

XXXV OLIMPIADA MATEMÀTICA 2025

NIVELL B 3r. i 4t. de Secundària

ATENCIÓ

- ESCRIU LES TEUES DADES PERSONALS ÚNICAMENT EN AQUEST FULL.
- EN LA RESTA DE FULLS ÚNICAMENT CONTESTA LES PREGUNTES. COM MÉS EXPLIQUES EL PROCÉS DE RESOLUCIÓ, SERÀ MILLOR PER A VALORAR LA TEUA RESPOSTA.
- PROCURA QUE LA CONTESTACIÓ A CADA PREGUNTA ESTIGA EN EL MATEIX FULL DE LA PREGUNTA, JA SIGA PER DAVANT O PER DARRERE.
- NO ARRANQUES CAP FULL DEL BLOC.

ATENCIÓN

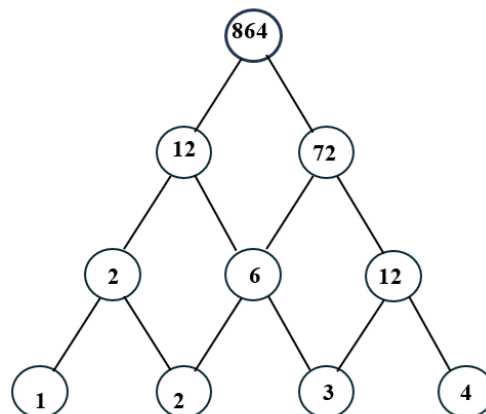
- ESCRIBE TUS DATOS PERSONALES ÚNICAMENTE EN ESTA HOJA.
- EN EL RESTO DE LAS HOJAS ÚNICAMENTE CONTESTA A LAS PREGUNTAS. CUANTO MÁS EXPLIQUES EL PROCESO DE RESOLUCIÓN, SERÁ MEJOR PARA VALORAR TU RESPUESTA.
- PROCURA QUE LA RESPUESTA A CADA PREGUNTA ESTÉ EN LA MISMA HOJA QUE LA PREGUNTA, YA SEA POR DELANTE O POR DETRÁS.
- NO ARRANQUES NINGUNA HOJA DE ESTE BLOQUE.

COGNOMS / APELLIDOS:

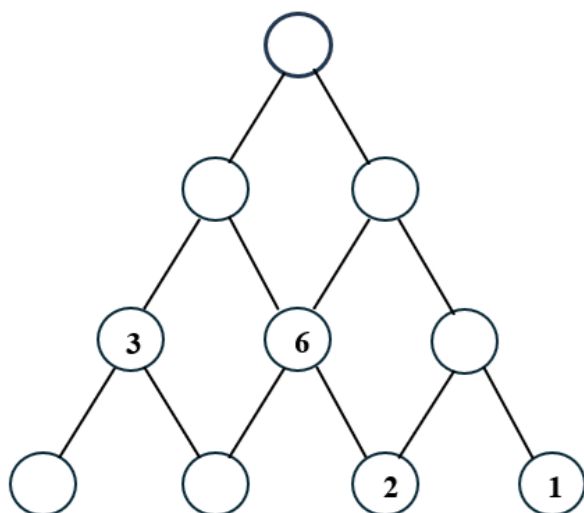
NOM / NOMBRE:

1. ARBRE DE MULTIPLICACIONS

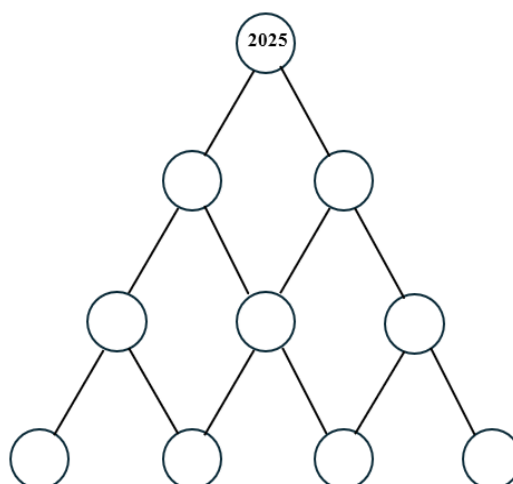
Col·loquem unes caselles sobre una malla triangular, de manera que cada casella conté un nombre natural que és el producte dels dos que té davall, com en l'exemple adjunt. Resol les propostes següents:



a) En aquesta primera, ens han emplenat quatre caselles. Completa-la.



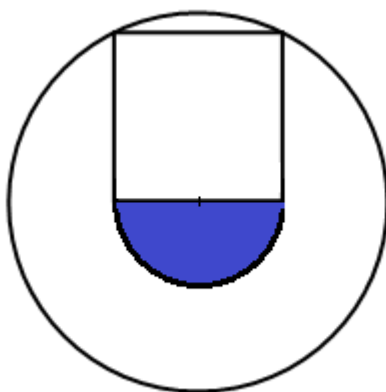
b) Emplena la segona reixeta de manera que en la casella superior estiga el nombre 2025.



2. ÀREA DEL SEMICERCLE.

En una circumferència de radi $4\sqrt{5}$ cm, inscrivim un quadrat de manera que els vèrtexs d'un costat pertanyen a aquesta, i el costat oposat passa pel centre de la circumferència, com es veu al dibuix.

a) Quina és l'àrea del semicercle de diàmetre el costat del quadrat?



b) Calcula ara aquesta àrea si en lloc d'un quadrat considerem un rectangle de base igual al doble de l'altura, sent aquesta base la que passa pel centre de la circumferència.

3. JOC DE CARTES

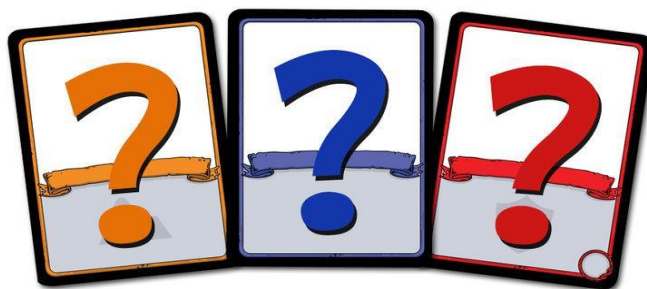
Amparo, Marta i Sabrina disputen un joc de tres cartes. Cadascuna d'elles té dibuixat un nombre enter positiu distint.

En cada partida, les tres cartes es reparteixen a l'atzar i cada jugadora anota tants punts com indica la carta que li ha tocat en el repartiment.

Després de jugar almenys dues partides, Amparo té 20 punts, Marta en té 10 i Sabrina 9.

A més a més, sabem que en l'última partida Marta té la carta amb major puntuació de les tres.

Quina jugadora té la puntuació intermèdia en la primera partida?



4. LES FUNCIONS I EL 2025

- a) Una funció f verifica que $f(a \cdot b) = f(a) + f(b)$, per a qualsevol a i b nombres enters positius.

Si sabem que $f(3) = 2$ i $f(15) = 7$, calcula el valor de $f(2025)$.



- b) La funció g es defineix com:

$$g(0) = 1$$

$$g(k) = \frac{g(k-1)}{1 + g(k-1)}, \text{ per a qualsevol nombre enter } k \geq 1$$

Calcula $g(2025)$.

5. NOMBRES EN CASELLES

- a) En cada casella està escrit un nombre de manera que cadascun dels tres nombres centrals és la mitjana aritmètica dels dos nombres que té al seu costat. Esbrina els nombres que falten:

x	24	y	z	6
-----	----	-----	-----	---

- b) Completa el següent quadrat sabent que cal ficar-hi tots els nombres de l'1 al 9 sense repetir-ne cap, i que la casella central de cada fila i de cada columna, és la **mediana** dels tres valors:

9		4