



XXXII OLIMPIADA MATEMÀTICA 2022

NIVELL B 3r. i 4t. de Secundària

ATENCIÓ

- ESCRIU LES TEUES DADES PERSONALS ÚNICAMENT EN AQUEST FULL.
- EN LA RESTA DE FULLS ÚNICAMENT CONTESTA LES PREGUNTES. COM MÉS EXPLIQUES EL PROCÉS DE RESOLUCIÓ, SERÀ MILLOR PER A VALORAR LA TEUA RESPOSTA.
- PROCURA QUE LA CONTESTACIÓ A CADA PREGUNTA ESTIGA EN EL MATEIX FULL DE LA PREGUNTA, JA SIGA PER DAVANT O PER DARRERE.
- NO ARRANQUES CAP FULL DEL BLOC.

ATENCIÓN

- ESCRIBE TUS DATOS PERSONALES ÚNICAMENTE EN ESTA HOJA.
- EN EL RESTO DE LAS HOJAS ÚNICAMENTE CONTESTA A LAS PREGUNTAS. CUANTO MÁS EXPLIQUES EL PROCESO DE RESOLUCIÓN, SERÁ MEJOR PARA VALORAR TU RESPUESTA.
- PROCURA QUE LA RESPUESTA A CADA PREGUNTA ESTÉ EN LA MISMA HOJA QUE LA PREGUNTA, YA SEA POR DELANTE O POR DETRÁS.
- NO ARRANQUES NINGUNA HOJA DE ESTE BLOQUE.

COGNOMS / APELLIDOS:

NOM / NOMBRE:



1. EL NOMBRE FANTASMA

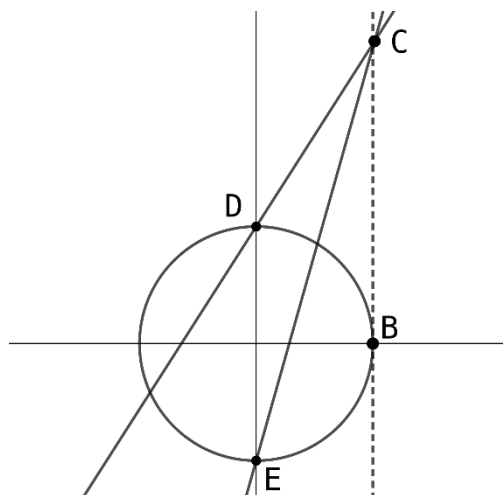
- Troba un nombre de cinc xifres tal que si li col·loquem un 1 davant (formant-ne així un de sis xifres), obtenim un nombre que és la tercera part del que construïm si li col·loquem l'1 al final.
- Existeix la solució, en les mateixes condicions, si és un dos el que posem davant i al final?
- I amb la resta de dígit fins al nou?





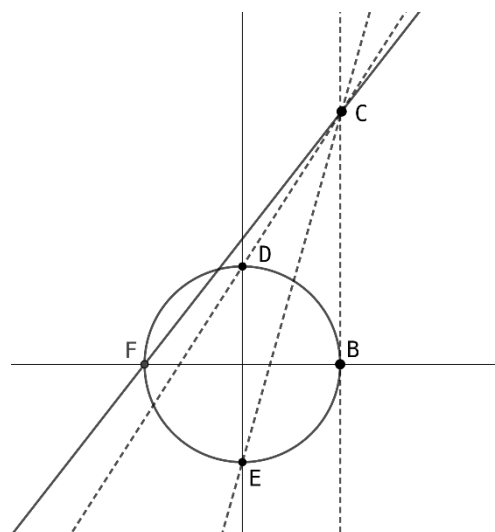
2. ORDENADA 2022

Dues rectes es tallen en un punt que té ordenada 2022.



Les rectes tenen pendents 5 i 7. Només sabem que els punts D, B i E estan en la mateixa circumferència. D i E són els punts d'intersecció de les dues rectes amb l'eix OY i B és la intersecció amb l'eix OX de la perpendicular a aquest eix que passa pel punt C.

- Quant val el radi de la circumferència?
- Si dibuixem una recta que passe pels punts F i C, quina en serà l'equació?



Nota: El dibuix és solament indicatiu de les posicions relatives dels objectes, però no de les mesures exactes de la solució.



3. EL CODI NOMIO

La famosa agent secreta Polly Nomio, de l'agència ALFA, ha ideat un mètode d'encryptació per a les paraules clau que utilitza l'agència en les seues missions.

Quan Polly ha d'encriptar una paraula clau, substitueix cada lletra pel número de la seua posició en el abecedari:

A $\longrightarrow$ 1
B $\longrightarrow$ 2
C $\longrightarrow$ 3

Després, utilitza aquests nombres com a coeficients d'un polinomi. Per exemple, la paraula ALFA es convertiria en el següent polinomi:

$$x^3 + 12x^2 + 6x + 1$$

Com que cada agent té el seu número d'identificació, Polly els dona a cadascun dels seus companys i companyes un nombre que obté com el valor numèric d'aquest polinomi quan se substitueix la lletra x pel nombre d'identificació de la persona en qüestió.

Per exemple, per a la paraula ALFA, l'agent 007 rebria el nombre 974:

$$7^3 + 12 \cdot 7^2 + 6 \cdot 7 + 1 = 974$$

D'aquesta manera, cap agent coneix la paraula clau, però, si s'ajunta el nombre suficient d'agents, poden deduir-la a partir dels nombres que han rebut.

Com més llarga siga la paraula, més agents hauran d'unir-se per a descobrir-la.

Per a la missió de hui, s'ha triat una paraula de quatre lletres.

Amb la següent informació, has de ser capaç de trobar-la.

- L'agent 000 ha rebut el nombre 1.
- L'agent 001 ha rebut el nombre 54.
- L'agent 002 ha rebut el nombre 263.
- L'agent 003 ha rebut el nombre 742.





4. INTERCANVI PLANETARI

En el dia d'avui ha aterrat l'alumnat d'intercanvi **de l'IES Jaume I d'Ontinyent** de la seua estada al planeta **ClarPou**.

Aquest planeta gira al voltant de la seua estrella, **Clariana 50**, i tarda a fer-ho el mateix temps que la Terra al voltant del Sol. El nostre any té 365 dies, però en **ClarPou** cada any té 500 dies, cada dia té 50 hores, cada hora 50 minuts i cada minut 50 segons.

- Calcula les equivalències entre les diferents unitats de temps en la Terra i en el planeta ClarPou.
- Isabel, alumna de 4t d'ESO, per a integrar el seu company d'intercanvi, li pregunta: "On duren més els segons, en el teu planeta o en el meu?"
- "I si me'n vaig al teu planeta en juliol i agost de la Terra, quant de temps estaré (comptant dies, hores, minuts i segons) del temps del teu planeta?"

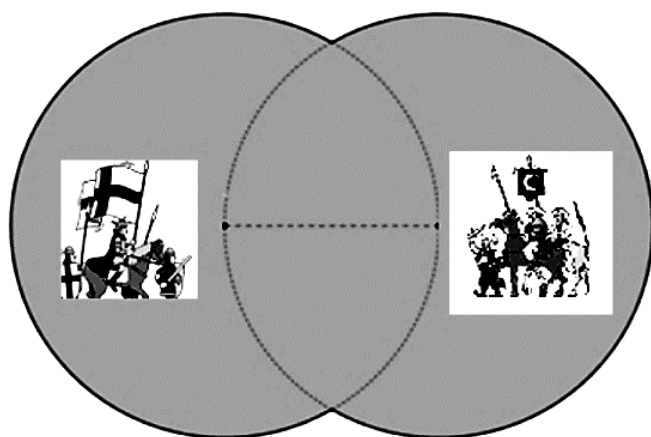
Ajuda la curiosa Isabel i respon les seues preguntes.





5. LA GRAN BATALLA

La **Societat de festers d'Ontinyent** prepara una Gran Batalla aquest any per a les seues festes. La batalla enfrontarà els dos bàndols, moro i cristià, en un espai limitat per dues circumferències iguals de radi $75/\pi$ metres, secants, cadascuna de les quals passa pel centre de l'altra, tal com indica la figura.

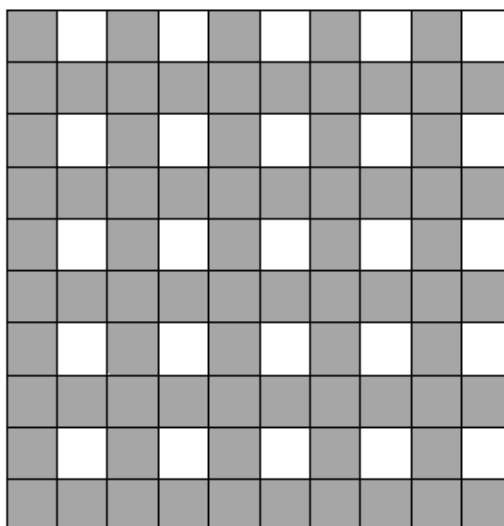


- Calcula el perímetre del recinte d'aquesta batalla.
- Calcula quin percentatge de l'àrea del cercle de l'esquerra correspon a la superfície que coincideix amb la del cercle de la dreta.



6. ENRAJOLANT UNA HABITACIÓ

Hem decidit enrajolar una habitació quadrada amb rajoles grises i blanques. Començarem per un cantó (l'inferior esquerre en la figura) i posarem rajoles de color gris en la fila i columna que conflueixen en eixe cantó. Després, per files o per columnes indistintament, afegirem fileres de dos dissenys: una filera en què s'alternen els dos colors, la següent amb totes les rajoles de color gris, i així successivament fins a omplir el quadrat, com es pot veure en la figura:



Intenta contestar ara les següents preguntes:

- Quantes rajoles de cada tipus necessitem per a enrajolar una habitació quadrada de 20 rajoles per costat?
- I per a enrajolar-ne una que tinga 51 per costat?
- Series capaç de trobar una fórmula que ens done el nombre de rajoles de cada tipus en funció del nombre de rajoles per costat que tinga l'habitació quadrada?
- I per a enrajolar una habitació rectangular de 20×30 rajoles?