

1. PRIMER PROBLEMA DE VELOCITAT

En la XXXIII Olimpíada Matemàtica s'han presentat 138 equips en la fase comarcal del Nivell B i sabem que exactament el 95 % dels equips que han resolt correctament el primer problema tenen 4 components.

Calculeu quin pot ser el mínim nombre d'equips que no han resolt bé el primer problema.

2. SUMES EN EL 2023

Volem fer càlculs amb el nombre N , resultat d'una resta curiosa:

$$N = 10^{2023} - 2023$$

Calculeu la suma de totes les xifres del nombre N .



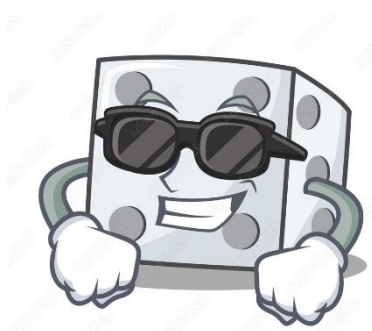
3. JOC DE DAUS

Amb un dau tradicional, numerades les seues cares de l'1 al 6, jugarem de la següent manera:

El primer jugador llança el dau tres vegades. El primer resultat determinarà la xifra de les centenes d'un nombre de tres dígit, el segon determinarà la de les desenes, i el tercer la de les unitats.

A continuació llança el dau el segon jugador amb la mateixa mecànica.

- Calcula la probabilitat que ambdós jugadors obtinguen el mateix nombre.
- Calcula la probabilitat que el primer jugador obtinga un nombre major que el segon.



4. EL DÍGIT EN EL SEU LLOC

Començant amb 1, tots els nombres naturals són escrits successivament:

1234567891011121314...

Quin dígit apareix en la posició 2023?

5. ELS TRES SEGMENTS INTERIORS

Un triangle ha estat dividit en quatre triangles i tres quadrilàters mitjançant tres segments interiors.

Sabem que:

- La suma dels perímetres dels quadrilàters és 25 cm.
- La suma dels perímetres dels quatre triangles és 20 cm.
- El perímetre del triangle gran és 19 cm.

Calcula la suma de les longituds dels tres segments



6. LLISTAT DE 2023 NOMBRES

Construïu una llista de nombres amb les condicions següents:

- El primer nombre és 1
- El segon nombre és 3
- El tercer nombre és el segon menys el primer
- El quart nombre és el tercer menys el segon i així successivament.

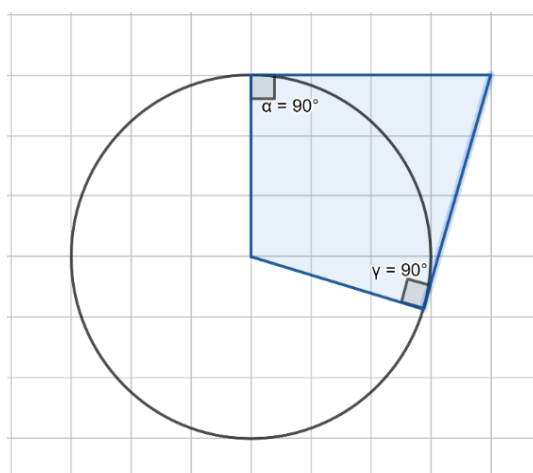
a) Calculeu els dotze primers nombres de la llista.

b) Quin nombre apareix en la posició 2023?

7. PERÍMETRE I ÀREA DEL QUADRILÀTER

Considerant el quadrilàter ombrejat i tenint en compte que, en la quadrícula, els quadrats són d'1 cm per 1 cm:

- Calculeu el perímetre del quadrilàter.
- Podríeu calcular l'àrea de la superfície ombrejada?



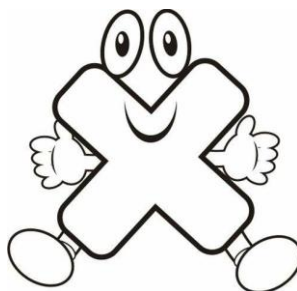
8. NOMBRES EQUIDIGITALS

Un nombre és *equidigital* si per a escriure'l heu d'utilitzar la mateixa quantitat de dígitos que els necessaris per a escriure la seua descomposició factorial.

Per exemple: $14 = 2 \cdot 7$ (2) o també

$$9317 = 7 \cdot 11^3$$
 (4)

- Escriviu dos nombres equidigitals de tres xifres, un que siga imparell i un altre que siga parell.
- Demostreu que 2023 és equidigital.



9. SUMA DE POTÈNCIES

Calculeu la xifra de les unitats del resultat de la suma següent:

$$1^{2023} + 2^{2023} + 3^{2023} + 4^{2023}$$

10. NOMBRES VAMPIRS

Un nombre vampir és un nombre natural, amb un nombre parell de xifres, que és igual al producte de dos nombres naturals que compleixen:

- Cadascun d'eixos factors té la meitat de xifres que l'original.
- Les xifres d'ambdós factors, juntes, són les xifres del nombre vampir.
- Els dos factors no acaben ambdós en 0.

Per exemple, 1260 és un nombre vampir perquè $1260 = 21 \times 60$.

Troba un nombre vampir de quatre xifres que tinga com a únic divisor primer el 3.

