

XXXI OLIMPIADA MATEMÀTICA 2021

NIVELL B 3r. i 4t. de Secundària

ATENCIÓ

- ESCRIU LES TEUES DADES PERSONALS ÚNICAMENT EN AQUEST FULL.
- EN LA RESTA DE FULLS ÚNICAMENT CONTESTA LES PREGUNTES. COM MÉS EXPLIQUES EL PROCÉS DE RESOLUCIÓ, SERÀ MILLOR PER A VALORAR LA TEUA RESPOSTA.
- PROCURA QUE LA CONTESTACIÓ A CADA PREGUNTA ESTIGA EN EL MATEIX FULL DE LA PREGUNTA, JA SIGA PER DAVANT O PER DARRERE.
- NO ARRANQUES CAP FULL DEL BLOC.

ATENCIÓN

- ESCRIBE TUS DATOS PERSONALES ÚNICAMENTE EN ESTA HOJA.
- EN EL RESTO DE LAS HOJAS ÚNICAMENTE CONTESTA A LAS PREGUNTAS. CUANTO MÁS EXPLIQUES EL PROCESO DE RESOLUCIÓN, SERÁ MEJOR PARA VALORAR TU RESPUESTA.
- PROCURA QUE LA RESPUESTA A CADA PREGUNTA ESTÉ EN LA MISMA HOJA QUE LA PREGUNTA, YA SEA POR DELANTE O POR DETRÁS.
- NO ARRANQUES NINGUNA HOJA DE ESTE BLOQUE.

COGNOMS / APELLIDOS:

NOM / NOMBRE:

1. PROBLEMA DE FUNCIONS

Siguen $f(x)$ i $g(x)$ dues funcions, de manera que $g(x)$ és una funció lineal.

Si $g(3) = 5$, $f(2) = 7$ i també coneixem que $g(x) \cdot g(x + 1) = f(x) + 8$, calcula $f(3)$.



2. BOLES BLANQUES I NEGRES

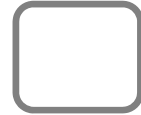
En una bossa hi ha boles blanques i negres. Si llevem 15 boles blanques, el nou percentatge de boles blanques es pot obtenir restant 3 unitats percentuals al percentatge de boles blanques que hi havia al principi.

Per exemple, si el primer fora 45% ara passaria a ser: $45 - 3 = 42\%$.

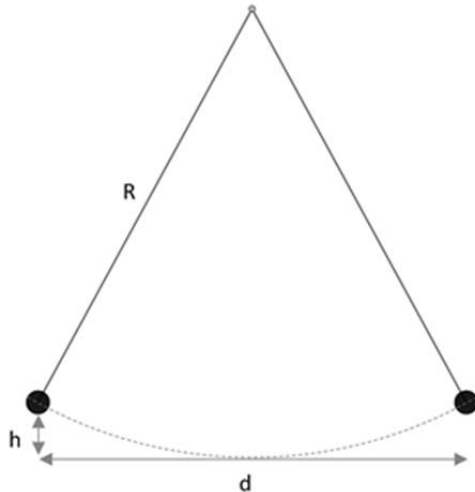
D'altra banda, si al principi no llevem cap bola blanca i hi afegim 10 boles negres, el nou percentatge de boles blanques serà 5 unitats percentuals menor que el original.

Quantes boles de cada color hi ha en la bossa?





3. EL RELLOTGE DELS IAIOS



Hem vist a casa dels iaies un rellotge de pèndol.

Se sap que quan un pèndol fa oscil·lacions curtes, en podem calcular aproximadament el període (el temps que tarda a fer una oscil·lació) mitjançant la següent fórmula:

$$P \cong 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{R}{g}}$$

P : temps, en segons, que tarda a fer una oscil·lació completa.

R : Longitud del pèndol, que també coincideix amb el radi de la trajectòria circular que descriu l'extrem del pèndol.

g : Acceleració de la gravetat en la Terra: $9,8 \text{ m/s}^2$.

Per a estudiar les oscil·lacions del pèndol del rellotge dels iaies hem observat, com es veu a la imatge, que $h = 0,01 \text{ m}$ i que $d = 0,2 \text{ m}$.

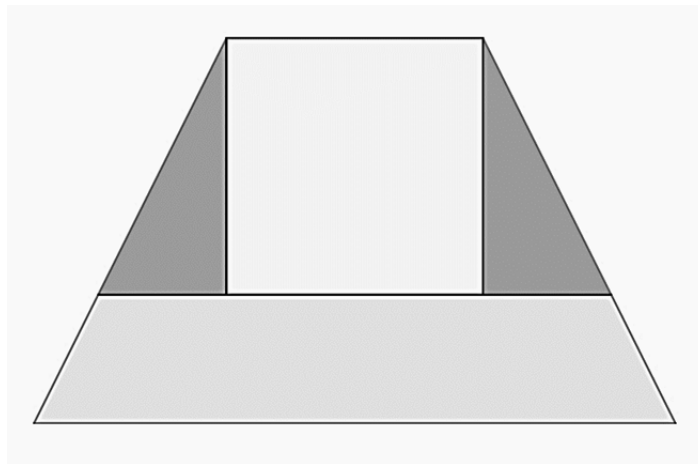
Podries calcular quantes oscil·lacions farà aquest pèndol en una hora?



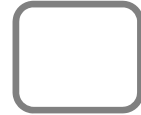
4. EL TRAPEZI DEL METRO

A les parades del metro de València hi ha un dibuix d'un trapezi molt peculiar que serveix per a assenyalar el lloc per on poden accedir als vagons les persones amb mobilitat reduïda.

És un trapezi com el de la següent figura, en el qual l'àrea de la superfície blanca és el doble de l'àrea de la superfície de color gris fosc i l'àrea de la superfície de color gris clar és $\frac{9}{8}$ de l'àrea de la superfície blanca.

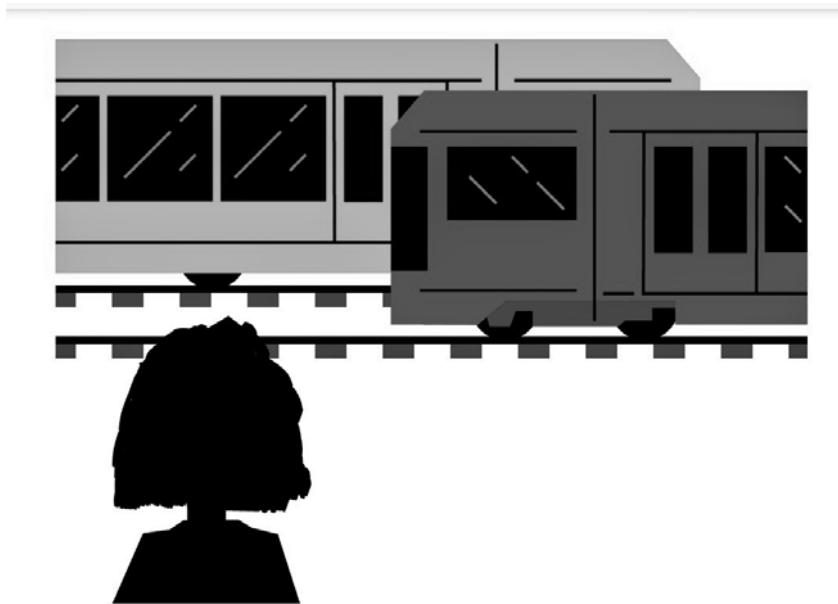


Amb aquesta informació i sabent també que l'àrea total del trapezi és 42 m^2 i que la base menor del trapezi mesura 4 m , quina és l'altura del trapezi?



5. DOS TRENS PASSANT

Amparo està mirant com passen dos trens davant d'ella. Un d'ells és gris fosc i l'altre gris clar. Els trens circulen per dues vies paral·leles i un passa cap a la dreta i l'altre cap a l'esquerra. Els dos trens comencen a creuar-se just enfront d'Amparo i l'encreuament dura, en total, 20 segons. D'altra banda, Amparo veu que al tren gris fosc li costa 10 segons més que al de color clar passar davant d'ella.

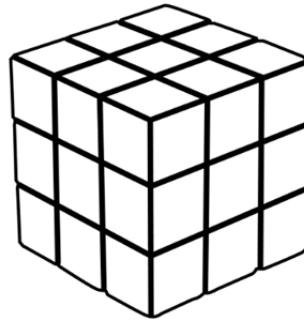


Si la velocitat del tren gris clar és de 30 m/s i la del gris fosc de 20 m/s, quina és la longitud del tren gris clar?



6. A. UNA BARBARITAT DE CUBS

Si pintàrem per fora un cub massís compost per molts cubs menuts, com el del següent dibuix, i després desfèrem el cub fixant-nos en cadascun dels cubs menuts, veuríem que hi ha cubs menuts que tenen tres cares pintades, altres amb dues cares pintades, i també cubs amb una i amb cap cara pintada.

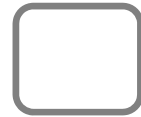


Si en lloc de ser de $3 \times 3 \times 3$ el cub fora de $2021 \times 2021 \times 2021$, quants cubs menuts hi hauria amb 3, 2, 1 i cap cares pintades?

6. B. 2021 DECIMALS

Calcula quant sumen els 2021 primers decimals que resulten al dividir $1/13$.





6. C. APARTAMENTS A MATELAND

En la ciutat de *Mateland* es construeixen 5 residencials, numerats de l'1 al 5. Cada residencial té 35 apartaments, que es numeren amb 3 dígits. El primer indica el número del residencial i els dos següents el número de l'apartament: del 101 al 135 en el primer, del 201 al 235 en el segon, i així successivament.

Calcula el nombre total de vegades que s'utilitza el dígit 2 en la numeració dels apartaments d'aquest complex de residencials.

