



XXXII OLIMPIADA MATEMÀTICA 2022

NIVELL B 3r i 4t de Secundària

ATENCIÓ

- ESCRIU LES TEUES DADES PERSONALS ÚNICAMENT EN AQUEST FULL.
- EN LA RESTA DE FULLS ÚNICAMENT CONTESTA LES PREGUNTES. COM MÉS EXPLIQUES EL PROCÉS DE RESOLUCIÓ, SERÀ MILLOR PER A VALORAR LA TEUA RESPOSTA.
- PROCURA QUE LA CONTESTACIÓ A CADA PREGUNTA ESTIGA EN EL MATEIX FULL DE LA PREGUNTA, JA SIGA PER DAVANT O PER DARRERE.
- NO ARRANQUES CAP FULL DEL BLOC.

ATENCIÓN

- ESCRIBE TUS DATOS PERSONALES ÚNICAMENTE EN ESTA HOJA.
- EN EL RESTO DE LAS HOJAS ÚNICAMENTE CONTESTA A LAS PREGUNTAS. CUANTO MÁS EXPLIQUES EL PROCESO DE RESOLUCIÓN, SERÁ MEJOR PARA VALORAR TU RESPUESTA.
- PROCURA QUE LA RESPUESTA A CADA PREGUNTA ESTÉ EN LA MISMA HOJA QUE LA PREGUNTA, YA SEA POR DELANTE O POR DETRÁS.
- NO ARRANQUES NINGUNA HOJA DE ESTE BLOQUE.

COGNOMS / APELLIDOS:

NOM / NOMBRE:



1. CÀLCULS AMB 2022 XIFRES IGUALS

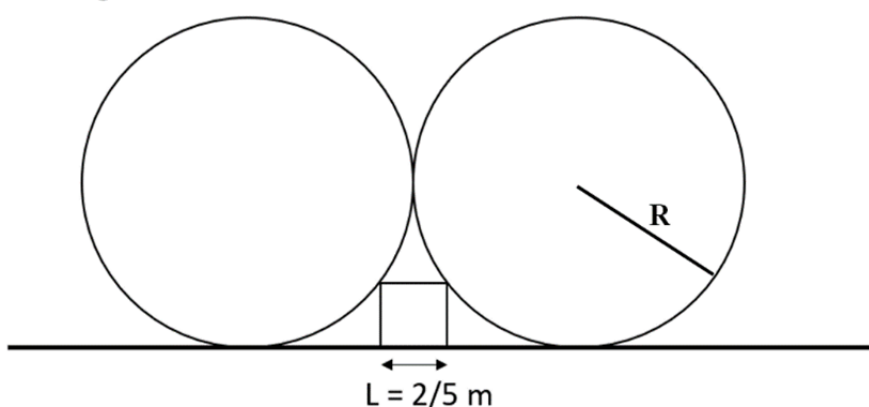
- a) Si $A = 111111...111111$, nombre que té 2022 vegades la xifra 1, quant sumen les xifres de $2022 \times A$?
- b) Ara una resta. Quant sumen les xifres de $A - 2022$?





2. EL QUADRAT MENUT

Tenim dos cercles tangents del mateix radi, que anomenarem R , com es veu al següent dibuix:



Els dos cercles tangents són, ahora, tangents a una línia horitzontal. Entre la línia i els cercles, com es veu al dibuix, hi ha un quadrat que té un costat de longitud $L = 2/5 \text{ m}$. Calcula la mesura del radi R dels cercles.



3. REPARTIMENT D'AIGUA

a) En un moment donat d'una llarga excursió, dos amics han de separar-se i volen repartir-se l'aigua que porten. Tenen una botella plena de 8 litres, una plena de 4 litres i una buida de 10 litres. Si no tenen res més que les tres botelles, què podran fer perquè cadascun d'ells se n'emporte exactament 6 litres?



b) I si ara tenen una botella plena de 12 litres, una de 8 litres buida i una altra, també buida de 5 litres, podrien endur-se'n cadascun sis litres, també? Raona la resposta.

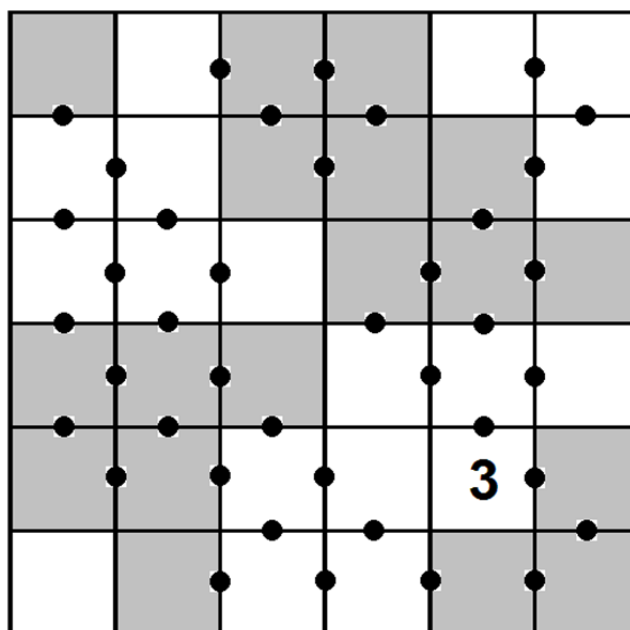




4. SUDOKU AMB PISTES

Ací tens un Sudoku de 6×6 , que ja saps que consisteix a escriure nombres de l'1 al 6 de manera que cap nombre es pot repetir en una mateixa fila o columna. Per a fer-ho mes senzill, tens dues pistes:

- Les caselles fosques estan ocupades per nombres parells i les caselles blanques per imparells.
- El símbol • entre dues caselles indica que els nombres que les ocupen són un múltiple de l'altre.





5. JUGANT ALS DAUS

a) Laura i Albert estan jugant als daus. En una tirada li diu Laura a Albert: “Mira que curiós, les puntuacions dels tres daus estan en progressió aritmètica”. Albert li diu: “Això és molt fàcil d’obtenir, em convides a un refresc si ara mateix obtinc aquest resultat?”

Calcula la probabilitat que l’Albert tinga el seu refresc gratuïtament.

b) Ara és l’Albert qui li proposa un joc a la Laura però ara amb 2 daus, així qui perd paga el refresc. Diu l’Albert: “Tirarem els daus. Si la suma és múltiple de 5 guanya jo i si ix múltiple de 6 guanyes tu. Si no passa cap d’aquestes opcions continuem tirant fins que un dels dos guanya.”

“Per no allargar-nos i calcular (diu Laura), si la suma és un nombre primer guanyes tu i si no, guanya jo”. Calcula quina és la probabilitat de guanyar amb la proposta de l’Albert i quina amb la correcció de Laura.

c) Sabries reconduir el joc de manera que fora just, és a dir, que els dos tingueren la mateixa probabilitat de guanyar, sense que siga jugar a parell o imparell?