

TALLER: CONSTRUCCIÓN DE MODELOS CON LA CALCULADORA GRÁFICA CG20

Ponente: MAURICIO CONTRERAS DEL RINCÓN

IES Benicalap (Valencia)

Departament de didàctica de les matemàtiques. Universitat de València
SEMCV "Al Khwarizmi"

INTRODUCCIÓN

Para construir modelos que permitan resolver problemas utilizaremos la calculadora gráfica CG-20 de CASIO, junto con el programa conversor de imágenes, que permite trasformar la imagen digital de una cámara fotográfica en una imagen de la calculadora. De esta forma podremos marcar puntos sobre la imagen para ajustar un modelo de regresión o seleccionar algunos puntos importantes (vértices, focos, etc) que faciliten la reconstrucción de la curva sobre la propia foto, como una manera lógica y coherente de aplicar el método de ensayo y error, de formular conjeturas y ponerlas a prueba.

ANÁLISIS DE REGRESIÓN

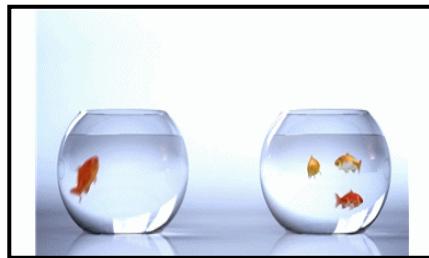
Veamos como ejemplo la construcción de un modelo parabólico para el perfil del chorro de agua de una fuente.

Una vez cargada la imagen fountain.g3p en la CG-20, un primer acercamiento consiste en situar puntos sobre la curva, con ayuda de las teclas de cursor; para ello pulsamos [OPTN] [F2] (Plot) y pulsamos [EXE] para marcar los puntos; automáticamente, la calculadora registra las coordenadas de los puntos señalados, que se muestran en forma de tabla de valores al pulsar [F3] (List). Con los valores obtenidos al situar los puntos sobre la imagen realizamos un análisis de regresión, ajustando una función polinómica de grado dos; para ello hay que pulsar [F6] (\Rightarrow) [F3] (REG). Al pulsar [F6] (DRAW), la parábola se dibuja sobre la imagen, pudiendo comprobar la validez del ajuste.

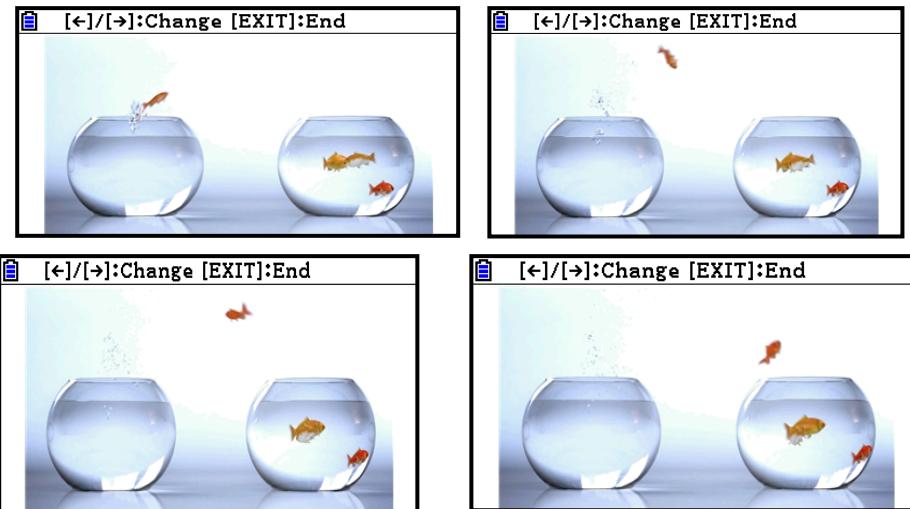


Un segundo ejemplo muestra cómo podemos hacer un análisis parecido pero sobre una secuencia de vídeo, en vez de sobre una foto.

Abrimos el archivo Jumpin-1.g3b de la carpeta g3b pulsando [F1] (OPTN) [F1] (OPEN) y la tecla de cursor hacia abajo las veces necesarias.

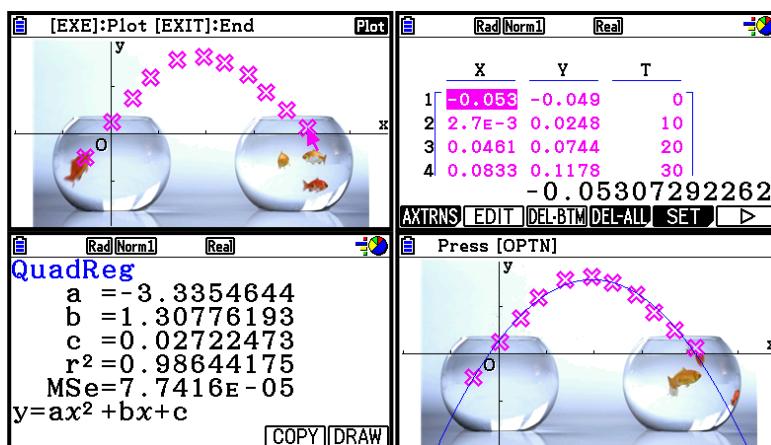


Al pulsar [F6] (\Rightarrow) [F6] (\Rightarrow) [F2] (PLAY) se ejecuta la secuencia de vídeo de forma automática o manual, según que elijamos [F1] (Auto) o [F2] (Manual). Para acabar pulsa [EXIT].



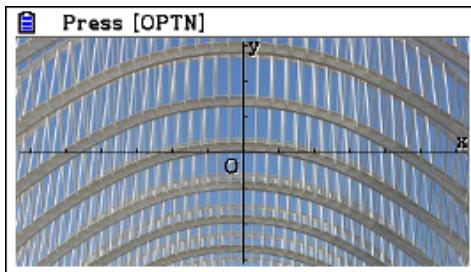
Para modelizar la curva que describe la boca del pez en su salto, pulsamos [F2] (Plot), situamos el cursor en la boca del pez y pulsamos [EXE]. Se marca el punto y la imagen pasa a la siguiente secuencia; volvemos a marcar un punto en la boca del pez en la nueva posición moviendo el cursor y pulsando [EXE]. Y repetimos el proceso sucesivamente hasta la última posición del pez. Finalmente, pulsamos [EXIT] para acabar el marcaje de puntos.

A continuación pulsamos [F3] (List) para ver una tabla con las coordenadas de los puntos obtenidos. Despues pulsamos [F6] (\Rightarrow) [F2] (REG) [F3] (X^2) para obtener la parábola de regresión. Pulsando [F6] (DRAW) se dibuja la parábola sobre la imagen y podemos comprobar la calidad del ajuste. También podemos pulsar [F5] (COPY) para copiar la ecuación de dicha parábola en el editor de gráficos y dibujar la gráfica correspondiente.

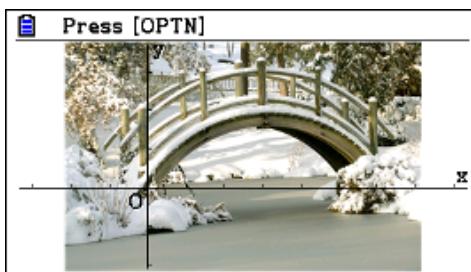


Otras actividades:

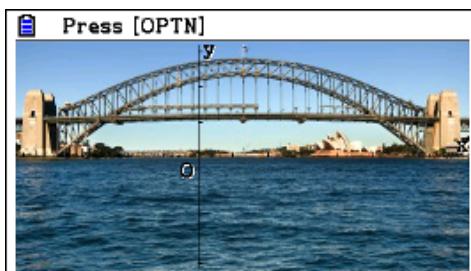
- 1) ¿Catenarias o paráolas? La imagen arches.g3p corresponde al Umbracle de la Ciudad de las Ciencias de Valencia. Las curvas de la foto parecen paráolas, pero ¿lo son realmente?



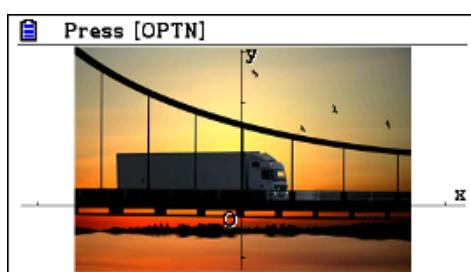
- 2) Ecuación de un puente. El puente de la imagen Footbr-1.g3p parece tener un perfil que corresponde a una paráola. ¿Es una paráola o una catenaria?



- 3) El puente de Harbour. Utiliza la calculadora CG20 para hallar la ecuación de cada una de las curvas que delimitan el puente (archivo Harbou-1.g3p). Halla también la altura máxima del puente, sabiendo que los pilares de piedra miden 25 metros de altura.



- 4) ¿Una curva catenaria? (Sunset-1.g3p) Usando la CG20 averigua si la curva del perfil del puente colgante corresponde a una función exponencial, logarítmica o si se trata de una catenaria y obtén su ecuación.

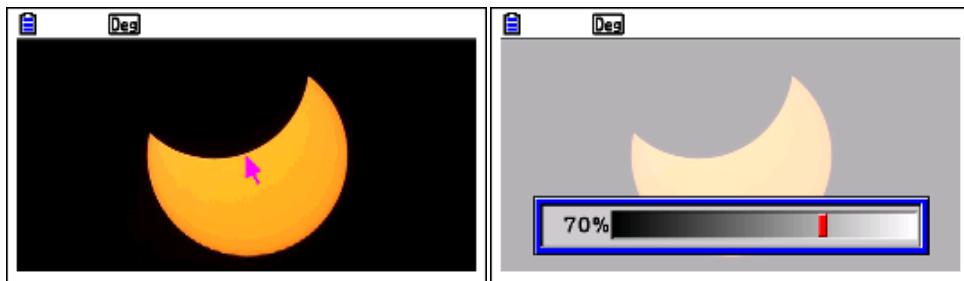


RECONSTRUCCIÓN GEOMÉTRICA

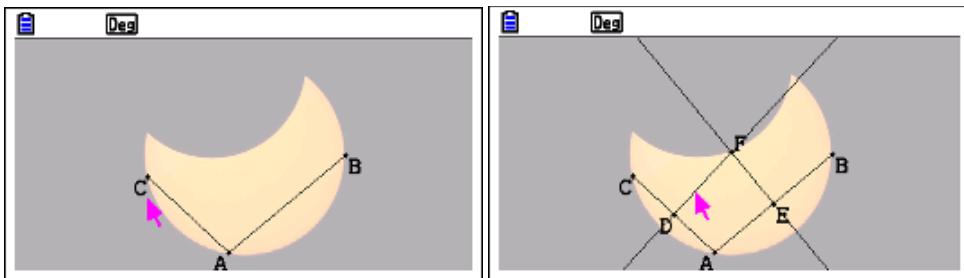
La calculadora gráfica CG20 de Casio permite hacer un estudio diferente al que ofrece el análisis de regresión: consiste en tomar elementos geométricos a partir de una foto, siempre que ésta se haya reconvertido al formato de imagen que utiliza la calculadora. Sobre la foto, considerada como fondo de pantalla de la calculadora, es posible reconstruir la geometría de los objetos que aparecen en la imagen.

Por ejemplo, podemos utilizar el módulo de geometría de la CG20 para construir la circunferencia que determina el disco solar en una foto de un eclipse (archivo *eclipse.g3p*). Para ello construiremos la circunferencia que pasa por tres puntos y, una vez reajustado el modelo, determinaremos su ecuación a partir de su centro y de su radio, datos que proporciona la calculadora.

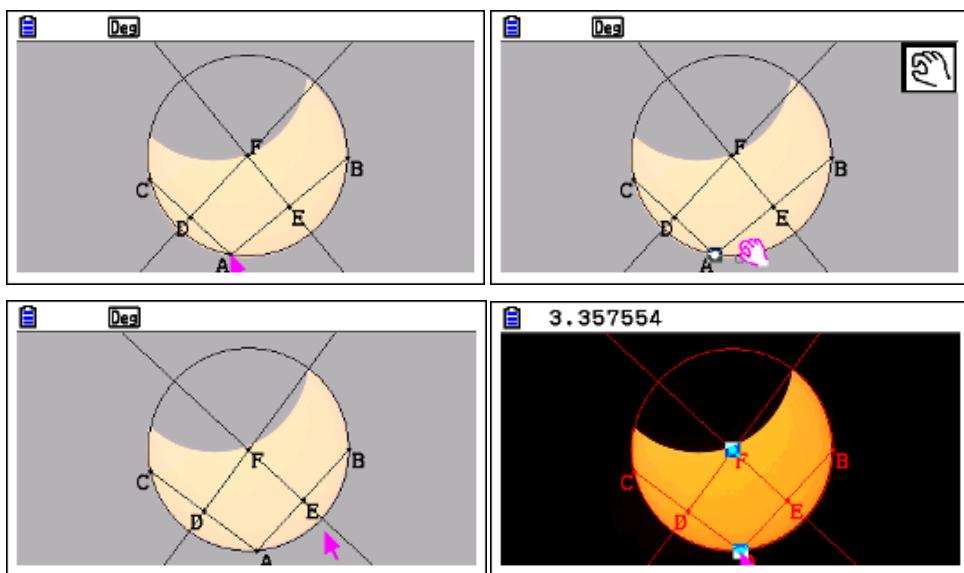
Primer paso: rebajamos el brillo de la imagen, pulsando [OPTN] [F6] (\Rightarrow) [F6] (\Rightarrow) [F3] (Fadel/0). Con las flechas de cursor movemos el indicador hasta el 70%.



Segundo paso: abrimos la ventana de geometría y señalamos tres puntos sobre la circunferencia del sol, uniéndolos formando dos segmentos. A continuación construimos sus mediatrices y hallamos su punto de intersección que será el centro de la circunferencia.



Finalmente, medimos la distancia entre el centro y uno de los puntos señalados, que será el radio.



La ecuación de la circunferencia es $x^2 + y^2 = 3.36^2$

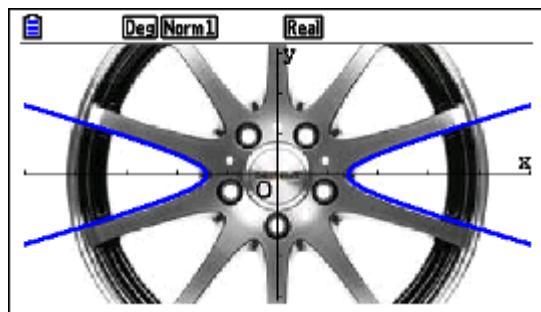
En el módulo de cónicas, al igual que en el de gráficas, para poder trabajar sobre una imagen es necesario ponerla de fondo de pantalla en la calculadora. Una vez hecho esto se elige el modelo de cónica a trazar y a continuación utilizamos la opción **MODIFY** para modificar nuestro modelo.

Otras actividades:

- 5) Determina la ecuación de la elipse que se ajusta al perfil del techo de esta estación de tren, ajustando la cónica a la imagen.



- 6) Diseño de una llanta de un coche. Halla la ecuación de la hipérbola que se ajusta al perfil interno de esta llanta de coche:



A MODO DE RESUMEN FINAL

La actividad de modelar implica:

- Estructurar el campo o situación que va a modelarse.
 - Traducir la realidad a una estructura matemática.
 - Interpretar los modelos matemáticos en términos reales.
 - Trabajar con un modelo matemático.
 - Reflexionar, analizar y ofrecer la crítica de un modelo y sus resultados.
 - Comunicar acerca de un modelo y de sus resultados (incluyendo sus limitaciones).
 - Dirigir y controlar el proceso de modelización.

Afortunadamente la tecnología permite ayudarnos en esta tarea. La calculadora CG20 es un valioso recurso para modelar objetos reales a partir de sus imágenes obtenidas de fotos o de secuencias de vídeo.