma serà un nombre menor que 7, i Jordi el contrari?

Per últim, Jordi li diu a Anna: “Et convida al cinema si endevines quantes possibilitats hi ha que al llançar un dau tres vegades els resultats siguin tres nombres diferents, de manera que el primer siga menor que el segon, i que el tercer siga el 6”.

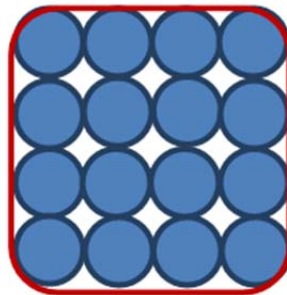
- c. Què ha de contestar Anna?





2. AJUNTEM RODES

Volem ajuntar 16 rodes de cotxets i fer que formen un quadrat de 4 rodes d'amplària. Les acordonem amb una cinta, com es mostra en la figura.



- a. Quina longitud ha de tindre la cinta si sabem que el radi de la roda del cotxet és de 7,5 cm?

Fem el quadrat més gran: ara és de 5×5 rodes.

- b. Quina serà ara la llargària de la cinta?

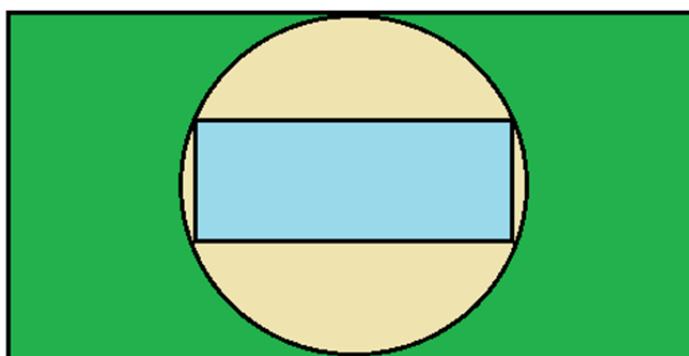
I si n'hi hagués $n \times n$ rodes:

- c. Quina seria la llargària?



3. ARREGLANT LA ZONA COMUNA

La zona comuna d'una urbanització té forma rectangular. Al seu interior s'ha asfaltat una zona circular que conté la piscina. Aquesta és de forma rectangular i semblant a la zona comuna. Les tres figures són tangents com es veu al dibuix.



A Marta li agrada nadar i aprofita quan no hi ha ningú en la piscina per a nadar en línia recta la màxima distància possible. Sabent que les mesures de la piscina són $12 \text{ m} \times 5 \text{ m}$:

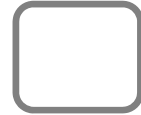
- a. Quina longitud nadarà i quina trajectòria seguirà?

A la comunitat volen tancar la zona comuna amb una gelosia de resina que costa 44 €/m .

- b. Quin és el cost que ha d'assumir la comunitat per a ficar-la?

També volen plantar gespa en tota la zona exterior a la part asfaltada, però només tenen un pressupost de $10\,000 \text{ €}$ per a fer totes les obres de la zona comuna, i el cost de la gespa és de 25 €/m^2 .

- c. En tindran prou?



4. SUMANT COM GAUSS

Quan Gauss anava a l'escola va protagonitzar una anècdota en sumar tots els nombres naturals de l'1 al 100 d'una manera molt curiosa: es va fixar quant sumaven el primer i l'últim de la sèrie, el segon i el penúltim, el tercer i l'antepenúltim, i així successivament, i després va multiplicar aquesta suma pel nombre de parelles que n'hi havia.

- a. Pots calcular, amb aquesta tècnica, quant li va donar a Gauss la suma?

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 97 + 98 + 99 + 100$$

- b. Podries calcular ara quant sumen tots el múltiples de 5 menors de 2021?

2021 està format per l'escriptura de dos nombres naturals consecutius, escrits en ordre creixent.

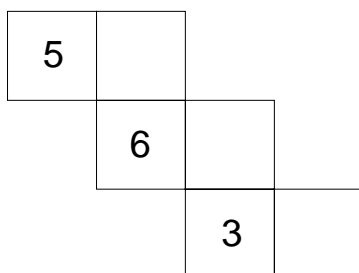
- c. Quants nombres de 4 xifres hi ha que estiguen escrits amb dos nombres naturals consecutius, en ordre creixent, i quant sumen tots?



5.A. UN DAU DESPLEGAT

Un dau compleix la condició que les cares oposades sumen 7.

Si hem desplegat un dau com segueix, sabries indicar quin nombre hem de col·locar en les cares que falten?





5.B. QÜESTIÓ DE VISTA

El 40% de l'alumnat de 2n. d'ESO d'un centre té problemes visuals. D'aquests, un 70% porta ulleres i la resta lentilles.

Si en el curs hi ha 21 alumnes que porten ulleres, indica justificadament quina o quines de les següents afirmacions són vertaderes:

- 45 alumnes tenen problemes visuals.
- 45 alumnes tenen bona vista.
- 10 alumnes porten llentilles.
- 30 alumnes tenen bona vista.
- Hi ha 45 alumnes en el curs.



5.C. ÚLTIMES XIFRES

Siguen els següents nombres:

A: Última xifra de 2018^{2021}

B: Última xifra de 2019^{2021}

C: Última xifra de 2020^{2021}

D: Última xifra de 2021^{2021}

Ordena els nombres A, B, C i D de menor a major.